



1º ESO

proyecto **nova**

Guía Didáctica

Matemáticas

 **CCIR**
EDITORIAL

Guía Didáctica

Matemáticas

1º ESO

Índice

Introducción

Justificación teórica del contenido del proyecto y de sus aspectos metodológicos y didácticos.....	2
Contribución de la materia a la adquisición de las Competencias Básicas	7
Objetivos generales.....	8
Contenidos.....	9
Temas transversales	10
Planteamiento de la atención a la diversidad del alumnado y organización de las actividades de refuerzo y ampliación	11
Criterios de evaluación para el primer curso de la E.S.O.	12

Programación de aula y por competencias. Guía didáctica

Tema 1. Los números naturales. Divisibilidad.....	14
Tema 2. Los números enteros.....	38
Tema 3. Las fracciones	62
Tema 4. Los números decimales.....	84
Tema 5. Las potencias y la raíz cuadrada	106
Tema 6. La proporcionalidad directa.....	126
Tema 7. El álgebra y su lenguaje.....	146
Tema 8. El sistema métrico decimal.....	170
Tema 9. Elementos geométricos	194
Tema 10. Triángulos y cuadriláteros	220
Tema 11. Otros polígonos. La circunferencia	244
Tema 12. Área de figuras planas.....	268
Tema 13. Las gráficas	292
Tema 14. Estadística y probabilidad	318



ECIR
EDITORIAL

Villa de Madrid, 60 - 46988 - P. I. Fuente del Jarro - PATERNA (Valencia)
Tels: 96 132 36 25 - 96 132 36 55 - Móvil: 677 431 115 - Fax: 96 132 36 05
E-mail: ecir@ecir.com - <http://www.ecir.com>

► Justificación teórica del contenido del proyecto y de sus aspectos metodológicos y didácticos

1. Bases para la elaboración del proyecto

• Características de la etapa

La etapa educativa de la E.S.O., coincide aproximadamente con la adolescencia, estrechamente vinculada al hecho biológico de la pubertad, que en nuestra sociedad suele darse algo más tempranamente en las chicas que en los chicos. Entre los años doce y dieciséis se abandona la infancia y se comienza a ser adulto en todos los sentidos: biológicos, psicológico y social.

En este periodo evolutivo, además de los cambios biológicos, los adolescentes viven cambios afectivos, cognitivos, de valores y de relaciones sociales. Se produce en estos años una integración social más fuerte en el grupo de compañeros y compañeras de la misma edad y comienza el proceso de emancipación de la familia. El adolescente comienza a tener ideas propias, actitudes personales y valores propios. Se producen importantes cambios intelectuales y cognitivos. *A partir de los doce años se adquiere un tipo de pensamiento de carácter abstracto, que trabaja con operaciones lógico-formales, y que permite la resolución de problemas complejos.*

El pensamiento abstracto formal puede y debe ser educativamente alentado. Los alumnos han de ser ayudados y educados en el razonamiento hipotético-deductivo, en la asimilación de información verbal y no verbal de carácter complejo, en la construcción de hipótesis y de estrategias para la solución de problemas, en el reconocimiento de los elementos implicados y de las relaciones posibles entre datos de una situación de problema, en el control de variables y comprobación sistemática de hipótesis inicialmente establecidas. La educación del pensamiento y experiencias que el sujeto no ha conocido o experimentado de modo directo.

En esta etapa es posible y conveniente introducir a los alumnos en el método y el pensamiento científico. La curiosidad y el afán de saber, pueden despertar en el alumnado de esta etapa un enorme interés por el conocimiento de la naturaleza física y del medio social.

La educación para la convivencia, para la cooperación y la democracia, que ha comenzado anteriormente, debe alcanzar su plenitud en esta etapa. La E.S.O. ha de proporcionar a los alumnos el conocimiento social necesario y suficiente para desenvolverse como ciudadanos responsables, conscientes de sus derechos y de sus deberes, en una sociedad democrática y libre, participando en ella, en la producción de bienes materiales y en la creación de bienes culturales.

Un componente destacado de la realidad social lo constituyen los significados culturales. Los alumnos deben asimilar de manera personal, interiorizada y crítica, los significados y valores transmitidos por nuestra cultura.

En resumen, podríamos decir que *el horizonte educativo en esta etapa es el de propulsar la autonomía de las alumnas y los alumnos, y de hacer esto, no sólo en los aspectos cognitivos o intelectuales, sino también en su desarrollo moral y social.*

• Características del área

Las matemáticas han ocupado siempre un lugar importante en las propuestas curriculares de todos los niveles de la educación obligatoria, sin embargo, existen diferentes alternativas sobre el enfoque que se les debe dar y sobre el papel que juegan en el desarrollo global de los alumnos. La alternativa elegida debe descansar en una serie de consideraciones que giran básicamente en torno a los puntos siguientes: *el proceso de construcción del conocimiento matemático y las aportaciones de las matemáticas en el marco definido por la educación obligatoria.*

Desde una perspectiva histórica podemos afirmar que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, y que en dicha evolución, desempeña a menudo un papel de primer orden su interrelación con otros conocimientos y la necesidad de resolver determinados problemas prácticos. Por ejemplo: la estadística tiene su origen en la elaboración de los primeros censos demográficos, los diferentes sistemas de numeración evolucionan paralelamente a la necesidad de buscar notaciones que permitan agilizar los cálculos elementales. En cierta medida, las matemáticas constituyen el armazón sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el propio proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos. Los conceptos matemáticos han modificado su significado con el transcurso del tiempo, ampliándolo o revisándolo, adquiriendo relevancia o, por el contrario, siendo relegados a segundo plano.

Sería contradictorio con el camino seguido en su propia génesis histórica presentar las matemáticas a los alumnos bajo un aspecto monolítico, cerrado y alejado de la realidad. Hay que tener en cuenta que determinados conocimientos matemáticos permiten modelizar y resolver problemas de otros campos y, a menudo, estos problemas, no estrictamente matemáticos en su origen, proporcionan la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos.

La realidad de los alumnos incluye su propia percepción del entorno físico y social y componentes imaginadas y lúdicas que despiertan su interés en mayor medida que las situaciones reales desde el punto de vista adulto. En consecuencia, la activación del conocimiento matemático mediante la resolución de problemas reales no se consigue trasvasando de forma mecánica situaciones que pueden ser muy pertinentes y significativas para el adulto, pero

que pueden fácilmente no tener estas características para los alumnos.

Una consideración importante se deriva del uso, en el proceso histórico de construcción de las matemáticas, del razonamiento empírico-deductivo en grado no menor que el razonamiento deductivo, desempeñando incluso a menudo un papel mucho más activo en la elaboración de los conceptos que este último. Esta afirmación vale no sólo desde el punto de vista histórico, sino que describe cómo proceden los matemáticos en su trabajo. Los tanteos previos, los ejemplos y contraejemplos, la solución del caso particular, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc., son las auténticas pistas para elaborar proposiciones y teorías. En las propuestas curriculares no deben relegarse los procedimientos intuitivos curriculares a un segundo plano, ya que con esta tendencia se privaría a los alumnos del más poderoso instrumento de exploración y construcción del conocimiento matemático.

Lo que confiere un carácter distintivo al conocimiento matemático es su enorme poder como instrumento de comunicación concisa y sin ambigüedades. Gracias a la amplia utilización de diferentes sistemas de notación simbólica (números, letras, tablas, gráficos, etc.), las matemáticas son útiles para representar de forma precisa informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados que todavía no se han producido.

Hay que tener en cuenta, en la planificación de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el nivel de competencia cognitiva del alumnado, puesto que existe un estrecho vínculo entre las relaciones que los niños pueden establecer y manejar en un momento determinado y su nivel de desarrollo intelectual. El grado de abstracción que impone en ocasiones el pensamiento matemático está fuera del alcance de la mayoría de los alumnos durante la Educación Primaria e incluso durante gran parte de la Educación Secundaria Obligatoria.

El aprendizaje de las matemáticas es un medio excepcional para desarrollar las capacidades cognitivas que pueden transferirse con mayor facilidad a otros dominios de aprendizaje, por lo que la inclusión en el currículo es esencial para la formación intelectual de los alumnos.

La aparición y el uso generalizado en la sociedad actual de nuevos medios tecnológicos introduce otra dimensión en la finalidad utilitaria de las matemáticas escolares. Por una parte, el dominio funcional de estos medios tecnológicos precisa una preparación matemática cuyas bases han de ponerse en la Educación Primaria y Secundaria.

Los aspectos formativo y utilitario de las matemáticas escolares en la Educación Obligatoria no son en absoluto antagónicos, sino complementarios. La realización de un aprendizaje significativo exige que el alumno observe, se haga preguntas, formule hipótesis, relacione los conocimientos nuevos con los que ya posee, obtenga conclusiones lógicas y datos a su alcance, etc.

El enfoque adoptado por los proyectos curriculares debe partir de la consideración de las matemáticas como un poderoso instrumento que permite representar, anali-

zar, explicar y predecir hechos y situaciones de una forma rigurosa, concisa y sin ambigüedades. *La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe estar presidida por la preocupación de que los alumnos desarrollen y aprendan un conjunto de recursos eficaces para conocer mejor la realidad en la que viven y poder así actuar en y sobre ella.* El acento recaerá más en la adquisición de conceptos y procedimientos de tipo general, que sean aplicables a un amplio abanico de situaciones, que en la adquisición de conceptos y procedimientos de ámbito restringido, aunque sean más eficaces y rigurosos. *La construcción progresiva del conocimiento matemático transitará por una vía inductiva, tomando como dato primigenio la propia actividad del alumno y utilizando sus intuiciones, tanteos y aproximaciones como punto de partida para una reflexión que conduzca, de forma progresiva, a planteamientos más formales y deductivos.* La adquisición de una actitud positiva hacia las matemáticas, del gusto por ellas y de la confianza en la propia capacidad para aprenderlas y utilizarlas, es otro aspecto básico que debe tenerse en cuenta para lograr la funcionalidad del resto de los aprendizajes.

• Las matemáticas en la E.S.O.

Las matemáticas pueden contribuir decisivamente en la consecución de los objetivos generales de la Educación Secundaria Obligatoria. Mediante su aprendizaje, los alumnos desarrollan la capacidad de pensamiento y de reflexión lógica al mismo tiempo que adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla, en suma, para actuar en y sobre ella.

En el transcurso de la Etapa, los alumnos prosiguen el proceso de construcción del conocimiento matemático que ha alcanzado ya cotas de desarrollo considerables al término de la Educación Primaria. *En el largo camino que lleva desde las experiencias matemáticas intuitivas vinculadas a la acción propia hasta el conocimiento matemático altamente estructurado, la Educación Secundaria Obligatoria tiene la responsabilidad de asegurar jalones intermedios de abstracción, simbolización y formalización crecientes.*

En esta Etapa existe la posibilidad de abstraer relaciones y realizar inferencias no sólo a partir de la manipulación de objetos físicos, como en la etapa educativa anterior, sino también a partir de la manipulación de representaciones simbólicas referidas a dichos objetos. Esta posibilidad, directamente vinculada a las nuevas competencias cognitivas de los alumnos, permite avances sustanciales en la línea de una mayor abstracción, simbolización y formalización del conocimiento matemático y relacionado con lo anterior, la posibilidad de trascender las informaciones concretas sobre la realidad y los datos de la experiencia inmediata, dando entrada a las suposiciones, conjeturas y las hipótesis como objeto del pensamiento.

A pesar de que en las observaciones precedentes se aboga por un mayor nivel de abstracción, simbolización y formalización durante la Educación Secundaria Obligatoria, conviene subrayar que *el punto de partida para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe seguir siendo, al igual que en la Educación Primaria, la experiencia práctica de los alumnos y la reflexión sobre la misma.* Esta es

la razón por la que, en el transcurso de la Etapa, mantienen su validez los principios generales de conceder prioridad al trabajo práctico e intuitivo; potenciar el cálculo mental y la capacidad de estimar resultados y magnitudes; introducir las notaciones simbólicas y formalizaciones a partir de la comprensión y el interés por los conceptos y los procedimientos matemáticos; utilizar actividades grupales de aprendizaje que favorezcan los intercambios, la discusión y la reflexión sobre las experiencias matemáticas; prestar especial atención al desarrollo de estrategias personales de resolución de problemas; y, por último, utilizar los distintos ámbitos de actividad de los alumnos como fuente de experiencias matemáticas.

El nivel de competencia matemática es un criterio decisivo para determinar el grado de éxito o fracaso de los alumnos en el transcurso de la educación obligatoria y condiciona las posibilidades de acceso a las diversas modalidades de formación en la educación post-obligatoria. Más aún, existe el convencimiento generalizado, favorecido sin duda por el espectacular desarrollo tecnológico de las últimas décadas y por su influencia creciente sobre las formas de vida, de que los puestos de trabajo cualificados están fuera del alcance de los alumnos que no obtienen un buen nivel de conocimientos matemáticos al término de la educación obligatoria.

Los alumnos son objeto de una fuerte presión por parte de las familias y de la propia institución escolar con el fin de demostrar su valía mediante un buen rendimiento en el aprendizaje de las matemáticas, lo que produce a menudo un exceso de ansiedad, bloqueos, rechazo y frustración. Desde el punto de vista curricular, los programas de matemáticas se deben ampliar con el fin de dar cabida a todos los conocimientos supuestamente necesarios para poder cursar con garantías de éxito las diversas modalidades de la educación post-obligatoria. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas adquieren de este modo una preponderancia sobre otras áreas curriculares que no son juzgadas tan esenciales para el futuro de los alumnos.

Sin negar en absoluto el valor objetivo que tienen los conocimientos de matemáticas para el futuro escolar y profesional de los alumnos, un proyecto curricular debe partir de la consideración de que la *Educación Secundaria Obligatoria*, en tanto que última etapa de la educación obligatoria, *tienen un valor sobre todo terminal*. En consecuencia, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas durante esta etapa educativa no puede estar presidida únicamente, ni siquiera prioritariamente, por la preocupación de proporcionar a los alumnos los conocimientos supuestamente necesarios para cursar las diferentes modalidades de la educación post-obligatoria. El objetivo debe ser más bien que todos los alumnos adquieran los conocimientos necesarios para desenvolverse como ciudadanos capaces de ejercer sus derechos y sus deberes, en una sociedad que incorpora cada vez más a su funcionamiento, a sus actividades y a su lenguaje ciertos aspectos matemáticos.

Por esta razón este Proyecto se mueve en el marco de conocimientos considerados imprescindibles para satisfacer las necesidades matemáticas habituales de un ciudadano

adulto en la sociedad actual y futura. No obstante, su desarrollo debe garantizar en toda circunstancia un enganche adecuado con las opciones profesionales o académicas que se ofertan al término de la Educación Secundaria Obligatoria.

• Intenciones educativas

En el planteamiento de este Proyecto se ha considerado que el objetivo prioritario y fundamental de la educación es el de proporcionar a nuestros jóvenes, con independencia del sexo, una formación plena que les permita conformar su propia identidad, así como construir una concepción de la realidad que integre a la vez el conocimiento y la valoración ética y moral de la misma. La formación plena ha de ir dirigida al desarrollo de su capacidad para ejercer, de manera crítica y en una sociedad plural, la libertad, la tolerancia y la solidaridad.

Las intenciones educativas que proponemos coinciden con las expresadas por nuestra Constitución —Artículo 27.2—. Estas intenciones las podemos vertebrar en torno a los siguientes fines:

- *El pleno desarrollo de la personalidad del alumno.*
- *La formación en el respeto de los derechos y libertades fundamentales dentro de los principios democráticos.*
- *La adquisición de hábitos intelectuales y técnicas de trabajo, así como de conocimientos científicos y técnicos.*
- *La capacitación para el ejercicio de actividades profesionales.*
- *La preparación para participar activamente en la vida social y cultural.*

La actividad educativa se desarrollará atendiendo a los siguientes principios:

- *La formación personalizada, que propicie una educación integral en todos los ámbitos de la vida.*
- *La participación y colaboración de los padres o tutores para contribuir a la mejor consecución de los objetivos educativos.*
- *La efectiva igualdad de derechos entre los sexos y el respeto de todas las culturas.*
- *La autonomía pedagógica de los centros.*
- *La metodología activa.*
- *La evaluación de los diversos elementos del sistema.*
- *La formación en el respeto y defensa del medio ambiente.*

Las características mencionadas se concretan en la formulación de los objetivos de la etapa y de los dos ciclos que la componen.

2. Orientaciones metodológicas y didácticas

• Metodología

Las estrategias propuestas en este Proyecto son variadas y se complementan, ya que en el aprendizaje inciden, en mayor o menor magnitud, multitud de variables. Entre las más importantes podemos citar: la edad, la “diversidad”

del grupo-clase, los conocimientos previos, la motivación, el grado de compromiso del profesorado y los recursos.

En un currículum abierto, los métodos de enseñanza-aprendizaje son en amplia medida responsabilidad de los educadores, no obstante, parece aconsejable establecer un marco de referencia que posibilite el diálogo entre los equipos docentes con el fin de conseguir el consenso necesario sobre la línea metodológica a seguir.

A lo largo de la Educación Secundaria, los alumnos y las alumnas poseen unas características específicas, que se concretan de distinta manera en cada uno de ellos, y que es necesario tener en cuenta para cualquier planificación adecuada de la enseñanza de las matemáticas:

- Los alumnos han acumulado una gran experiencia, a lo largo de su vida escolar y de sus propios aprendizajes espontáneos, en cuanto a conceptos y habilidades matemáticas se refiere. Todos ellos poseen determinadas ideas sobre qué cosa son los números, cuándo dos figuras son semejantes, cómo hacer determinadas operaciones, y muchas otras. Estas auténticas “teorías personales” le proporcionan pautas de exploración, por lo que observa y formula en una situación dada sólo aquellos aspectos que considera relevantes. También los alumnos tienen sus propias ideas sobre aspectos más generales, como para qué sirven las matemáticas en la vida cotidiana, qué se espera de ellos cuando se les pide que resuelvan un problema o sus propios gustos y aptitud hacia la materia.
- Cada alumno posee un determinado nivel de competencia cognitiva general, cuyo desarrollo, aunque guarda estrecha conexión con los conocimientos anteriormente descritos, constriñe en algunos momentos la adquisición de otros. Así, muchos alumnos no superan hasta el final de la Etapa el nivel de las operaciones concretas, por lo que no cabe esperar de ellos que en años anteriores efectúen recuentos sistemáticos de casos, adquieran totalmente los conceptos de proporción o probabilidad o utilicen con cierta soltura el lenguaje algebraico para expresar relaciones entre variables.
- Los esquemas previos que poseen los alumnos no son en muchos casos suficientemente precisos, completos ni tan siquiera ajustados a la realidad. A veces se manifiestan en forma de “errores” al efectuar cálculos, resolver problemas o definir conceptos. Estos errores son, sin embargo, el punto de referencia obligado para el profesor, que debe analizar su significado más profundo y diseñar en consecuencia las actividades que permitan al alumno transformar un esquema insuficiente en otro más adecuado.

Hay que dar una dimensión positiva a los errores y las ideas imprecisas del alumno. El conflicto entre sus conocimientos anteriores y determinadas situaciones nuevas que no encajan con ellos es un paso necesario para reorganizarlos, enriquecerlos y ajustarlos; en suma, para que se produzca un aprendizaje significativo. El profesor debe transmitir a sus alumnos la sensación de que lo que saben es adecuado para determinadas

situaciones, aunque no lo es para otras diferentes o nuevas, y que progresar requiere reconocer estas contradicciones y superarlas.

- El pensamiento del profesor, y las actitudes que lo manifiestan, son factores básicos que facilitan o bloquean el aprendizaje global de los alumnos. Una concepción de las matemáticas como ciencia básicamente deductiva y jerarquizada, con poco espacio para la inexactitud y la aproximación, lleva al profesor a plantear preferentemente en el aula cuestiones cuya respuesta es única, o que se resuelven utilizando un determinado algoritmo que es preciso recordar, y toma poco en consideración otras conductas. En consecuencia, el alumno centra su interés en adivinar lo que espera oír el profesor, y no en explorar su propia solución, contrastarla con la de otros compañeros y animarse a buscar otra mejor.
- El aprendizaje es fruto de una intensa actividad del alumno. Como desencadenante de esta actividad puede actuar la manipulación de objetos y símbolos familiares, una pregunta o explicación del profesor, un debate entre alumnos, la resolución de un problema, siempre que se realicen en la ocasión y del modo oportunos.

Cualquier actividad que se plantee, bien sea un problema a trabajar por el alumno, un tema a desarrollar por el profesor u otra, tiene que estar suficientemente cerca de los conocimientos del alumno como para que pueda enmarcarla en ellos.

El profesor debe propiciar un ambiente de trabajo grato y estimulante. Una atmósfera de éxito, en la que el profesor plantea preguntas constructivas y sugiere alternativas cuando sea pertinente, en la que se valoran positivamente los avances y se aprende de los errores, es un factor imprescindible para la motivación de los alumnos.

- El profesor debe proponer actividades diversas y utilizar técnicas de trabajo, de acuerdo con el momento en que se encuentre la tarea: sus propias intervenciones, la resolución de problemas, el ejercicio de rutinas básicas, etc. Sólo el convencimiento de que es el alumno el constructor de sus propios conocimientos, le llevará a intervenir de manera distinta a la habitual. La explicación del profesor es muy conveniente para centrar el propósito de las actividades que van a realizarse a continuación; puede incluir un resumen alusivo a cosas que ya conocen los alumnos, y que lleve a formular una pregunta nueva a la que no se sabe dar contestación. Es un buen momento para motivarles, para plantearles un reto atractivo. Al final de la tarea, el profesor puede intervenir facilitando la síntesis y la elaboración de conclusiones finales a partir de las que hayan podido obtener los alumnos aisladamente.
- Se utiliza con poca frecuencia el debate o el trabajo en grupo como técnica didáctica, pero hoy está fuera de toda duda la importancia que tienen las interacciones entre alumnos para la construcción de conceptos matemáticos. En algunas ocasiones, la opinión de un

alumno es más significativa para los demás que muchas de las explicaciones del profesor. *Los alumnos deben tener la oportunidad de hablar de matemáticas entre ellos y con el profesor. Tener que explicar a los demás sus ideas o cómo han resuelto un problema, les plantea la necesidad de ir perfilando un lenguaje común y preciso, que comunique exactamente lo que están pensando.*

Las actividades colectivas juegan un papel importante en el aprendizaje de actitudes y valores generales y sobre las matemáticas. Hay algunas tareas especialmente propicias a lo que comúnmente se llama trabajo en grupo. Por ejemplo: construir un plano del Centro. La tarea del profesor en este caso estará reservada a su papel de orientador y moderador del proceso.

La resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual, que no puede tratarse de forma aislada, sino integrada en todas y cada una de las facetas que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues por sus características generales la resolución de problemas constituye el núcleo central de las matemáticas. En ella se utiliza un gran número de capacidades básicas de las personas: leer atentamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante el proceso, modificar el plan si no da resultado, comprobar la solución si se ha encontrado, comprobar su adecuación o no a las condiciones del problema, formular otros nuevos... La resolución de problemas de matemáticas es una tarea privilegiada para desarrollar métodos y estrategias útiles a la hora de abordar cualquier problema; a su vez, en el transcurso del trabajo, se ponen de manifiesto y se ejercitan, de manera especial, destrezas y procesos cognoscitivos generales. No quiere decir que en un tiempo del curso se dedique exclusivamente a resolver problemas para analizar sistemáticamente lo que ocurre al hacerlos, sino que se ha de tener en cuenta en el resto de los contenidos y en las programaciones de aula, como uno de los elementos importantes que merece la pena favorecer.

- La historia de las matemáticas proporciona contextos apropiados para introducir o afianzar determinados contenidos. En este sentido se pueden utilizar situaciones tradicionales especialmente relevantes, como los juegos de azar que suscitaron los primeros estudios sistemáticos acerca de la probabilidad, el legendario problema de la duplicación del cubo o la confección de calendarios a partir de cálculos astronómicos en Babilonia. Enunciados curiosos o poéticos, frutos de culturas donde resolver problemas era un arte y un placer, como la arábica. Sistemas de numeración y algoritmos de cálculo distintos de los propios, para que el alumno investigue sus fundamentos. Problemas clásicos de la teoría de números sobre divisibilidad, números triangulares, rectangulares, cuadrados y muchos otros. El planteamiento de un número suficiente de contextos históricos a lo largo de la etapa debe permitir que los alumnos perciban que las matemáticas han evolucionado a lo largo del tiempo, y

en paralelo a las formas de producción económica, a las necesidades de organización de la sociedad. Con ello se contribuye, además, a lograr una visión abierta y no dogmática de la materia.

• Orientaciones para la evaluación

La evaluación tiene que ser considerada como parte integrante y fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje. Su papel como diagnóstico continuo de los conocimientos de los alumnos es incuestionable. Por consiguiente, la evaluación permite al profesor diseñar actividades específicas de ayuda para cada uno de ellos, incluidas las de recuperación y profundización de contenidos. Evaluar la propia actuación permite al profesor controlarla y mejorarla. En el caso de los alumnos, la reflexión sobre sus logros y problemas les ayuda a controlar e implicarse en el proceso de aprendizaje. También es necesario un análisis de los materiales utilizados, de su adecuación a los objetivos propuestos, de la flexibilidad para usarlos con alumnos de niveles diferentes, del interés que despiertan. Finalmente, evaluar la marcha global del alumno es imprescindible en los últimos años de la Educación Obligatoria, para orientarle en las decisiones que sobre su futuro académico o laboral debe tomar al finalizar la misma.

La evaluación debe extenderse no sólo a la adquisición de rutinas y hechos aislados, sino que debe recoger otros contenidos, como los actitudinales y los procedimientos de tipo general. Tenerlos en cuenta modifica en gran manera la elección de técnicas e instrumentos aconsejables para la evaluación.

La evaluación no es un fin en sí misma, y sólo se justifica en la medida en que sirve de instrumento para mejorar globalmente el proceso de enseñanza y aprendizaje. Estas consideraciones implican una evaluación continua y diferenciada para cada uno de los alumnos, así como también, unos criterios en la realización de actividades específicas de evaluación.

La autoevaluación del alumno, como reflexión crítica sobre su propio proceso de aprendizaje, pretende que se corresponsabilice de su educación, que tome conciencia de sus avances y estancamientos, de la adecuación de su método de trabajo. La autoevaluación fomenta también la autoestima y la independencia.

- Instrumentos de observación y evaluación

El procedimiento de registro de las observaciones debe ser sencillo. Es útil disponer de una ficha para cada alumno donde se anoten las observaciones relativas a cómo se manifiestan en cada momento los objetivos de aprendizaje propuestos por el profesor. El periodo de registro debería abarcar al menos un año.

Es imposible observar diariamente de manera sistemática a todos los alumnos, pero sí es necesario hacerlo con una cierta regularidad. Cada profesor debe establecer un criterio que garantice esta regularidad de manera razonable.

En las discusiones, el alumno manifiesta, implícita o explícitamente, certezas, dudas y errores. Durante ellas

puede observarse el grado de dominio y precisión con que utiliza espontáneamente el vocabulario matemático, así como la corrección al argumentar sus opiniones y el respeto a las demás.

El **cuaderno de clase** es una excelente fuente de información sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de cada alumno. En él deben quedar recogidas las actividades que realiza: ejercicios, problemas, resúmenes, etc. El cuaderno de clase proporciona información sobre el nivel de expresión escrita y gráfica del alumno, y sobre sus hábitos de trabajo. El cuaderno es un instrumento útil para el alumno, y el profesor debe dar ciertas pautas sobre su organización y presentación, para que efectivamente lo sea.

Una manera más de recoger información sobre la marcha del alumno es la realización de actividades específicas de evaluación. Pueden hacerse al finalizar un tema concreto, para observar los avances efectuados respecto al mismo, o en otro momento cualquiera si se pretende seguir la evolución de capacidades más generales, como la familiaridad con los números o la adquisición de actitudes frente a las matemáticas.

Los profesores disponen de una extensa variedad de ti-

pos de pruebas, cada una de ellas con sus ventajas y limitaciones. Como criterio general deben seleccionarse aquellas que proporcionen al alumno un abanico amplio de posibilidades para demostrar su iniciativa y sus capacidades. Los problemas y las investigaciones sencillas, las cuestiones que requieren interpretar y relacionar varios conceptos, pueden servir para este propósito.

Para que la evaluación cumpla plenamente su papel orientador, el profesor debe comunicar a cada alumno las sucesivas valoraciones que va realizando sobre su proceso de aprendizaje, junto con las alternativas oportunas para reconducirlo en caso necesario, y poniendo siempre de relieve los logros y avances. En este espíritu, la corrección de las pruebas específicas de evaluación no debe limitarse a tachar las faltas y errores cometidos, ni hacer una simple valoración numérica de las mismas.

Haciendo uso de las anteriores orientaciones, se elaborará un informe escrito que será transmitido a las familias, y comentado con ellas en las entrevistas que se establezcan. La educación debe constituir una acción conjunta entre la familia y el centro para favorecer la formación que deseamos para nuestros jóvenes.

► Contribución de la materia a la adquisición de las Competencias Básicas

Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad. Conviene señalar que no todas las formas de enseñar Matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las Matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana. La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio contribuye a profundizar la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico. La modelización constituye otro referente en

esta misma dirección. Elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes, a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo. Por su parte, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas, contribuye a mejorar el tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. No menos importante resulta la interacción entre los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de las alumnas y alumnos.

Las Matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello, en todas las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, y en particular en la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la

precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto.

Las Matemáticas contribuyen a la competencia cultural y artística porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado. Cultivar la sensibilidad y la creatividad, el pensamiento divergente, la autonomía y el apasionamiento estético son objetivos de esta materia. Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.

También, las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo. La utilización de las Matemáticas para describir fenómenos sociales, fundamentalmente mediante el análisis funcional y de la estadística, contribuye a la competencia social y ciudadana aportando criterios científicos para predecir y tomar decisiones. También se contribuye a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo, lo que permite de paso valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

► Objetivos generales

Los objetivos se entienden como las intenciones que sustentan el diseño y la realización de las actividades necesarias para la consecución de las grandes actividades educativas.

Los objetivos del Área de Matemáticas deben entenderse como aportaciones que se han de hacer a la consecución de los objetivos de la etapa.

La enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria se orientará a facilitar los aprendizajes necesarios para desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades siguientes:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana, con el fin de comunicarse de manera clara, concisa y precisa.
2. Aplicar con soltura y adecuadamente las herramientas matemáticas adquiridas a situaciones de la vida diaria.
3. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
4. Detectar los aspectos de la realidad que sean cuantificables y que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados, todo ello de la forma más adecuada, según la situación planteada.
5. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad

u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

6. Identificar las formas planas o espaciales que se presentan en la vida diaria y analizar las propiedades y relaciones geométricas entre ellas; adquirir una sensibilidad progresiva ante la belleza que generan.
7. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
8. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
9. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
10. Manifestar una actitud positiva muy preferible a la actitud negativa ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que les permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las Matemáticas.
11. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las

distintas materias de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

12. Valorar las Matemáticas como parte integrante de nuestra cultura: tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la

sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad entre los sexos o la convivencia pacífica.

► Contenidos

Bloques de contenido de la etapa

Las matemáticas contemplan tres tipos de contenidos: actitudinales, procedimentales y conceptuales.

Por la dificultad para enmarcar alguno de los contenidos que se proponen, conviene incidir en que estos se concentran, sobre todo, en el vocabulario, las notaciones, las convenciones, los resultados y las estructuras conceptuales; las destrezas y las estrategias generales; la apreciación y la valoración positiva de las matemáticas, la disposición favorable hacia el trabajo, etc.

El objeto de estudio de las matemáticas en la escolaridad obligatoria constituye un conjunto de conceptos, procedimientos y actitudes fuertemente relacionados. Por ello, los contenidos que se presentan, consideran y atienden globalmente esos elementos, y aparecen agrupados en los siguientes bloques: "Contenidos comunes", "Números y álgebra", "Geometría", "Funciones y gráficas", "Estadística y Probabilidad".

• Bloque 1. Contenidos comunes

- Utilización de estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado o la resolución de un problema más simple, y comprobación de la solución obtenida.
- Expresión verbal del procedimiento seguido en la resolución de problemas.
- Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre cantidades y medidas o sobre elementos o relaciones espaciales.
- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas.
- Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

• Bloque 2. Números

- Números naturales. Sistemas de numeración decimal y romano. Interpretación de códigos numéricos presentes en la vida cotidiana.
- Divisibilidad. Múltiplos y divisores. Números primos y números compuestos. Criterios de divisibilidad. Aplicaciones de la divisibilidad a la resolución de problemas.

- Números fraccionarios y decimales. Relaciones entre fracciones y decimales. Comparación y orden en los números fraccionarios y decimales. Operaciones elementales. Aproximaciones y redondeos.
- Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en contextos reales.
- Números enteros. Representación gráfica. Operaciones elementales.
- Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis.
- Potencias de exponente natural. Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas exactas.
- Cálculo mental utilizando las propiedades de las operaciones numéricas.
- Utilización de estrategias personales para el cálculo mental, aproximado y con calculadoras.
- Las magnitudes y su medida. El sistema métrico decimal. Unidades de longitud, masa, capacidad, superficie y volumen. Transformación de unidades de una misma magnitud. Relación entre capacidad y volumen.
- Unidades monetarias: el euro, el dólar... Conversiones monetarias y cambio de divisas.
- Porcentajes. Cálculo mental y escrito con porcentajes habituales.
- Magnitudes directamente proporcionales. Regla de tres: ley del doble, triple, mitad... Aplicación a la resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa.
- Utilización de ejemplos en los que participen magnitudes no directamente proporcionales.
- Razón y proporción.

• Bloque 3. Álgebra

- Empleo de letras para simbolizar números inicialmente desconocidos y números sin concretar. Utilidad de la simbolización para expresar cantidades en distintos contextos.
- Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa.
- Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en secuencias numéricas.
- Obtención de valores numéricos en fórmulas sencillas.
- Valoración de la precisión y simplicidad del lenguaje algebraico para representar y comunicar diferentes situaciones de la vida cotidiana.

• Bloque 4. Geometría

- Elementos básicos de la geometría del plano: líneas, segmentos, ángulos. Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones del mundo físico.
- Análisis de relaciones y propiedades de figuras en el plano empleando métodos inductivos y deductivos. Paralelismo y perpendicularidad entre rectas. Relaciones entre ángulos. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
- Descripción de las figuras planas elementales: triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares.
- Clasificación de triángulos y cuadriláteros a partir de diferentes criterios. Estudio de sus propiedades características y relaciones en estos polígonos.
- Construcción de triángulos y polígonos regulares con los instrumentos de dibujo habituales.
- Triángulos: alturas, mediatrices, bisectrices y medianas; circuncentro e incentro. Criterios de igualdad.
- Medida y cálculo de ángulos en figuras planas.
- Cálculo de áreas y perímetros de las figuras planas elementales. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.
- Circunferencias, círculos, arcos y sectores circulares.
- Simetría axial de figuras planas. Identificación de simetrías en la naturaleza y en las construcciones humanas.

- Empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.

• Bloque 5. Funciones y gráficas

- El plano cartesiano. Ejes de coordenadas. Utilización de las coordenadas cartesianas para representar e identificar puntos.
- Identificación de relaciones de proporcionalidad directa a partir del análisis de su tabla de valores. Utilización de ejemplos en los que las magnitudes no son directamente proporcionales.
- Identificación de otras relaciones de dependencia sencillas.
- Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales y el mundo de la información.
- Detección de errores en las gráficas que pueden afectar a su interpretación.

• Bloque 6. Estadística y probabilidad

- Diferentes formas de recogida de información. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Frecuencias absolutas y relativas.
- Diagramas de barras, de líneas y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos estadísticos.
- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y comprobación mediante la realización de experiencias repetidas.
- Reconocimiento y valoración de las Matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.

► Temas transversales

Los temas transversales se refieren a contenidos que no son propios de ninguna área específica, pero que, dentro de lo posible, deben estar presentes en todas. En el área de Matemáticas es posible colaborar en mayor medida a alguno de ellos, pero indirectamente todos pueden aparecer en algún momento.

A la **Educación moral y cívica** contribuyen, sin duda, buena parte de los contenidos actitudinales. Tienen que ver con ella todas aquellas actitudes que se refieren al rigor, orden, precisión y cuidado con la elaboración y presentación de tareas y en el uso de instrumentos, la curiosidad, el interés y el gusto por la exploración; la perseverancia y tenacidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y la posición crítica ante las informaciones que utilizan las matemáticas.

A través de la actuación cotidiana del profesor, su forma de valorar los trabajos o la elección de las situaciones que plantea a sus alumnos, pueden estar presentes estas actitudes en el aula.

La **Educación del consumidor** es un tema transversal en el que las matemáticas tienen una incidencia impor-

tante.

La formación para una actitud crítica ante el consumo, requiere a menudo poner en juego ideas y formas de expresión matemáticas. Algunos aspectos del consumo sobre los que puede inducirse son los siguientes:

- *Publicidad*. En particular la interpretación y valoración adecuada de la utilización de representaciones gráficas, así como de datos numéricos de diversos tipos.
- *Aspectos económicos* (cuantitativos) presentes en el consumo de cualquier tipo de bienes o servicios. El manejo de la relación de proporcionalidad y sus diferentes formas de expresión es esencialmente importante en este sentido.

Algunos servicios, como los créditos y seguros, aunque alejados de la experiencia directa de los alumnos de la etapa, ofrecen buenas situaciones para la aplicación de algunos contenidos.

- La medida es esencial en el ámbito del *consumo*. Todos los contenidos relacionados con la estimación de medidas, la medición y el uso de los sistemas métricos están directamente relacionados con este tema transversal.

- Es importante por último, el consumo relacionado con el *ocio*. Dentro de él, el azar está presente a menudo. Los contenidos que tienen que ver con el tratamiento del azar contribuyen a hacer su consumo más «inteligente».

Educación para la igualdad de oportunidad entre sexos.

Desde el punto de vista metodológico las indicaciones que se hacen se pueden resumir en la necesidad de fomentar el conocimiento y reconocimiento de la capacidad de cada uno de los compañeros y compañeras en el ámbito de las matemáticas y por extensión de los hombres y las mujeres en general. Está relacionado con ello el contenido actitudinal que se refiere al *respeto y valoración* de las soluciones ajenas.

El profesor puede jugar con las distintas formas de agrupación de los alumnos para fomentar, por una parte, la autoestima de unos y otros y, por otra, el conocimiento mutuo.

El **resto de temas transversales** pueden estar presentes en la clase de matemáticas a través de los contextos de los problemas y ejercicios de las situaciones a las que se aplican las matemáticas.

En igual condiciones, puede ser conveniente a veces que los problemas se refieran a cuestiones relacionadas con la educación ambiental, la educación para la salud, etc... de manera que, además de facilitar aprendizajes estrictamente matemáticos, permitan el conocimiento y análisis de estos temas desde el punto de vista cuantitativo.

► Planteamiento de la atención a la diversidad del alumnado y organización de las actividades de refuerzo y ampliación

1. Planteamiento de la atención a la diversidad

La estructura del área, entendida como conjunto de contenidos que incluye las aportaciones de las disciplinas que la forman, deja abierta, por una parte, la posibilidad de que los proyectos curriculares puedan optar por planteamientos más o menos integradores de esas disciplinas y, sobre todo, permite articular mejor los planteamientos de opcionalidad interna a las áreas y de atención a la diversidad en la medida en que facilita la profundización en uno u otro sentido de los contenidos seleccionados.

Dentro de un mismo grupo-clase y recurriendo a agrupaciones flexibles pueden trabajarse diferentes aspectos del área, o los mismos aspectos con niveles de detalle y profundidad diferentes, según las características del alumnado. O, en un momento determinado, producir de forma temporal una cierta diversificación de las actividades de aprendizaje en torno a unos contenidos opcionales susceptibles de contribución a la consecución de los mismos Objetivos Generales del área.

La lectura de textos matemáticos, determinadas fases de la resolución de un problema, el afianzamiento de destrezas numéricas y gráficas, y otras muchas actividades, requieren del trabajo individual y reposado del alumnado. Es un momento adecuado para que el profesor atienda las peculiaridades de cada uno de ellos. Los alumnos de rendimiento más bajo, que se pierden ante una actividad que precisa utilizar varios conceptos, tomar decisiones en cadena, emitir hipótesis complementarias o tener en cuenta varios factores, requieren

un parcelamiento de dicha actividad para ajustarla a sus posibilidades reales de avance. Otras veces tienen carencias específicas en algún concepto o destreza fundamental que los demás ya dominan, en cuyo caso el profesor puede proponerle actividades de recuperación que cubran esa laguna.

2. Organización de las actividades de refuerzo y ampliación

• Actividades de refuerzo

En cada una de las Unidades Didácticas presentamos una serie de actividades **por parte del alumno** que constituyen uno de los principios del aprendizaje significativo. Tales actividades pretenden establecer relaciones entre el nuevo contenido y los esquemas de conocimiento ya existente y dentro de ellas. El profesorado podrá distinguir claramente las destinadas a conectar ambas líneas.

En los ejercicios finales se dedica especial atención a los de consolidación, en número considerable para que el profesor pueda seleccionar los que considere oportunos.

• Actividades de ampliación

Dentro del grupo-clase el alumnado que posee mayor rendimiento en el aprendizaje encontrará en cada una de las **actividades** material adecuado a su desarrollo.

En los **ejercicios** finales se han incluido actividades destinadas a aquellos alumnos que a juicio del profesor, estén en condiciones de profundizar en los contenidos.

► Criterios de evaluación para el primer curso de la E.S.O.

1. Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado o la resolución de un problema más sencillo; comprobar la solución obtenida.
2. Expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución de un problema.
3. Utilizar los números naturales, los enteros, las fracciones y los decimales, sus operaciones y propiedades para recibir y producir información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.
4. Elegir, al resolver un determinado problema, el tipo de cálculo más adecuado (mental o manual) y dar significado a las operaciones y resultados obtenidos, de acuerdo con el enunciado.
5. Calcular el valor de expresiones numéricas sencillas de números enteros, decimales y fraccionarios (basadas en las cuatro operaciones elementales, las potencias de exponente natural y las raíces cuadradas exactas, que contengan, como máximo, dos operaciones encadenadas y un paréntesis), aplicando correctamente las reglas de prioridad y haciendo un uso adecuado de signos y paréntesis.
6. Utilizar las unidades del sistema métrico decimal para efectuar medidas en actividades relacionadas con la vida cotidiana o en la resolución de problemas.
7. Utilizar las unidades monetarias para las conversiones de monedas.
8. Utilizar los procedimientos básicos de la proporcionalidad numérica (como la regla de tres o el cálculo de porcentajes) para obtener cantidades proporcionales a otras en la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana.
9. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números; utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas.
10. Reconocer y describir los elementos y propiedades característicos de las figuras planas y sus configuraciones geométricas por medio de ilustraciones, de ejemplos tomados de la vida real, o en la resolución de problemas geométricos.
11. Emplear las fórmulas adecuadas para obtener longitudes, áreas y ángulos de las figuras planas, en la resolución de problemas geométricos.
12. Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.
13. Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica.

- ▶ **Programación de aula
y por competencias.**
 - ▶ **Guía didáctica**
-

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Recordar y hacer uso de los algoritmos de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de números naturales.
- Utilizar correctamente la jerarquía de las operaciones y las reglas de uso de los paréntesis en los cálculos escritos.
- Reconocer y utilizar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.
- Identificar la división exacta y entera y hacer uso de sus equivalencias fundamentales.
- Resolver problemas haciendo uso de las operaciones y propiedades mencionadas.
- Diferenciar múltiplos y divisores.
- Reconocer y hacer uso de los criterios de divisibilidad.
- Diferenciar un número primo de un número compuesto.
- Obtener los divisores de un número.
- Calcular el m.c.d. y/o el m.c.m. de dos números.
- Resolver problemas haciendo uso de lo aprendido sobre el m.c.d. y el m.c.m.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.
- Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas.
- Reconocer los múltiplos y divisores de un número.
- Distinguir los diferentes significados del signo igual.
- Aplicar los criterios de divisibilidad para identificar divisores de un número.
- Reconocer un número primo.
- Entender y calcular el m.c.m. y m.c.d.
- Aplicar en los problemas los conceptos de m.c.d. y m.c.m.
- Analizar la veracidad del resultado obtenido.
- Dar el resultado de forma correcta y clara.

CONTENIDOS

- **Conceptos (“saber”)**
 - Operaciones con números naturales.
 - Operaciones combinadas. Prioridad.
 - Expresiones numéricas con paréntesis: supresión e introducción de los mismos.
 - Propiedades de las operaciones.
 - Estrategias de cálculo.
 - Estimación de resultados
 - Múltiplo y divisor.
 - Los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 11.
 - Números primos y números compuestos.
 - Manera de reconocer si un número es primo o compuesto.
 - El mayor de los divisores comunes. mcd.
 - El menor de los múltiplos comunes. mcm.
- **Procedimientos (“Saber hacer”)**
 - Utilización de los algoritmos tradicionales de la suma, resta, multiplicación y división con números naturales.
 - Elaboración y utilización, en diferentes contextos, de estrategias personales de cálculo mental con números sencillos.
 - Utilización de la jerarquía de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos.
 - Formulación de problemas numéricos, de los términos en que se plantean y del proceso y cálculos utilizados para resolverlos, confrontándolos con otros posibles.
 - Reducción de problemas numéricos complejos a otros más sencillos (sustitución de los datos por otros más simples) para facilitar la comprensión y solución del mismo.
- Utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades, teniendo en cuenta la precisión que requiere la situación concreta.
- Utilización del algoritmo de la división para diferenciar múltiplos y divisores.
- Utilización de los criterios de divisibilidad estudiados para averiguar –sin necesidad de realizar la división– si un número es divisible por otro, valorando la ventaja que supone la utilización de los citados criterios.
- Búsqueda de todos los divisores de un número (números no superiores a 200).
- Obtención del mcd y del mcm de dos otros números.
- Utilización de lo aprendido sobre números primos, compuestos, múltiplos y divisores para resolver problemas.
- **Actitudes (“Saber ser”)**
 - Incorporación del lenguaje numérico, del cálculo y de la estimación de cantidades a las formas de proceder habituales en la vida cotidiana.
 - Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas numéricos, investigar las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números.
 - Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas numéricos, y mejorar las ya encontradas.
 - Disposición favorable a la revisión sistemática del resultado de cualquier conteo, cálculo o problema numérico.
 - Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos.

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptores 1. Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales. 2. Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el algoritmo de cada una de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de números naturales.	- Efectúa correctamente las operaciones con números naturales. - Reconoce cuando se puede efectuar una sustracción. - Identifica los elementos que intervienen en cada operación.	- Ejercicios 1, 2 y 3 (pág. 12)
	2. Conoce el algoritmo de la división de números naturales.	- Reconoce los elementos que intervienen en una división. - Sabe aplicar el algoritmo correctamente. - Conoce y aplica la prueba de la división.	- Ejemplo 7 y 8 (pág. 13)
	3. Aplica el orden establecido en las operaciones.	- Realiza correctamente las operaciones combinadas. - Reconoce la necesidad del uso de los paréntesis.	- Ejemplo 1 y 2 (pág. 14 y 15) - Ejercicios 9 y 10 (pág. 15) - Ejercicio 11 (pág. 15)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores 1. Reconocer los múltiplos y divisores de un número. 2. Valorar la utilidad de los criterios de divisibilidad. 3. Entender el concepto de número primo. 4. Reconocer cuando un número es primo. 5. Entender, calcular y aplicar el m.c.m y m.c.d.		
	◦ Desempeño		
	1. Diferencia los conceptos de múltiplo y divisor.	- Determina los divisores de un número. - Calcula múltiplos de un número.	- Ejercicios 14, 15, 16 y 17 (pág. 16)
	2. Utiliza los criterios de divisibilidad.	- Aplica correctamente los criterios para determinar cuando un número es divisible por 2, 3, 5, 9, 10, 11.	- Ejercicios 18, 19, 20, 21, 22
	3. Aplica los conceptos en la resolución de problemas.	- Identifica el criterio que debe utilizar para la resolución de problemas.	- Ejercicios 24, 25, 26, 27 (pág. 17)
	4. Reconoce cuando un número es primo.	- Aplica la definición para identificar un número primo.	- La criba de Erastotenes (pág. 19)
	5. Entiende la importancia de la factorización de un número en producto de números primos.	- Sabe descomponer un número en producto de números primos. - Calcula todos los divisores de un número, utilizando su factorización.	- Ejemplo 4 (pág. 19) - Ejercicio 29 (pág. 19)
	6. Entiende el concepto de m.c.d. y m.c.m.	- Aplica correctamente los cálculos para la obtención del m.c.d. y m.c.m.	- Ejemplos 5 y 7 (pág. 20 y 21)

COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Aplicar las operaciones adecuadas para la obtención de la solución. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determina las operaciones que hay que efectuar. - Organiza con un orden lógico los procedimientos.	- Ejercicio 4 (pág. 12) - Ejercicio 7 (pág. 13)
	2. Analiza la conveniencia de utilizar el m.c.m. o el m.c.d.	- Analiza la situación que le da el problema y aplica a su resolución el método necesario.	- Ejemplos 6 y 8 (pág. 20 y 21)
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- En todos los ejercicios y ejemplos propuestos.

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan aplicar el recurso adecuado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicio 4 (pág. 12) - Ejercicio 7 (pág. 13)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Diferencia los datos de las incógnitas. - Establece la estrategia adecuada.	- Ejercicios del 78 al 88 (pág. 26)
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	- Ejercicios del 78 al 88 (pág. 26)

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer en los enunciados situaciones de la vida real, que nos ayuda a comprenderla y a resolver problemas que nos podemos encontrar en ella.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza correctamente las situaciones reales en la resolución de problemas.	- Resuelve los problemas buscando situaciones reales paralelas a los enunciados planteados.	- En los problemas de enunciados

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problemas en algunos similares para consolidar capacidades - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y hacerlo con soltura.	- A lo largo del tema
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso, lo analiza y obtiene estrategias.	- A lo largo del tema
	3. Mejora la motivación.	- Se siente satisfecho por la labor bien hecha. Cuida la expresión y la presentación.	- A lo largo del tema

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Conocer los orígenes de los números. 2. Reconocer la evolución de los números y su necesidad. 3. Conoce el origen de los números primos.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el sistema de numeración Romano	- Utiliza el sistema de numeración romano. - Conoce las equivalencias con nuestro sistema decimal.	- Hoja de inicio de tema 1
	2. Conoce el sistema de numeración decimal.	- Es capaz de leer y escribir un número expresado en sistema decimal.	- Hoja de inicio de tema 1
	3. Conoce quien es Eratóstenes y su importancia.	- Reconoce un número primo.	- Epígrafe: La criba de Eratóstenes. (pág. 19)

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Extender y aplicar los conceptos de múltiplos y divisores. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos.		
	◦ Desempeño		
	1. Tiene la iniciativa necesaria para investigar y resolver un problema.	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que se había propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 10 - 11. Los números naturales. Divisibilidad

TEMA 1

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO

Aunque no es nuestro sistema de numeración actual, el sistema de numeración romano se sigue usando en muchas situaciones, por ejemplo para escribir los siglos (siglo XX, siglo XXI, etc.) y en muchos relojes.

El sistema romano utiliza las siguientes abreviaturas:

I V X L C D M

y se rige por las siguientes reglas:

- Una letra escrita a la derecha de otra de igual o mayor valor, suma a ésta su valor.
 $IX = 10 + (-1)$ $III = 100 + 10$
- Una letra escrita a la izquierda de otra de mayor valor, resta a ésta su valor.
 $XL = 50 - 10$ $IV = 5 - 1$
- Las letras I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces seguidas. Sin embargo, V, L y D no se pueden escribir seguidas.

VIII no se escribe así para escribir 8.
 LXXX no se escribe así para escribir 80.

Observa la equivalencia entre los dos sistemas de numeración:

III	VI	IX	XIV
LVI	XCVI	MDCCCXIII	MDCCCXX

SOLUCIONARIO

Millones			Miles			Unidades			Escritura
c	d	u	c	d	u	c	d	u	
					4	7	0	8	cuatro mil setecientos ocho
			1	0	4	5	3	2	ciento cuatro mil quinientos treinta y dos
1	3		4	0	2	0	1	0	trece millones cuatrocientos dos mil diez

1. Utiliza los modelos anteriores para escribir los siguientes números:

Con cifras: $2643 = 2 \times 1000 + 6 \times 100 + 4 \times 10 + 3$ Con letras: $2643 =$ Dos mil seiscientos cuarenta y tresCon cifras: $250486 = 2 \times 100000 + 5 \times 10000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 6$

DE 6º A 1º

Para escribir números y hacer cálculos con ellos utilizamos solamente los símbolos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

El conjunto de reglas para utilizarlos es el **sistema de numeración decimal**.
En el sistema de numeración decimal el valor de cada cifra depende de la posición que ocupa.

Miles			Centenas			Decenas			Unidades		
a	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
2	5	3	4			0	0	0			
dos millones quinientos treinta mil											
nada mil sesientos cuarenta y ocho											

PRACTICA

Miles			Centenas			Decenas			Unidades		
a	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
mil trescientos cuarenta y ocho											
ciento cuatro mil quinientos treinta y dos											
nada mil sesientos cuarenta y ocho											

Un número se puede escribir con cifras o con letras.
Con cifras: $3845 = 3 \times 1000 + 8 \times 100 + 4 \times 10 + 5$
Con letras: 3845 = tres mil ochocientos cuarenta y cinco

PRACTICA

1 Utiliza los modelos colectivos para escribir los siguientes números:

Con cifras: 2643 = _____
 Con letras: 2643 = _____
 Con cifras: 250486 = _____
 Con letras: 250486 = _____
 Doce mil seiscientos dos: _____
 Ciento cuatro mil setecientos noventa: _____

2 Dado el número 13578, completa las siguientes frases:

La cifra de las centenas es _____. El número de centenas es **135**
 La cifra de las decenas de millar es: **1**
 Al sumar a este número cinco centenas se obtiene: **14078**

Con letras: 250486 = Doseientos cincuenta mil cuatrocientos ochenta y seis

Doce mil seiscientos dos: 12602

Ciento cuatro mil setecientos noventa: 104790

2. Dado el número 13578, completa las siguientes frases:

La cifra de las centenas es **5**. El número de centenas es **135**

· La cifra de las decenas de millar es: **1**

· Al sumar a este número cinco centenas se obtiene: **14078**

► Pág. 12. 1 Números naturales. Operaciones

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Se debe incorporar al vocabulario del alumno “el número natural” y el específico de los elementos que intervienen en cada operación. Pensamos que es importante que distingan claramente entre “sumando” y “factor” para usos posteriores (competencia lingüística).

Resaltar la no conmutatividad de la sustracción.

El ejercicio 5 puede dar pie a que los alumnos diseñen sus propias dianas.

Los ejercicios 6, 7 y 8 pueden servir como idea para juegos por parejas.

SOLUCIONARIO

1. Efectúa las operaciones siguientes:

$$\begin{array}{r} 1208 \\ + 672 \\ \hline 1880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 3145 \\ + 607 \\ \hline 3800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4128 \\ 709 \\ + 6148 \\ \hline 10985 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3048 \\ + 572 \\ \hline 3620 \end{array}$$

2. Calcula en línea:

$$205 + 138 = 343 \quad 4129 + 608 = 4737$$

$$132 + 251 + 1400 = 1783$$

3. Efectúa las multiplicaciones siguientes:

$$\begin{array}{r} 704 \\ \times 39 \\ \hline 6336 \\ 2112 \\ \hline 27456 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times 216 \\ \hline 2070 \\ 345 \\ 690 \\ \hline 74520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 342 \\ \times 1258 \\ \hline 2736 \\ 1710 \\ 684 \\ 342 \\ \hline 430236 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3128 \\ \times 2506 \\ \hline 18768 \\ 15640 \\ 6256 \\ \hline 7838768 \end{array}$$

4. En un hotel se alojó durante 15 días una familia compuesta por 7 personas. ¿Qué cantidad tendrá que pagar si el alojamiento diario de cada persona cuesta 65 euros?

$$15 \times 7 \times 65 = 6825$$

Se tiene que pagar 6825 €

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

1 Números naturales. Operaciones

VOCABULARIO

Los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... constituyen el conjunto de los números naturales que se representa por N .
 $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Al Adición y sustracción

La adición es la operación que permite obtener la suma de dos números. Los números que se suman se llaman **sumandos**.
 La sustracción es la operación que permite obtener la resta o diferencia de dos números. Los números que se restan son, respectivamente, el **minuendo** y el **sustraendo**.

5. Multiplicación

Multiplicar dos números naturales a y b es sumar a veces el número b o sumar b veces el número a .
 Los números que se multiplican se llaman **factores** y el resultado se llama **producto**.
 $3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 5 + 3 + 3 = 15$

EJERCICIOS

1. Efectúa las operaciones siguientes:

2. Calcula en línea:

3. Efectúa las multiplicaciones siguientes:

4. En un hotel se alojó durante 15 días una familia compuesta por 7 personas. ¿Qué cantidad tendrá que pagar si el alojamiento diario de cada persona cuesta 65 euros?

► Pág. 13.

TEMA 1

C. División

Divide el número a por el número b o encuentra los naturales q y r tales que $a = b \cdot q + r$.

a es el dividendo, b el divisor, q es el cociente y r el resto.

División exacta

Dividendo: 6008, Divisor: 205

6008 : 205 = 29 R 133

RELACION: $6008 = 205 \cdot 29 + 133$

División entera

Dividendo: 6008, Divisor: 205

6008 : 205 = 29 R 133

RELACION: $6008 = 205 \cdot 29 + 133$

FORMA RÚBICA

La división y la multiplicación verifican las propiedades:

Commutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
 $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$

Asociativa: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
 $3 \cdot (5 \cdot 2) = (3 \cdot 5) \cdot 2$

Distributiva: $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
 $3 \cdot (5 + 2) = (3 \cdot 5) + (3 \cdot 2)$

EJERCICIOS

5. Cinco alumnos lanzan cada uno seis dados a la diana adjunta, indica qué puntuaciones ha podido obtener cada uno si al final de la partida han obtenido:

Marcos	38 puntos
Johana	42 puntos
Lucía	44 puntos
Alba	50 puntos

6. Encuentra las cifras ocultas:

a) $\begin{array}{r} 54 \\ \times 31 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 21452 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$

54
162
1674

c) $\begin{array}{r} 12345 \\ \times 72 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 4118 \\ \times 16 \\ \hline \end{array}$

24690
86415
888840

24708
4118
65888

7. Se han repartido 593 caramelos entre cierto número de niños y han faltado 7 caramelos para poder dar 12 a cada uno. ¿Cuántos niños eran?

8. Copia en tu cuaderno y completa las divisiones:

a) $\begin{array}{r} 3845 \\ : 23 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 948 \\ : 23 \\ \hline \end{array}$

154
167
165
4

c) $\begin{array}{r} 1248 \\ : 46 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 447 \\ : 5 \\ \hline \end{array}$

328
27
6

47
89
2

SOLUCIONARIO

5. Cinco alumnos lanzan cada uno seis dados a la diana adjunta, indica qué puntuaciones ha podido obtener cada uno si al final de la partida han obtenido:

Marcos	38 puntos
Johana	42 puntos
Lucía	44 puntos
Alba	50 puntos

Una de las posibles soluciones es:

Marcos: $10 + 10 + 8 + 6 + 4 + 0 = 38$

Johana: $10 + 10 + 10 + 8 + 4 + 0 = 42$

Lucía: $10 + 10 + 10 + 8 + 6 + 0 = 44$

6. Encuentra las cifras ocultas:

a) $\begin{array}{r} 54 \\ \times 31 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 21452 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$

54
162
1674

c) $\begin{array}{r} 12345 \\ \times 72 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 4118 \\ \times 16 \\ \hline \end{array}$

24690
86415
888840

24708
4118
65888

7. Se han repartido 593 caramelos entre cierto número de niños y han faltado 7 caramelos para poder dar 12 a cada uno. ¿Cuántos niños eran?

Si hubiéramos tenido 600 caramelos (7 más de los que teníamos) la división sería: $600 : 12 = 50$.

El número de niños es pues de 50.

8. Copia en tu cuaderno y completa las divisiones

a) $\begin{array}{r} 3845 \\ : 23 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 948 \\ : 23 \\ \hline \end{array}$

154
167
165
4

c) $\begin{array}{r} 1248 \\ : 46 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 447 \\ : 5 \\ \hline \end{array}$

328
27
6

47
89
2

► Pág. 14. 2 Operaciones combinadas

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

2 Operaciones combinadas



CUIDADO

Calcular tiene mucha variedad de leyes matemáticas, no confundas, pues no respetar la prioridad de las operaciones.

Por ejemplo: $3 + 4 \cdot 2$ si se calcula el $3 + 4$ primero se obtiene 22 y si se calcula el producto primero se obtiene 14.

La frase "5 multiplicado por 4 más 6", ¿se refiere a $(5 \times 4) + 6$ o quizás a $5 + 16 + 6$?

La correcta escritura de un cálculo necesita un ordenamiento del uso de paréntesis.

La expresión $(5 \times 4) + 6$ es la suma del producto de 5 por 4 y de 6.

La expresión $5 \times (4 + 6)$ es el producto de 5 por la suma de 4 y 6.

4) Prioridad entre las operaciones

Ante un cálculo con operaciones combinadas debes prestar mucha atención y seguir las reglas siguientes:

- En un cálculo sin paréntesis debes obedecer a la siguiente regla: primero, las acciones de izquierda a derecha, en el sentido de la escritura.
- En un cálculo sin paréntesis en el que figuren multiplicaciones y divisiones, éstas se efectúan antes que las adiciones y sustracciones.
- En un cálculo con paréntesis se comienza calculando el contenido de los paréntesis.
- Cuando en un cálculo haya unos paréntesis dentro de otros se comienza las acciones por los paréntesis más interiores.

EJEMPLO

Calcular: $20 + (3 + 5) : (2 + 4 + 5 - 16 + 11 + 10)$

$$\begin{aligned}
 & 20 + (3 + 5) : (2 + 4 + 5 - 16 + 11 + 10) = \\
 & = 20 + 8 : (2 + 4 + 5 - 16 + 11 + 10) = 20 + 8 : (2 + 4 + 5 - 16 + 11 + 10) = \\
 & = 20 + 8 : 20 = 17
 \end{aligned}$$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La frase inicial: "5 multiplicado por 4 más 6", ¿se refiere a $(5 \times 4) + 6$ o quizás a $5 \times (4 + 6)$? puede crear un debate interesante (competencia lingüística).

Las actividades van encaminadas a resaltar la importancia del orden de prioridad y de los paréntesis.

Incorporamos de forma natural la escritura fraccionaria de un cociente, fuera del tema específico de las fracciones, como consolidación del concepto ya iniciado (¿adquirido?) en 6º de primaria.

SOLUCIONARIO

9. Calcula:

$$\begin{aligned}
 A &= 3 + 4 \times 6 = 27; & B &= 5 \times 4 - 12 = 8; \\
 C &= 5 \times 8 : 20 = 2 & D &= 16 : 2 + 5 \times 8 = 48
 \end{aligned}$$

10. Calcula:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 12 - (3 + 5) = 12 - 8 = 4 \\
 \text{b)} \quad & 4 - 2 \times (8 - 6) = 4 - 2 \times 2 = 4 - 4 = 0 \\
 \text{c)} \quad & 2 + [3 + 5 + (4 + 3) \times 2] = 2 + [8 + 7 \times 2] = \\
 & = 2 + [8 + 14] = 2 + 22 = 24 \\
 \text{d)} \quad & 16 - 3 \times 5 + 13 - (8 - 5) \times 2 = 16 - 15 + 13 - 3 \times 2 = \\
 & = 16 - 15 + 13 - 6 = 8 \\
 \text{e)} \quad & 24 - (3 + 5) + 5 \times 4 : 2 - 2 \times 8 = 24 - 8 + 20 : 2 - 16 = \\
 & = 24 - 8 + 10 - 16 = 10 \\
 \text{f)} \quad & 24 : 8 + 13 - [(6 - 4) \times 5] = 3 + 13 - (2 \times 5) = \\
 & = 16 - 10 = 6 \\
 \text{g)} \quad & 25 - (5 - (7 - 4) + 3 + 4 \times 2) = 25 - (5 - 3) + 3 + 8 = \\
 & = 25 - 2 + 3 + 8 = 34 \\
 \text{h)} \quad & 75 : 5 + 5 - (3 \times 2 + 5) = 15 + 5 - (6 + 5) = \\
 & = 20 - 11 = 9
 \end{aligned}$$

► Pág. 15.

TEMA 1

5) Supresión de paréntesis

- Para suprimir un paréntesis precedido del signo +, se suprime este paréntesis sin modificar su contenido.
- Para suprimir un paréntesis precedido del signo -, se suprime este paréntesis y el signo -, o se cambia de signo todos los términos contenidos en el paréntesis.

EJEMPLO

a) $24 + (16 + 8 + 12) = 24 + 16 + 8 + 12 = 44$
 $b) 28 - (16 + 8 + 12) = 28 - 16 - 8 - 12 = 4$

6) Escritura fraccionaria de un cociente

Escribir $\frac{24}{3+5}$ equivale a escribir $24 : (3 + 5)$. Al igual $\frac{22+18}{3+6}$ equivale a $(22 + 18) : (3 + 6)$.

- En una expresión fraccionaria se efectúan primero las cálculos del numerador y del denominador de aquí se calcula el cociente.

EJERCICIOS

7) Calcula:
 A) $3 + 4 + 5$ B) $9 + 2 + 12$ C) $4 + 5 + 20$ D) $16 + 2 + 9 + 8$

8) Calcula:
 a) $12 + (3 + 5)$ b) $4 - (2 + (8 + 4))$
 c) $2 + 11 + 5 + (9 + 3 + 2)$ d) $16 - 5 + 5 + 15 - (8 - 10 + 2)$
 e) $24 + (3 + 7) + 8 + 4 + (2 + 2 + 8)$ f) $24 + (9 + 11) - (10 + 4 + 5)$
 g) $25 - (5 + 27 + 30 + 3 + 8 + 2)$ h) $75 - 5 + 5 + (3 + 2 + 8)$

9) Calcula las expresiones siguientes para que los cálculos siguientes sean correctos:
 a) $3 + 5 - 4 + 8 = 11$ b) $25 - 10 + 2 = 30$ c) $3 + 5 + 4 + (5 + 10)$
 d) $5 - 8 + 3 + 0 = 0$ e) $30 - 8 + 5 + 8 + (3 + 4)$ f) $14 + 8 + 3 + 2 = 4$

10) Suprima los paréntesis y calcula:
 a) $8 + (12 + 3)$ b) $14 - (9 + 13 + 12)$ c) $15 - (-7 + 10)$ d) $3 + 10 + (15 - 3 + 4)$

11) Calcula las expresiones siguientes:
 A) $\frac{28+4}{3+5}$ B) $\frac{3+5}{7-4}$ C) $\frac{5+8+2}{7+9+2}$ D) $\frac{24-(24-12)}{6}$

11. Coloca los paréntesis necesarios para que los cálculos siguientes sean correctos:

- $3 \times (5 - 4) + 8 = 11$
- $(25 - 1) \times 2 = 30$
- $3 \times (5 + 4) - 11 = 16$
- $(5 - 4) \times 3 + 6 = 9$
- $30 - (6 - 5) + 4 \times 3 = 41$
- $14 : (4 + 3) + 2 = 4$

12. Suprime los paréntesis y calcula:

- $8 + (12 \times 3) = 8 + 12 \times 3 = 8 + 36 = 44$
- $14 - (9 - 15 + 12) = 14 - 9 + 15 - 12 = 8$
- $15 - (-7 + 10) = 15 + 7 - 10 = 12$
- $3 \times 10 + (15 - 3 \times 4) = 3 \times 10 + 15 - 3 \times 4 = 30 + 15 - 12 = 33$

13. Calcula las expresiones siguientes:

- $\frac{28+4}{5+3} = \frac{32}{8} = 4$
- $\frac{3 \times 5}{7-4} = \frac{15}{3} = 5$
- $\frac{5+8 \times 7}{7 \times 9 - 2} = \frac{5+56}{63-2} = \frac{61}{61} = 1$
- $24 - \frac{24}{12} = 24 - \frac{24}{2} = 24 - 12 = 12$

► Pág. 16. 3 Múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Creemos importante hacer hincapié en que el alumno asocie múltiplo con “mayor” y divisor con “menor”. Si un número es múltiplo de otro, el múltiplo es el mayor.

La generación de múltiplos ayuda a admitir de forma natural algunos criterios de divisibilidad.

SOLUCIONARIO

14. Completa con múltiplo o divisor:

- a) 9 es un **divisor** de 54
- b) 9 tiene por **múltiplo** el 54
- c) 18 es un **divisor** de 36
- d) 36 es un **múltiplo** de 4
- e) 88 es un **múltiplo** de 11
- f) 14 es un **divisor** de 56

15. a) Encuentra tres múltiplos de 12.

Por ejemplo: 12; 24 y 36

b) Encuentra tres múltiplos de 7 mayores que 25.

Por ejemplo: 28; 35 y 42.

16. a) Encuentra tres divisores de 40

Por ejemplo: 2; 4 y 8.

b) Encuentra tres divisores de 60 menores que 10.

Por ejemplo: 2; 3 y 5.

17. Encuentra todos los múltiplos de 8 comprendidos entre 30 y 60.

32; 40; 48 y 56.

18. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 2: 132 ; 123 ; 105 ; 502 ; 1004 ; 2006

132; 502; 1004 y 2006 pues terminan en cifra par.

19. Indica si los siguientes números son divisibles por 3: a) 123; b) 103; c) 3434; d) 1011; e) 501.

- a) 123 sí lo es pues $1 + 2 + 3 = 6 = \dot{3}$
- b) 103 no pues $1 + 0 + 3 = 4 \neq \dot{3}$
- c) 3434 no pues $3 + 4 + 3 + 4 = 14 \neq \dot{3}$
- d) 1011 sí lo es pues $1 + 0 + 1 + 1 = 3 = \dot{3}$
- e) 501 sí lo es pues $5 + 0 + 1 = 6 = \dot{3}$

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

3 Múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad

El 3, 6, 9 y 12 son números naturales que se obtienen al sumar 3 tantas veces como queramos. Por ejemplo: $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$, etc.

Como $105 = 35 \times 3$, podemos decir que 105 es múltiplo de 35 o de 3. También se puede decir que 35 y 3 son divisores de 105.

EJERCICIOS

- Completa con múltiplo o divisor:
 - a) 9 es un de 54
 - b) 9 tiene por el 54
 - c) 18 es un de 36
 - d) 36 es un de 4
 - e) 88 es un de 11
 - f) 14 es un de 56
- Encuentra tres múltiplos de 12.
 - a) Encuentra tres divisores de 40
 - b) Encuentra tres divisores de 60 menores que 10
- Encuentra todos los múltiplos de 8 comprendidos entre 30 y 60.
- Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 2: 132 ; 123 ; 105 ; 502 ; 1004 ; 2006
- Indica si los siguientes números son divisibles por 3: a) 123; b) 103; c) 3434; d) 1011; e) 501.

Los reglas que permiten determinar si un número es divisible por otro se llaman **criterios de divisibilidad**. Los más utilizados son los siguientes:

El número es divisible por	Criterio
2	termina en 0 o en cifra par
3	la suma de sus cifras es múltiplo de 3
4	termina en 00 o 04
5	termina en 0 o 5
6	termina en 0
11	la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugares impares y la que ocupan lugares pares es 0 o múltiplo de 11
4 o 12	son los mismos criterios que para 2 o 3, respectivamente

20. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 5 : 100 ; 45 ; 80 ; 125 ; 502 ; 258

100; 45; 80 y 125 pues terminan en 0 o en 5.

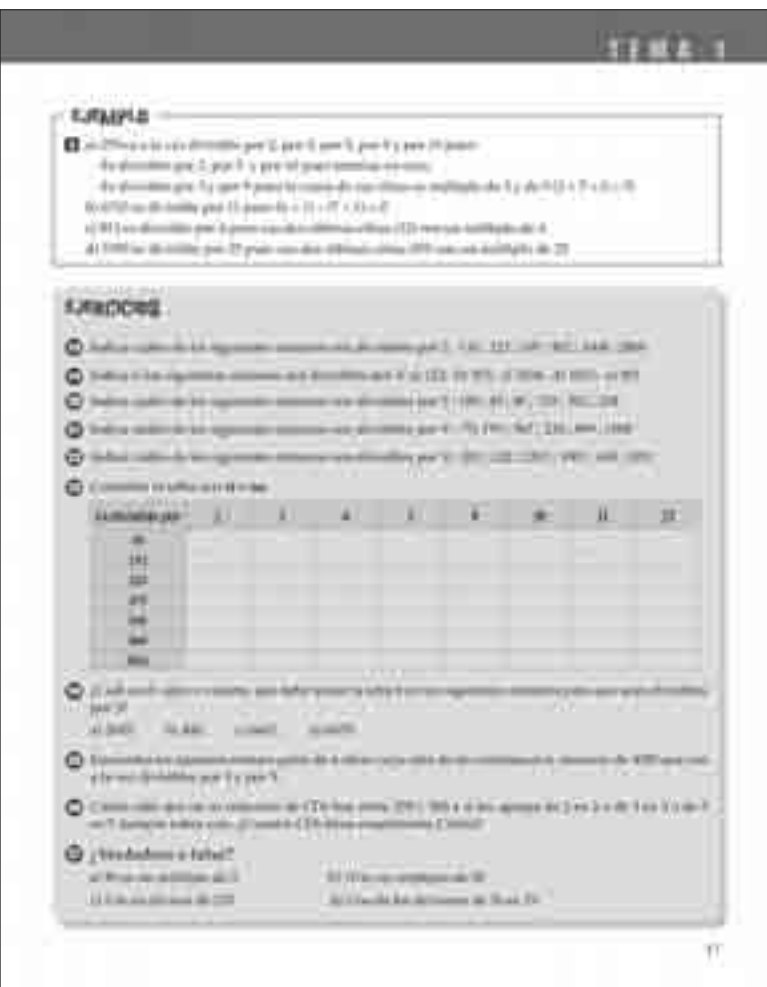
21. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 9 : 79; 199 ; 567 ; 234 ; 909; 1008

79 no lo es pues $7 + 9 = 16 \neq \dot{9}$
 199 no lo es pues $1 + 9 + 9 = 19 \neq \dot{9}$
 567 sí lo es pues $5 + 6 + 7 = 18 = \dot{9}$
 234 sí lo es pues $2 + 3 + 4 = 9 = \dot{9}$
 909 sí lo es pues $9 + 0 + 9 = 18 = \dot{9}$
 1008 sí lo es pues $1 + 0 + 0 + 8 = 9 = \dot{9}$

22. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 11: 202 ; 220 ; 2323 ; 1001 ; 649; 2011

202 no lo es pues $(2 + 2) - (0) = 4 \neq 0$ y $\neq 11$
 220 sí lo es pues $(2 + 0) - (2) = 0$
 2323 no lo es pues $(3 + 3) - (2 + 2) = 2 \neq 0$ y $\neq 11$
 1001 sí lo es pues $(1 + 0) - (1 + 0) = 0$
 649 sí lo es pues $(6 + 9) - 4 = 11 = \dot{11}$
 2011 no lo es pues $(1 + 0) - (1 + 2) = -2 \neq 0$ y $\neq 11$

► Pág. 17.



23. Completa la tabla con si o no:

Es divisible por	2	3	4	5	9	10	11	25
35	No	No	No	Si	No	No	No	No
132	Sí	Sí	Sí	No	No	No	Sí	No
225	No	Sí	No	Sí	Sí	No	No	Sí
275	No	No	No	Sí	No	No	Sí	Sí
546	Sí	Sí	No	No	No	No	No	No
880	Sí	No	Sí	No	No	Sí	Sí	No
2012	Sí	No	Sí	No	No	No	No	No

24. ¿Cuál es el valor, o valores, que debe tomar la letra b en los siguientes números para que sean divisibles por 3?

- $2b45$ para que sea $\dot{3} \Rightarrow 11 + b = \dot{3} \Rightarrow b$ puede ser 1, 4 y 7.
- $40b$ para que sea $\dot{3} \Rightarrow 4 + b = \dot{3} \Rightarrow b$ puede ser 2, 5 y 8
- $6b47$ para que sea $\dot{3} \Rightarrow 17 + b = \dot{3} \Rightarrow b$ puede ser 1, 4 y 7.

- $b678$ para que sea $\dot{3} \Rightarrow 21 + b = \dot{3} \Rightarrow b$ puede ser 3, 6 y 9.

25. Encuentra los números enteros pares de 4 cifras cuya cifra de las centenas es 6, menores de 3000 que son a la vez divisibles por 3 y por 5.

Los números tienen que ser de la forma $16x0$ y $26x0$.

Para el $16x0 \Rightarrow 1 + 6 + x = \dot{3} \Rightarrow 7 + x = \dot{3} \Rightarrow x$ puede ser 2, 5 y 8.

Para el $26x0 \Rightarrow 2 + 6 + x = \dot{3} \Rightarrow 8 + x = \dot{3} \Rightarrow x$ puede ser 1, 4 y 7.

Luego los números son: 1620, 1650, 1680, 2610, 2640 y 2670.

26. Carlos sabe que en su colección de CDs hay entre 250 y 300 y si los agrupa de 2 en 2 o de 3 en 3 o de 5 en 5 siempre sobra uno. ¿Cuántos CDs tiene exactamente Carlos?

Por estar comprendido entre 250 y 300, y ser múltiplo de 5 más uno, tiene que ser de la forma $2x1$.

$2x1$ por ser múltiplo de 3 más 1 $\Rightarrow 2 + x + 1 = \dot{3} \Rightarrow 2 + x = \dot{3} \Rightarrow x$ puede ser 1, 4 y 7 $\Rightarrow$ los números son 211, 241 y 271 y el que cumple la primera condición es el 271. Carlos tiene 271 CDs.

27. ¿Verdadero o falso?

- 80 es un múltiplo de 5. Verdadera pues $80 = 16 \times 5$
- 10 es un múltiplo de 50. Falsa. 10 es un divisor de 50
- 9 es un divisor de 270. Verdadera pues $270 = 30 \times 9$
- Uno de los divisores de 76 es 19. Verdadera pues $76 = 19 \times 4$

► Pág. 18. 4 Números primos y compuestos

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

4 Números primos y compuestos

Un número es primo si solo es divisible por 1 y por sí mismo.
 Un número que tiene más divisores que el número 1 y el mismo es un número compuesto.
 El número 1 no se considera ni primo ni compuesto.

El número 11 es primo porque no tiene más divisores que el 11 y el 1.
 El número 15 es compuesto porque tiene como divisores a 1, 3, 5, y 15.

Descomposición en producto de factores primos

El número 10 se puede escribir como 2×5 , el 15 como 3×5 , y 18 como $2 \times 3 \times 3$. Los productos 2×5 , 3×5 y $2 \times 3 \times 3$ se dice que son la descomposición en factores primos de los números 10, 15, y 18 respectivamente.

Para encontrar la descomposición en factores primos del número 18 nos ayudamos del siguiente esquema:

18	2	9	3
9	3	3	3
3	3	3	3
1	1	1	1

Es el número de la columna de la izquierda el que se divide por el número de la columna de la derecha. El resultado de la división es el número de la columna de la izquierda de la siguiente fila.

EJERCICIO

Obtén la descomposición factorial de los números: a) 20, b) 36, c) 50, d) 120, e) 180

Cálculo de todos los divisores de un número

Para hallar todos los divisores de un número tienes que empezar en todos los números comprendidos entre la unidad y la mitad del número con o sin divisores del mismo. La mitad de un número es el último divisor que debes probar.

Si tienes la descomposición en factores primos del número, el cálculo de sus divisores se simplifica como se ve en el siguiente ejemplo.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Los números primos ya se citan en la presentación del tema (Criba de Eratóstenes). Aquí se definen y se incorporan a la tarea cotidiana (competencia cultural y artística).

Creemos que es bueno que el alumno acuda siempre que lo necesite a la tabla de los primeros números primos.

SOLUCIONARIO

28. Obtén la descomposición factorial de los números:

a)
$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 20 = 2^2 \times 5$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 36 = 2^2 \times 3^2$$

c)
$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 50 = 2 \times 5^2$$

d)
$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

e)
$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

► Pág. 19.

TEMA 1

EJEMPLO

1 Calcula los divisores de 30.

A) Sin descomponer el número.

Podemos ver que 30 es divisible por 1 y por 30, pero además:

$$30 : 2 = 15; 30 : 3 = 10; 30 : 4 = 7,5; 30 : 5 = 6; 30 : 6 = 5; 30 : 10 = 3; 30 : 15 = 2$$

Como en la última división el divisor es 15 (la mitad de 30), ya no es necesario hacer más divisiones y así podemos escribir los divisores de 30 que son: $D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

B) Descomponiendo el número.

$$\begin{array}{r} 30 : 2 \\ 15 : 3 \\ 5 : 5 \\ 1 \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

Los divisores 6, 10, 15 y 30 se obtienen de las diferentes producciones de los números 2, 3 y 5.

EJERCICIO

Halla todos los divisores de los números siguientes:

a) 32; b) 50; c) 25; d) 80; e) 65; f) 110; g) 200.

La criba de Eratóstenes

La criba de Eratóstenes es una forma de determinar números primos.

Si escribimos, por ejemplo, los 100 primeros números naturales y vamos tachando, a partir del 2 todas las números pares, a partir del 3 los múltiplos de 3 y así sucesivamente, obtenemos una tabla con los números primos menores que 100.

Eratóstenes utilizó esta tabla de criba para encontrar los números primos y así agilizaba los cálculos matemáticos. Con la criba de Eratóstenes se puede encontrar los números primos hasta un número determinado.

EJERCICIOS

1. Si disponemos de 60 sillas, de cuántas maneras pueden colocarse en filas y columnas, sin que sobre ni falte ninguna? ¿Y si fuesen 61? ¿Por qué?

2. Halla el factor primo de los siguientes números: a) 117; b) 127; c) 119; d) 179; e) 221.

29. Halla todos los divisores de los números siguientes: a) 32; b) 50; c) 25; d) 80; e) 65; f) 110; g) 200.

- a) $\text{Div}(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$
- b) $\text{Div}(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$
- c) $\text{Div}(25) = \{1, 5, 25\}$
- d) $\text{Div}(80) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80\}$
- e) $\text{Div}(65) = \{1, 5, 13, 65\}$
- f) $\text{Div}(110) = \{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$
- g) $\text{Div}(200) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, 50, 100, 200\}$

30. Si disponemos de 60 sillas, de cuántas maneras pueden colocarse, en filas y columnas, sin que sobre ni falte ninguna? ¿Y si fuesen 61? ¿Por qué?

Con 60 sillas:

filas	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
col.	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1

Con 61 sillas no se puede pues 61 es primo.

31. Indica si los siguientes números son primos o compuestos: a) 157; b) 127; c) 119; d) 179; e) 221.

- a) 157 es primo
- b) 127 es primo
- c) 119 es compuesto. $119 = 7 \times 17$
- d) 179 es primo
- e) 221 es compuesto $221 = 13 \times 17$

► Pág. 20. **5** El mayor de los divisores comunes (m.c.d.)

LOS NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

5 El mayor de los divisores comunes (m.c.d.)

Se un número A se divide a la vez de los números p y q se dice que A es un divisor común de p y q .

El mayor de los divisores comunes de dos o más números se denomina **mayor divisor común** (m.c.d.).

RESOLUCIÓN PRÁCTICA | El número común divisor de dos o más números se obtiene descomponiendo en sus factores primos y calculando el producto de los factores comunes elevados a los menores potencias.

Si el m.c.d. de dos números es 1, decimos que dichos números son **primos entre sí**.

Observa que 6 y 8 no son números primos, ya ambos se tienen divisores comunes, excepto el 1, por eso 6 y 8 son primos entre sí.

EJEMPLOS

1 Calcula el m.c.d. de 45 y 60.

Primero descomponemos en producto de factores primos los números 45 y 60:

$$\begin{array}{l} 45 : 3 \\ 15 : 3 \\ 5 : 5 \\ 1 \end{array} \quad 45 = 3^2 \times 5 \quad \begin{array}{l} 60 : 2 \\ 30 : 2 \\ 15 : 3 \\ 5 : 5 \\ 1 \end{array} \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad \text{m.c.d.}(45, 60) = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

2 Disponemos de dos cajas una con 12 manzanas de la variedad Fuji y otra con 18 manzanas de la variedad Golden Delicious respectivamente. Si queremos hacer paquetes con el mayor número de manzanas de la misma variedad, ¿cuántas podrá poner en cada paquete? ¿cuántos paquetes obtendrás?

Primero descomponemos el 12 y el 18 en producto de factores primos:

$$\begin{array}{l} 12 : 2 \\ 6 : 2 \\ 3 : 3 \\ 1 \end{array} \quad 12 = 2^2 \times 3 \quad \begin{array}{l} 18 : 2 \\ 9 : 3 \\ 3 : 3 \\ 1 \end{array} \quad 18 = 2 \times 3^2$$

El número común divisor es 6, luego haremos paquetes de 6 manzanas cada uno y podremos hacer 2 paquetes con manzanas Fuji y 3 paquetes con Golden Delicious, en total tendremos 5 paquetes de manzanas.

EJERCICIOS

31 Calcula mentalmente el m.c.d. de: a) 8 y 12; b) 16 y 40; c) 10 y 20; d) 24 y 36; e) 6, 12 y 15.

32 Halla el m.c.d. de los números: a) 16 y 24; b) 12, 20 y 24; c) 27, 90; d) 15 y 28. ¿En alguno de los casos los números son primos entre sí?

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Incidir en el concepto: “el más grande de los divisores comunes”

Se pretende que el alumno admita que se obtiene un número menor o igual al más pequeño de los que intervienen.

Un primer cálculo “de cabeza” en situaciones muy concretas y previamente preparadas ayuda a consolidar el concepto

SOLUCIONARIO

32. Calcula mentalmente el m.c.d. de: a) 8 y 12; b) 16 y 40; c) 10 y 20; d) 24 y 36; e) 6, 12, y 15

- a) m.c.d. (8, 12) = 4
b) m.c.d. (16, 40) = 8
c) m.c.d. (10, 20) = 10
d) m.c.d. (24, 36) = 12
e) m.c.d. (6, 12, 15) = 3

33. Halla el m.c.d. de los números: a) 16 y 24; b) 12, 20 y 24; c) 27, 90; d) 15 y 28. ¿En alguno de los casos los números son primos entre sí?

- a) como $16 = 2^4$ y $24 = 2^3 \times 3$
m.c.d. (16, 24) = $2^3 = 8$
- b) $12 = 2^2 \times 3$
 $20 = 2^2 \times 5$
 $24 = 2^3 \times 3$ } m.c.d. (12, 20, 24) = $2^2 = 4$
- c) $27 = 3^3$
 $90 = 3^2 \times 2 \times 5$ } m.c.d. (27, 90) = $3^2 = 9$
- d) $15 = 3 \times 5$
 $28 = 2^2 \times 7$ } m.c.d. (15, 28) = 1.
- Por tanto 15 y 28 son primos entre sí.

► Pág. 21. 6 El menor de los múltiplos comunes (m.c.m.)

TEMA 1

6 El menor de los múltiplos comunes (m.c.m.)

Si A es un múltiplo de x y y es el menor de los números p y q se dice que A es un múltiplo común de p y q .

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números se llama **múltiplo común** (m.c.m.).

El número común múltiplo de dos o más números se obtiene descomponiendo en sus factores primos y elevando al máximo de los factores comunes y no comunes elevados a los máximos exponentes.

REGLA PRÁCTICA

EJEMPLOS

1 Halla el m.c.m. de 15, 25 y 30.

La factorización de los números es:

$$\begin{array}{l} 15 = 3 \times 5 \\ 25 = 5^2 \\ 30 = 2 \times 3 \end{array}$$

Por tanto m.c.m. (15, 25, 30) = $2 \times 3 \times 5^2 = 150$.

Nota: que hemos cogido el factor común, que es 5, elevado al máximo exponente, 5², y luego los factores no comunes que son el 2 y el 3; el producto de todos ellos, $2 \times 3 \times 5^2$, es el número común múltiplo.

2 En el atletismo "El record" los ciclistas Alberto y Juan realizan una práctica de entrenamiento. El primero da una vuelta completa en 6 segundos y el segundo en 10 segundos. Suponiendo que comienzan el entrenamiento a la vez, ¿cuál es el menor tiempo necesario para que los dos ciclistas coincidan en la línea de meta por primera vez después de la salida?

Alberto pasa por meta cada 6 segundos y Juan cada 10 segundos, luego volverán a coincidir en un número de segundos múltiplo de ambos o la primera vez será el múltiplo común más pequeño, como el m.c.m.

Factorizamos: $\begin{array}{l} 6 = 2 \times 3 \\ 10 = 2 \times 5 \end{array}$ m.c.m. (6, 10) = $2 \times 3 \times 5 = 30$.

A los 30 segundos volverán a coincidir en la meta. Alberto habrá dado 5 vueltas y Juan 3.

EJERCICIOS

33 Calcula mentalmente el m.c.m. de:

a) 3 y 8 b) 4 y 6 c) 5 y 6 d) 20 y 30 e) 300 y 400

34 Halla el m.c.m. de los números: a) 10 y 12; b) 8, 12 y 20; c) 6, 9 y 24.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Incidir en el concepto: "el más pequeño de los múltiplos comunes".

Se pretende que el alumno admita que se obtiene un número igual o mayor al más grande de los que intervienen.

No consideramos necesario el cálculo de un m.c.m. cuando el resultado sea excesivamente alto y/o de poco interés para el alumno.

SOLUCIONARIO

34. Calcula mentalmente el m.c.m. de:

a) 3 y 4; m.c.m.(3, 4) = 12

b) 4 y 8; m.c.m. (4, 8) = 8

c) 3, 4 y 6; m.c.m. (3, 4, 6) = 12

d) 20 y 30; m.c.m.(20, 30) = 60

e) 300 y 400; m.c.m. (300, 400) = 1200

35. Halla el m.c.m. de los números: a) 10 y 12; b) 8, 12 y 20; c) 6, 9 y 24.

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 10 = 2 \times 5 \\ \quad 12 = 2^2 \times 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (10, 12)} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 8 = 2^3 \\ \quad 12 = 2^2 \times 3 \\ \quad 20 = 2^2 \times 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (8, 12, 20)} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

$$\left. \begin{array}{l} c) \ 6 = 2 \times 3 \\ \quad 9 = 3^2 \\ \quad 24 = 2^3 \times 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (6, 9, 24)} = 3^2 \times 2^3 = 72$$

► **Pág. 24. Ejercicios**

[illegible]

SOLUCIONARIO

36. Esta tabla está incompleta, pero las sumas totales de las filas (menos la de la última) y de las columnas los tienes en rojo. Calcula la suma de la última fila.

2	3	3	8	5	3	24
5	2	6	6	6	2	27
6	2	8	7	1	6	30
1	7	1	2	5	5	21
8	9	5	5	8	7	42
7	1	2	1	7	4	22
29	24	25	29	32	27	

37. Completa «mentalmente» las igualdades siguientes:

- a) $16 - 9 = 7$; b) $25 - 13 = 12$;
c) $19 - 8 = 11$; d) $100 - 46 = 54$;
e) $223 - 100 = 123$; f) $86 - 84 = 2$

38. En las igualdades siguientes, x representa un número natural. Hállalo.

- a)** $123 + x = 151 \Rightarrow x = 151 - 123 = 28$
b) $x - 208 = 125 \Rightarrow x = 125 + 208 = 333$
c) $16 + x = 437 \Rightarrow x = 437 - 16 = 421$
d) $347 - x = 347 \Rightarrow x = 0$

39. Encuentra las cifras que faltan:

$$\begin{array}{r} 123456 \\ + 352920 \\ \hline 476376 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 225623 \\ + 104028 \\ \hline 329651 \end{array}$$

40. Mismo ejercicio:

$$\begin{array}{r} 3241 \\ - 371 \\ \hline 2870 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1009 \\ - 542 \\ \hline 467 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1997 \\ - 108 \\ \hline 188 \end{array}$$

41. Escribe dos divisiones exactas en las que el dividendo sea 65.

$$\begin{array}{r} 65 \overline{) 5} \\ 15 \quad 13 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \overline{) 13} \\ 0 \quad 5 \end{array}$$

42. De las divisiones siguientes indicar cuáles son exactas.

a) $1240 \overline{) 40}$ b) $12345 \overline{) 15}$ c) $12345 \overline{) 75}$

$$\begin{array}{r} 040 \quad 31 \\ 0 \\ \hline \text{Exacta} \end{array} \quad \begin{array}{r} 034 \quad 823 \\ 45 \\ 0 \\ \hline \text{Exacta} \end{array} \quad \begin{array}{r} 484 \quad 164 \\ 345 \\ 45 \\ \hline \text{No exacta} \end{array}$$

43. a) Realiza las siguientes divisiones enteras:

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 12} \\ 85 \quad 27 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2417 \overline{) 53} \\ 297 \quad 45 \\ \hline 32 \end{array}$$

b) Expresa el dividendo en función del divisor, el cociente y el resto.

$$325 = 12 \times 27 + 1; \quad 2417 = 53 \times 45 + 32$$

44. a) A partir de la igualdad $281 = 23 \cdot 12 + 5$ escribe una división en la que aparezcan los cuatro números.

b) ¿Hay otra división?

a) $281 \overline{) 23}$ b) $281 \overline{) 12}$

$$\begin{array}{r} 51 \quad 12 \\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \quad 23 \\ 5 \\ \hline \end{array}$$

45. Completa la siguiente tabla:

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto	Relación
561	18	31	3	$561 = 18 \times 31 + 3$
463	3	154	1	$463 = 3 \times 154 + 1$
471	8	58	7	$471 = 8 \times 58 + 7$
628	32	19	20	$628 = 32 \times 19 + 20$

46. Calcula:

- a) $34 + 123 + 17 = 174$
 b) $25 - 12 - 4 + 36 = 45$
 c) $23 - 13 + 71 - 29 = 52$
 d) $213 + 107 + 25 - 75 - 8 = 262$

47. Calcula mentalmente:

- a) $2 \times 3 \times 4 = 24$
 b) $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$
 c) $3 \times 5 \times 2 \times 4 = 120$
 d) $10 \times 4 \times 2 \times 100 = 8000$

48. Calcula:

- a) $3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$
 b) $3 + 2 \times 5 = 3 + 10 = 13$
 c) $8 : 2 + 5 = 4 + 5 = 9$
 d) $5 + 8 : 2 = 5 + 4 = 9$
 e) $3 \times 2 + 10 : 5 = 6 + 2 = 8$
 f) $3 \times 5 - 2 \times 4 = 15 - 8 = 7$
 g) $8 + 2 \times 3 - 5 = 8 + 6 - 5 = 9$
 h) $13 - 10 : 2 + 2 \times 3 = 13 - 5 + 6 = 14$

49. Calcular:

- a) $131 - (83 + 28) = 131 - 111 = 20$
 b) $46 + (26 - 16) - (37 + 12) = 46 + 10 - 49 = 7$
 c) $(25 - 1) - (13 - 12) + 8 = 24 - 1 + 8 = 31$
 d) $5 - (3 + (8 - 6) - 1) + 4 = 5 - (3 + 2 - 1) + 4 = 5 - 4 + 4 = 5$

50. Coloca paréntesis para que las igualdades sean ciertas:

- a) $20 - (8 + 4) = 8$ b) $3 \times 2 - (4 + 1) = 1$
 c) $3 \times (2 + 4 - 1) = 15$ d) $2 + 3 \times (4 + 2) = 20$

51. Mismo ejercicio.

- a) $4 : (12 : (3 + 3)) = 2$ b) $3 \times (2 + 1 + 9) = 36$
 c) $(10 + 6) : 2 \times 5 = 40$ d) $(20 : 4 - 5) \times 10 = 0$

► Pág. 25.

TEMA 1

1. Calcula:

a) $10 : 2 + 4 - (8 + 2) = 5 \times 4 - 10 = 20 - 10 = 10$

b) $20 : (4 \times 5) \times 12 : 3 = 20 : 20 \times 12 : 3 = 1 \times 12 : 3 = 4$

c) $(64 : 8 + 2) \times (2 \times 7 - 4) = (8 + 2) \times (14 - 4) = 10 \times 10 = 100$

d) $[14 - (3 \times 5 - 11)] : 5 = [14 - (15 - 11)] : 5 = [14 - 4] : 5 = 10 : 5 = 2$

2. Calcula:

a) $8 \times (2 + 5) + 7 \times 2 = 8 \times 7 + 14 = 56 + 14 = 70$

b) $25 + (3 \times 4) - 2 \times (7 - 3) = 25 + 12 - 8 = 29$

c) $125 : (25 \times 5) + 40 \times 2 = 125 : 125 + 80 = 1 + 80 = 81$

3. Calcula:

a) $12 - 8 \times 10 : 3 + 2 \times 100 : 3 + 10 = 12 - 80 + 66 + 33 + 10 = 101$

b) $100 - 10 \times 3 + 4 \times 20 + 2 \times 7 + 40 = 100 - 30 + 80 + 14 + 40 = 204$

c) $17 \times 3 \times 5 + 2 \times 120 + 8 \times 3 = 255 + 240 + 24 = 519$

4. Calcula:

a) $4 \times 3 + 5 \times 10 = 12 + 50 = 62$

b) $100 - (11 \times 3 + 2 \times 90) + 8 \times 115 : 2 + 10 = 100 - (33 + 180) + 470 + 10 = 287$

c) $12 \times 10 : 3 + 4 \times 2 \times 10 = 40 + 80 = 120$

5. En las expresiones siguientes se han aplicado las propiedades distributivas, indica las igualdades falsas:

a) $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$ (Verdadero)

b) $10 \times (11 \times 10) = (11 \times 10) \times 10$ (Verdadero)

c) $10 \times 11 + 11 \times 12 = 11 \times (10 + 12)$ (Verdadero)

d) $11 \times (12 + 13) = 11 \times 12 + 11 \times 13$ (Verdadero)

e) $12 \times 30 = 4 \times 6 + 2 \times 2 \times 6$ (Falso)

6. Suprimen los paréntesis y luego calcula:

a) $2 \times 3 + (4 \times 2) - 4 \times 5 = 6 + 8 - 20 = -6$

b) $20 + (11 \times 5 \times 3 + 10 \times 8) = 20 + 155 + 80 = 255$

c) $14 \times 11 : 4 \times 30 = (14 \times 30) : 4 = 105$

d) $12 \times 9 + 10 : 10 : 3 \times 8 \times 9 : 3 = 108 + 1 = 109$

7. Escribe una igualdad que relacione los números a, b, c y d y que sea cierta para todos los días de la vida humana:

a	b	c	d
10	5	-4	-3
100	9	-5	11
10	8	-5	6
-10	-5	-4	7
100	-9	-2	-10

8. En la expresión siguiente, indica "se ha hecho" o "no se ha hecho" poniendo un signo:

a) $10 \times 10 = 100$ (Se ha hecho)

b) $100 : 10 = 10$ (Se ha hecho)

c) $10 + 10 = 20$ (Se ha hecho)

d) $10 - 10 = 0$ (Se ha hecho)

9. Muestra un ejemplo de:

a) $10 \times 10 = 100$ (Se ha hecho)

b) $100 : 10 = 10$ (Se ha hecho)

c) $10 + 10 = 20$ (Se ha hecho)

d) $10 - 10 = 0$ (Se ha hecho)

10. Muestra un ejemplo de:

a) $10 \times 10 = 100$ (Se ha hecho)

b) $100 : 10 = 10$ (Se ha hecho)

c) $10 + 10 = 20$ (Se ha hecho)

d) $10 - 10 = 0$ (Se ha hecho)

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

1. Verdadero o falso?

a) 10 es un múltiplo de 5. (Verdadero)

b) 100 es divisible por 11. (Falso)

c) 100 es un múltiplo de 7. (Falso)

d) 10 es un múltiplo de 10. (Verdadero)

e) 10 es divisible de 10. (Verdadero)

f) 100 es múltiplo de 10. (Verdadero)

2. Completa la tabla con el número:

Es divisible por	2	3	4	5	6	11
100						
1000						
10000						
100000						

3. Halla una división de:

a) $100 : 10 = 10$

b) $1000 : 100 = 10$

c) $10000 : 1000 = 10$

d) $100000 : 10000 = 10$

52. Calcular:

- a) $10 : 2 \times 4 - (8 + 2) = 5 \times 4 - 10 = 20 - 10 = 10$
- b) $20 : (4 \times 5) \times 12 : 3 = 20 : 20 \times 12 : 3 = 1 \times 12 : 3 = 4$
- c) $(64 : 8 + 2) \times (2 \times 7 - 4) = (8 + 2) \times (14 - 4) = 10 \times 10 = 100$
- d) $[14 - (3 \times 5 - 11)] : 5 = [14 - (15 - 11)] : 5 = [14 - 4] : 5 = 10 : 5 = 2$

53. Calcular:

- a) $3 \times (2 + 1) + 5 \times 2 = 3 \times 3 + 10 = 9 + 10 = 19$
- b) $((3 \times 2 + 1) + 5) \times 2 = (7 + 5) \times 2 = 12 \times 2 = 24$
- c) $25 : (3 + 2) - 2 \times (7 - 5) = 25 : 5 - 2 \times 2 = 5 - 4 = 1$
- d) $125 : (25 \times (5 - 4)) + 25 = 125 : 25 + 25 = 5 + 25 = 30$

54. Calcular:

- a) $(12 - 3 \times 2) : 3 + 5 - (18 - 3 \times 5) = 6 : 3 + 5 - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$
- b) $20 - (6 \times 3 - 6 + 3) + 3 \times 7 - 10 = 20 - (18 - 6 + 3) + 21 - 10 = 20 - 15 + 21 - 10 = 16$
- c) $26 - 28 : (4 + 3) \times 3 + 12 - 6 \times 3 = 26 - 28 : 7 \times 3 + 12 - 18 = 26 - 4 \times 3 + 12 - 18 = 26 - 12 + 12 - 18 = 8$
- d) $17 - 3 \times 5 + 7 - (24 + 3 - 5 \times 4) = 17 - 15 + 7 - (24 + 3 - 20) = 17 - 15 + 7 - 7 = 2$

55. Calcular:

- a) $4 + 3 \times 5 + 10 \times 2 : 5 - 6 \times 3 + 7 = 4 + 15 + 20 : 5 - 18 + 7 = 4 + 15 + 4 - 18 + 7 = 12$
- b) $10 - (13 - 5 \times 2 + 40 : 8) + 3 \times (15 - 2 \times 6) - 6 = 10 - (13 - 10 + 5) + 3 \times (15 - 12) - 6 = 10 - (8) + 9 - 6 = 5$

$$= 10 - 8 + 3 \times 3 - 6 = 10 - 8 + 9 - 6 = 5$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2 \times 16 : 8 - 2 + 3 \times 5 - (36 : 2 : 9 \times 3 - 4) &= \\ = 32 : 8 - 2 + 15 - (18 : 9 \times 3 - 4) &= \\ = 4 - 2 + 15 - (2 \times 3 - 4) &= 4 - 2 + 15 - 2 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 19 - 3 \times 5 + 4 - 2 \times 3 - (14 + 3 - 5 \times 3) &= \\ = 19 - 15 + 4 - 6 - (14 + 3 - 15) &= \\ = 19 - 15 + 4 - 6 - 2 &= 0 \end{aligned}$$

56. En las siguientes igualdades se ha aplicado la propiedad distributiva, señala las igualdades falsas.

a) $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$

b) $21 \times 32 + 32 \times 17 = 32 \times (21 + 17)$

c) $21 \times 21 + 21 \times 12 = 12 \times (21 + 21)$

d) $21 \times (12 - 4) = 12 \times 21 - 4 \times 21$

e) $(2 + 3) \times 4 = 4 \times 2 + 2 \times 4$

Las igualdades c y e son falsas.

57. Suprime los paréntesis y luego calcula:

a) $2 \times 8 - (4 + 23 - 6 \times 3) = 2 \times 8 - 4 - 23 + 6 \times 3 = 16 - 4 - 23 + 18 = 7$

b) $26 + (13 - 5 \times 3 + 48 : 8) = 26 + 13 - 5 \times 3 + 48 : 8 = 26 + 13 - 15 + 6 = 30$

c) $(5 + 11 - 4 \times 3) - (15 - 2 \times 6) = 5 + 11 - 4 \times 3 - 15 + 2 \times 6 = 5 + 11 - 12 - 15 + 12 = 1$

d) $12 + 5 - (6 - 24 : 2 - 9 \times 3 - 4) = 12 + 5 - 6 + 24 : 2 + 9 \times 3 + 4 = 12 + 5 - 6 + 12 + 27 + 4 = 54$

58. Descubre una igualdad que relacione los números a, b, c y d y que sea cierta para todas las filas de la tabla siguiente:

a	b	c	d
35	5	1	6
120	8	3	12
54	6	5	4
45	5	4	5
108	9	2	10

$$a : b - c = d$$

59. a) Escribe el siguiente cálculo “en línea” (deberás utilizar paréntesis).

$$(24 + 16) \times (12 + 3) = 40 \times 15 = 600$$

b) Halla R

$$R = 600$$

60. Mismo ejercicio:

a) $5 + (39 - 24) \times 4 = 5 + 15 \times 4 = 5 + 60 = 65$

b) $R = 65$

61. Mismo ejercicio:

a) $(38 - 13) \times (5 + 3) - 145 = 25 \times 8 - 145 = 200 - 145 = 55$

b) $R = 55$

62. ¿Verdadero o falso?

a) Falso pues $5 + 9 = 14 \neq 9$

b) Falso pues $(1 + 1) - 1 = 1 \neq 11$

c) Verdadero pues 145 termina en 5

d) Verdadero pues $8 + 1 = 9$

e) Verdadero pues $12 \times 12 = 144$

f) Verdadero pues $12 \times 12 = 144$

63. Completa la tabla con sí o no.

Es divisible por	2	3	4	5	9	11
327	No	Sí	No	No	No	No
1032	Sí	Sí	Sí	No	No	No
990	Sí	Sí	No	Sí	Sí	Sí
2011	No	No	No	No	No	No
9270	Sí	Sí	No	Sí	Sí	No

64. Halla tres divisores de:

a) 45; b) 375; c) 540; d) 999

a) Por ejemplo 3; 5 y 9

b) Por ejemplo 3; 5 y 15

c) Por ejemplo 2; 4 y 5

d) Por ejemplo 3; 9 y 111

69. ¿Cuál es el valor que debe tomar la letra b para que los números siguientes sean múltiplos de 3?

- a) En $30b : b = 0, 3, 6, 9$
- b) En $4b80 : b = 0, 3, 6, 9$
- c) En $b560 : b = 1, 4, 7$
- d) En $103b : b = 2, 5, 8$
- e) En $7b02 : b = 0, 3, 6, 9$
- f) En $b0 : b = 3, 6, 9$

70. ¿Cuál es el valor que debe tomar la letra a para que los números siguientes sean múltiplos de 11?

- a) En $23a2 : a = 3$
- b) En $a893 : a = 2$
- c) En $67a0 : a = 1$
- d) En $4a21 : a = 5$
- e) En $aa77 : a = 1, 2, \dots, 9$
- f) En $123a : a = 2$

71. Los números que terminan en cero son divisibles por 10. Considerando que $10 = 2 \times 5$, ¿qué dos criterios cumplen, a la vez, los números múltiplos de diez? ¿Por qué?

Que son divisibles por 2 y por 5.

72. Escribe cinco números que sean divisibles por 3 pero no lo sean por 2.

9, 15, 21, 27, 33 (por ejemplo)

73. Escribe cuatro números que sean múltiplos de 11 y de 5 a la vez.

55, 110, 165, 220, 275 (entre otros)

74. ¿Se pueden distribuir 22 tornillos en cajas que contengan cada una igual número de tornillos? En caso afirmativo indica todas las formas posibles. ¿Y si fuesen 23 tornillos?

N.º cajas	1	2	11
N.º tornillos	22	11	2

Si fueran 23 tornillos sólo se podría hacer en una caja con 23 tornillos.

75. Halla el m.c.d. de los siguientes números.

- a) $35 = 5 \times 7$
 $70 = 5 \times 7 \times 2$ } m.c.d. (35, 70) = $5 \times 7 = 35$
- b) $80 = 2^4 \times 5$
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ } m.c.d. (80, 120) = $2^3 \times 5 = 40$
- c) $50 = 2 \times 5^2$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ } m.c.d. (50, 90) = $2 \times 5 = 10$
- d) $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 $125 = 5^3$ } m.c.d. (150, 125) = $5^2 = 25$

- e) $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
 $88 = 2^3 \times 11$ } m.c.d. (220, 88) = $2^2 \times 11 = 44$
- f) $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 $190 = 2 \times 5 \times 19$ } m.c.d. (180, 190) = $2 \times 5 = 10$

76. Halla el m.c.m. de los siguientes números

- a) $40 = 2^3 \times 5$
 $50 = 2 \times 5^2$ } m.c.m. (40, 50) = $2^3 \times 5^2 = 200$
- b) $20 = 2^2 \times 5$
 $25 = 5^2$ } m.c.m. (20, 25) = $2^2 \times 5^2 = 100$
- c) $40 = 2^3 \times 5$
 $45 = 3^2 \times 5$ } m.c.m. (40, 45) = $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$
- d) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
 $80 = 2^4 \times 5$ } m.c.m. (60, 80) = $2^4 \times 3 \times 5 = 240$
- e) $18 = 2 \times 3^2$
 $36 = 2^2 \times 3^2$ } m.c.m. (18, 36) = $2^2 \times 3^2 = 36$
- f) $40 = 2^3 \times 5$
 $48 = 2^4 \times 3$ } m.c.m. (40, 48) = $2^4 \times 3 \times 5 = 240$

77. Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes pares de números:

- a) $12 = 2^2 \times 3$
 $15 = 3 \times 5$
 $45 = 3^2 \times 5$ } m.c.d. (12, 15, 45) = 3;
m.c.m. (12, 15, 45) = 180
- b) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
 $100 = 2^2 \times 5^2$
 $200 = 2^3 \times 5^2$ } m.c.d. (60, 100, 200) = 20;
m.c.m. (60, 100, 200) = 600
- c) $110 = 2 \times 5 \times 11$
 $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 $165 = 3 \times 5 \times 11$ } m.c.d. (110, 150, 165) = 5;
m.c.m. (110, 150, 165) = 1650
- d) $24 = 2^3 \times 3$
 $36 = 2^2 \times 3^2$
 $54 = 2 \times 3^3$ } m.c.d. (24, 36, 54) = 6;
m.c.m. (24, 36, 54) = 216
- e) $20 = 2^2 \times 5$
 $50 = 2 \times 5^2$
 $80 = 2^4 \times 5$ } m.c.d. (20, 50, 80) = 10;
m.c.m. (20, 50, 80) = 400
- f) $100 = 2^2 \times 5^2$
 $240 = 2^4 \times 3 \times 5$
 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ } m.c.d. (100, 240, 300) = 20;
m.c.m. (100, 240, 300) = 1200

- 78. Dos autobuses urbanos coinciden a las 12 de la mañana y tienen una frecuencia de paso de 12 y 16 minutos respectivamente. ¿A qué hora volverán a coincidir?**

Coincidirán cada múltiplo de 12 y 16

Como $12 = 2^2 \times 3$ y $16 = 2^4$, su m.c.m. es $24 \times 3 = 48$ luego volverán a coincidir a las 12 h 48 min.

- 79. Encuentra el menor número que sea divisible a la vez por 3, 4 y 5.**

El menor número divisible por 3, 4 y 5 es su m.c.m. = 60

- 80. Los alumnos de un instituto son menos de 800 y pueden distribuirse en grupos de 20, 25 y 30 sin que sobre ni falte ninguno. ¿Cuántos alumnos son?**

Sí se pueden hacer grupos de 20, 25 o 30 alumnos. Su número será un múltiplo común de estas cantidades.

Como m.c.m. (20, 25, 30) = 300, el número de alumnos puede ser 300 o un múltiplo de 300, es decir 600.

- 81. Tres trenes salen de una estación: el primero cada 3 días, el segundo cada 5 días y el tercero cada 6 días. Si salieron juntos el día 1 de enero, ¿qué día volverán a salir juntos otra vez?**

Volverán a coincidir en un día que sea múltiplo de 3, 5 y 6.

m.c.m. (3, 5, 6) = $2 \times 3 \times 5 = 30$

El día 31 de enero volverán a coincidir.

- 82. ¿De cuántas maneras pueden agruparse 120 jóvenes por equipos teniendo cada equipo el mismo número de personas? ¿Cuál sería, en cada caso, el número de personas?**

n.º equipos	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	24	30	40	60
n.º personas	60	40	30	24	20	15	12	10	8	6	5	4	3	2

- 83. Una rueda dentada de 15 dientes engrana con otra de 20 dientes. ¿Cuál será el número menor de vueltas que dará una y otra para que los dientes que ahora están en contacto vuelvan a estarlo?**

m.c.m. (15, 20) = 60. Volverán a estar en contacto una vez transcurridos 60 dientes (la pequeña habrá dado 4 vueltas y la grande 3).

- 84. Tenemos dos alambres de 50 y 95 metros respectivamente y queremos dividirlos en partes todas iguales y de la mayor longitud posible, sin desperdiciar nada de ninguno de ellos. ¿Cuál será la longitud de cada trozo de alambre?**

La longitud buscada debe ser un divisor común de 50 y 95. La mayor longitud corresponderá al m.c.d.

m.c.d. (50, 95) = m.c.d. (2×5^2 ; 5×19) = 5

La longitud buscada es de 5 cm.

- 85. Un viajante va a Castellón cada 12 días y otro cada 20 días. El 1 de enero coincidieron los dos. ¿Qué día volverán a coincidir?**

Volverán a coincidir un día que sea múltiplo común de 12 y 30.

m.c.m. (12, 20) = 60

Transcurridos 60 días se vuelven a encontrar, el 2 de marzo de un año no bisiesto.

- 86. Dados los números 1401 y 762, hallar el mayor número posible por el que hay que dividirlos para obtener de resto 15 y 6 respectivamente.**

Calculamos el m.c.d. de $1401 - 15 = 1386$ y de $762 - 6 = 756$ como $1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$ y $756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ entonces m.c.d. (1386, 756) = $2 \times 3^2 \times 7 = 126$.

- 87. Juan tiene una colección de cromos y se da cuenta de que si los agrupa de 5 en 5, de 6 en 6 o de 8 en 8 siempre le sobran 3 cromos. Si el número de cromos es una cantidad comprendida entre 100 y 150. ¿Cuántos cromos tiene Juan?**

Buscamos el m.c.m. (5, 6, 8) = 120

Como siempre sobran 3, el n.º de cromos es 123

Así: $123 = 24 \times 5 + 3$; $123 = 20 \times 6 + 3$; $123 = 8 \times 15 + 3$.

- 88. En una carretera hay postes de tendido telefónico repartidos cada 40 m y mojones que indican los hectómetros. Si en un punto coincide un poste con un mojón, ¿a qué distancia vuelven a coincidir de nuevo?**

Se trata de calcular m.c.m. (40, 100)

$$\left. \begin{array}{l} 40 = 2^3 \times 5 \\ 100 = 2^2 \times 5^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m. (40, 100)} = 2^3 \times 5^2 = 200$$

A los 200 m vuelven a coincidir.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Reconocer y representar números enteros.
- Representar números enteros en la recta entera.
- Comparar y ordenar números enteros.
- Reconocer el opuesto de un número entero.
- Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de enteros.
- Simplificar la escritura haciendo uso de la identificación del conjunto de los números naturales con el conjunto de los enteros positivos.
- Calcular expresiones combinadas con las operaciones estudiadas, paréntesis y corchetes.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Reconocer la necesidad y utilidad del número negativo.
- Expresar los números negativos sobre una recta graduada.
- Determinar el opuesto de un número.
- Conocer el valor absoluto de un número entero.
- Comparar números enteros, colocando el símbolo de la desigualdad correctamente.
- Utilizar los algoritmos de la adición y sustracción de números enteros.
- Conocer la regla de los signos para multiplicar y dividir y aplicarla correctamente.
- Multiplicar y dividir con números enteros correctamente.
- Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas con números enteros.
- Leer correctamente un problema y elaborar la estrategia adecuada para su resolución.
- Analizar la veracidad del resultado.
- Dar el resultado de forma correcta y clara.

CONTENIDOS

- **Conceptos (“saber”)**
 - Graduación de una recta.
 - Opuesto de un número: el número negativo.
 - Significado y uso de los números enteros.
 - La adición de enteros: casos.
 - La sustracción de enteros: significado y uso.
 - Multiplicación de números enteros.
 - División de números enteros.
- **Procedimientos (“Saber hacer”)**
 - Interpretación y utilización de los números enteros.
 - Representación de números enteros sobre una recta.
 - Comparación de números enteros mediante la ordenación y la representación gráfica.
 - Representación en la recta entera de sumas sencillas: posición inicial, desplazamiento, posición final.
 - Utilización de los algoritmos tradicionales de suma y resta con números enteros.
 - Decisión sobre las operaciones adecuadas a efectuar en la resolución de problemas numéricos.
- **Actitudes (“Saber ser”)**
 - Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico para representar diferentes situaciones de la vida cotidiana.
 - Sensibilidad, interés, y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica.
 - Disposición favorable a la revisión sistemática del resultado de cualquier cálculo o problema numérico.

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptores 1. Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números enteros. 2. Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas con números enteros. 3. Conocer la regla de los signos y aplicarla correctamente.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el algoritmo de cada una de las operaciones de adición, sustracción de números enteros.	- Efectúa correctamente las operaciones con números enteros. - Aplica el código de signos correctamente.	- Ejercicios 10 (pág. 33)
	2. Efectúa correctamente la multiplicación y división con números enteros.	- Aplica la regla de los signos para multiplicar o dividir números enteros.	- Ejercicios 17 y 18 (pág. 36)
	3. Aplica la prioridad en operaciones combinadas.	- Realiza correctamente las operaciones combinadas. - Reconoce la necesidad del uso de los paréntesis.	- Ejemplo 3 (pág. 36) - Ejercicios 19 y 20 (pág. 36)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores 1. Entender la necesidad y utilidad del número negativo. 2. Expresar los números negativos sobre una recta graduada. 3. Entender el concepto de número opuesto. 4. Conocer el valor absoluto de un número entero.		
	◦ Desempeño		
	1. Entiende la necesidad del número negativo.	- Identifica mediante ejemplos cuando se utiliza el número negativo.	- Epígrafe 1 (pág. 30)
	2. Gradúa correctamente una recta entera.	- Es capaz de situar los números negativos y positivos con su escala correspondiente sobre una recta.	- Ejercicios 2 (pág. 31)
	3. Reconoce el número opuesto.	- Determina el opuesto de un número.	- Epígrafe 2 apartado B (pág. 31)
	4. Conoce el valor absoluto de un número.	- Calcula el valor absoluto de un número y reconoce su escritura.	- Ejercicio 7 (pág. 32)
	5. Compara números enteros.	- Sabe ordenar números enteros y conoce la simbología de la desigualdad.	- Ejercicios 3, 4, 5, 6, 8 y 9 (pág. 32)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores 1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Aplicar las operaciones adecuadas para la obtención de la solución. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determina las operaciones que hay que efectuar. - Organiza con un orden lógico los procedimientos.	- Ejercicios 63, 64, 65, 66, 77 (pág. 41 y 42)
	2. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- En todos los ejercicios y ejemplos propuestos.

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA			
COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan aplicar el recurso adecuado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- EJERCICIOS 61, 62, 63, 64, 66 (pág. 41)
	2. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	- Ejercicios de 61 al 71 (pág. 41 y 42)

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer que las matemáticas en general y los números negativos en particular están presentes en nuestra vida cotidiana.		
	◦ Desempeño		
	1. Reconoce en los enunciados situaciones de la vida cotidiana.	- Ve como los enunciados nos acercan más a un conocimiento de situaciones reales.	- En los problemas de enunciados

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptor		
	1. Interpretar las temperaturas en situaciones diferentes.		
	◦ Desempeño		
	1. Valora la necesidad de los números negativos en las temperaturas.	- Calcula variación en las temperaturas en determinadas ciudades.	- Ejercicio 70 (pág. 42)
	2. Utiliza punto de fusión de elementos diferentes.	- Compara temperaturas de fusión.	- Ejercicio 71 (pág. 42)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generalizar estrategias.	- Aplicar la estrategia de un problemas en algunos similares para consolidar capacidades. - Distinguir los datos principales de un problema. - Reconocer cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y hacerlo con soltura.	- A lo largo de todo el tema
	2. Mejorar la atención.	- Fijarse en cada paso y analizarlo para obtener confianza en lo que hacemos.	- A lo largo del tema
	3. Mejora la motivación.	- Sentirse satisfechos por la labor bien hecha. - Cuidar la expresión y la presentación.	- A lo largo del tema

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer la importancia de los números negativos en la sociedad.		
	◦ Desempeño		
	1. Entiende su importancia	- Determina situaciones donde se utilizan normalmente los números negativos.	- Hoja de inicio de tema 2

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Valorar la necesidad de los números enteros. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos.		
	◦ Desempeño		
	1. Espíritu crítico con el trabajo efectuado.	- Es capaz de abordar los ejercicios más complicados y con perseverancia y aplicando los métodos aprendidos, llegar a la solución.	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 28 - 29. Los números enteros

TEMA 2

LOS NÚMEROS ENTEROS

El número entero generaliza el concepto de número natural. Su primera aplicación fue meteoconómica contable: positiva lo que gana y negativa lo que pierde.

Se usó primero en Europa durante el Renacimiento y se generalizó bastante después. Hoy día los números enteros forman parte habitual de la información. El mapa meteorológico de cualquier día de invierno indica temperaturas negativas e incluso algunas deportivas, como el golf, las usa para decidir el ganador de un torneo.






POS.	JUGADOR	PTS.
1	Phil Mickelthorn	18
2	Angel Cabrera	14
3	Tommy Fleetwood	12
4	Paul Harewood	11
5	Phil Mickelthorn	10
6	Tommy Fleetwood	9
7	Tommy Fleetwood	8
8	Tommy Fleetwood	7
9	Tommy Fleetwood	6
10	Tommy Fleetwood	5
11	Tommy Fleetwood	4
12	Tommy Fleetwood	3
13	Tommy Fleetwood	2
14	Tommy Fleetwood	1
15	Tommy Fleetwood	0
16	Tommy Fleetwood	-1
17	Tommy Fleetwood	-2
18	Tommy Fleetwood	-3
19	Tommy Fleetwood	-4
20	Tommy Fleetwood	-5
21	Tommy Fleetwood	-6
22	Tommy Fleetwood	-7
23	Tommy Fleetwood	-8
24	Tommy Fleetwood	-9
25	Tommy Fleetwood	-10
26	Tommy Fleetwood	-11
27	Tommy Fleetwood	-12
28	Tommy Fleetwood	-13
29	Tommy Fleetwood	-14
30	Tommy Fleetwood	-15
31	Tommy Fleetwood	-16
32	Tommy Fleetwood	-17
33	Tommy Fleetwood	-18
34	Tommy Fleetwood	-19
35	Tommy Fleetwood	-20
36	Tommy Fleetwood	-21
37	Tommy Fleetwood	-22
38	Tommy Fleetwood	-23
39	Tommy Fleetwood	-24
40	Tommy Fleetwood	-25
41	Tommy Fleetwood	-26
42	Tommy Fleetwood	-27
43	Tommy Fleetwood	-28
44	Tommy Fleetwood	-29
45	Tommy Fleetwood	-30
46	Tommy Fleetwood	-31
47	Tommy Fleetwood	-32
48	Tommy Fleetwood	-33
49	Tommy Fleetwood	-34
50	Tommy Fleetwood	-35
51	Tommy Fleetwood	-36
52	Tommy Fleetwood	-37
53	Tommy Fleetwood	-38
54	Tommy Fleetwood	-39
55	Tommy Fleetwood	-40
56	Tommy Fleetwood	-41
57	Tommy Fleetwood	-42
58	Tommy Fleetwood	-43
59	Tommy Fleetwood	-44
60	Tommy Fleetwood	-45
61	Tommy Fleetwood	-46
62	Tommy Fleetwood	-47
63	Tommy Fleetwood	-48
64	Tommy Fleetwood	-49
65	Tommy Fleetwood	-50

SOLUCIONARIO**Sumas repetidas**

- a) $A = 36$; $B = -12$; $C = -40$; $D = -90$
- b) $B = 6 \times (-2) = (-2) \times 6$; $C = 8 \times (-5) = (-5) \times 8$;
 $D = 9 \times (-10) = (-10) \times 9$,
- c) $E = -18$; $F = -30$; $G = -32$; $H = -50$

Halla la respuesta correcta

		A	B	C	D
1	En la serie de números 4, 0, -4, -8, ... ¿cuál será el siguiente?	8	12	-8	-12
2	En la serie -14, -11, -8, -5, -2, 4, falta un número. ¿Cuál?	1	-1	7	8
3	En la serie 16, 13, 10, 8, 4, 1, ... se ha colado un intruso. ¿Cuál?	10	4	1	8
4	El resultado de $(-1) + (-1) + (-1) + (-1)$ es:	4	-4	1	-1
5	10 - 11 da como resultado:	-1	1	21	-21
6	$3 + 3 \times 3 + 3$ da como resultado:	12	36	21	15
7	$3 + 3 : 3 + 3$ da como resultado:	1	7	9	0

DE 6º A 1º

SUMAS REPETIDAS

Repite en las siguientes expresiones:

A $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$
B $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$
C $(-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5) + (-5)$
D $(-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10) + (-10)$

a) Calcula A, B, C y D.
 b) Sabes que $A = 9 \times 4 = 36$. Escribe las expresiones de B, C y D como un producto.
 c) Calcula las expresiones siguientes: $E = 4 \times (-2)$, $F = 3 \times (-4)$, $G = (-4) \times 5$, $H = (-1) \times 50$.

HALLA LA RESPUESTA CORRECTA

	A	B	C	D
1. En la serie de números 4, 8, 12, 16, ... ¿cuál sería el siguiente?	8	12	-8	-12
2. En la serie $-15, -13, -11, -9, -7, -5$, ¿qué sería el siguiente?	1	-1	7	9
3. En la serie 16, 12, 8, 4, 0, ... se ha escrito un número. ¿Cuál?	10	4	1	6
4. El resultado de $(-12) + (-12) + (-12) + (-12)$ es:	4	-4	1	-1
5. $10 + 11$ da como resultado:	-1	1	21	-21
6. $5 + 5 + 5 + 5$ da como resultado:	12	36	21	18
7. $3 + 3 + 3 + 3$ da como resultado:	1	7	8	2



TABLA DE SUMAS

Completa la tabla y escribe, según indica la flecha, la suma de la fila o de la columna correspondiente.



LA DIANA

Cuatro amigos lanzan cuatro dardos cada uno en la diana. Los marcadores donde han caído los dardos se diferencian en el color (negro, azul, blanco y verde). Si el dardo más lejos puntúa 4 puntos (-4). Halla la puntuación de cada uno de los lanzadores.



CUIDADO CON LOS ERRORES

Algunos de los resultados siguientes son falsos. Da la respuesta correcta.

a. $-4 + 2 = 6$

b. $2 - 10 = 2$

c. $-4 + 3 = 12$

d. $15 - 14 = 1$

e. $3 + 8 \times 3$

f. $8 - 6 - 2 = 0$

g. $16 - 34 = -20$

h. $9 + 10 = -1$

i. $2 \times (-5) = 56$

Tabla de sumas

					2
					↑
	9	-3	-4	1	→ 3
	-6	-2	8	-1	→ -1
	↓	↓	↓	↓	
2	← 3	-5	4	0	

La diana

Negro = -16; azul = 0; blanco = 12; verde = 24

Cuidado con los errores

Los errores se encuentran en el b. cuya solución es -2, c. cuya solución es -12, d. cuya solución es -1 e i. cuya solución es -56

► Pág. 30. 1 Los números enteros

LOS NÚMEROS ENTEROS

1 Los números negativos

¡Llega el invierno!

La tabla siguiente muestra la temperatura mínima de una ciudad durante los primeros diez días de diciembre.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura	-2	3	-5	11	-1	-4	-6	-8	-12	-3

Los números $-2, -5, -6$, etc., representan temperaturas menores que 0°C y son números **enteros negativos**.

Los números $+1, +2, +3$, etc., representan temperaturas mayores que 0°C y son números **enteros positivos**.

En un ascensor: el primer botón aparece así el botón como -1 .

En geografía: el punto Everest tiene una altitud de 8848 m sobre el nivel del mar (+8 800); mientras que la fosa marina de Las Marianas tiene una profundidad por debajo del nivel del mar de 11 033 m (-11 033).

En Química: la temperatura de ebullición del agua es 100°C ; y $+100$ pero la temperatura de ebullición del oxígeno es de -182°C bajo cero, es decir (-182).

En historia: César Augusto nació en el año 63 a.C. (-63) y murió en el año 14 d.C. (+14).

El conjunto de todos los enteros negativos, los enteros positivos y el cero, forman el conjunto de los **números enteros**. Se simbolizan con la letra **Z**.

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots \}$

EJERCICIO

1. Observa el termómetro y completa la tabla.

Nivel	A	B	C	D	E	F	G	H
Temperatura								

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Una puesta en común puede contribuir a detectar otras situaciones cuantificables mediante el uso de números negativos.

Se puede sugerir el estudio de la temperatura de los alimentos en los distintos compartimentos de un frigorífico; la búsqueda en internet, por ejemplo, de la temperatura máxima y mínima de una determinada ciudad, etc. (Comunicación lingüística, Conocimiento e interacción con el mundo físico).

Incorporar al vocabulario del alumno “el número entero”, admitiendo los naturales como parte del conjunto de los enteros.

SOLUCIONARIO

1. Observa el termómetro y completa la tabla:



Nivel	A	B	C	D	E	F	G	H
Temperatura	-6	25	0	39	11	-15	-11	18

2 La recta entera

A) La recta entera

Para graduar una recta elegimos un punto O llamado **origen** al que se le asocia el número 0 y un punto U asociado al número $+1$. La distancia entre O y U es la unidad de medida.

A cualquier punto P de la recta graduada se le puede asociar un número entero llamado **abscisa** del punto P .



La abscisa del punto A es $+2$, la del punto B es $+4$, la del C es -3 y la del punto D es -5 .

La representación de los números enteros sobre un eje origina la **recta entera**.

EJERCICIO

1 Sitúa en la recta graduada siguientes los puntos P , Q , R , S y T de abscisas respectivas

-4 , $+3$, $+5$, $+1$ y -6



B) Números opuestos

El **opuesto** de un número entero se obtiene cambiando el signo.

El opuesto de $+a$ es $-a$. El opuesto de $-a$ es $+a$.

Los números opuestos solo se diferencian en su signo.

Los números opuestos están a la misma distancia del cero.



El cero es el único número que es igual que su opuesto.

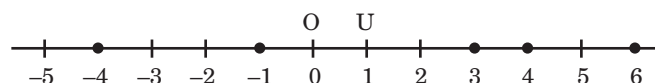
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Se pretende que el alumno sepa distribuirse el espacio, eligiendo adecuadamente el origen y la unidad de medida (Autonomía e iniciativa personal).

Valoramos como adecuada la incorporación del término abscisa al vocabulario del alumno así como el concepto de números opuestos (Conocimiento e interacción con el mundo físico).

SOLUCIONARIO

2. Sitúa en la recta graduada siguiente los puntos P , Q , R , S y T de abscisas respectivas -4 , -1 , $+3$, $+4$ y $+6$.



► Pág. 32.

LOS NÚMEROS ENTEROS

Observa: $|+6| = 6$; $|-4| = 4$;
 $|0| = 0$; $|-5| = |+5| = 5$

¿CÓMO SE LEEN?
Los números $+$ y $-$ se usan para indicar cuando un número es mayor que otro. El número siempre apunta al mayor.

$-5 < -3$ $-10 > -15$
 $-2 < +3$ $5 < -5$

1) Valor absoluto de un número
El valor absoluto de un número es el que tiene si le quitamos el signo. El valor absoluto de un número a se escribe $|a|$.
Dos números opuestos tienen igual valor absoluto.

2) Comparación de números enteros
Se pueden comparar dos números cualquiera observando su situación en la recta entera. El mayor será el número que esté situado más a la derecha.

-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Atención:
Cualquier número positivo es mayor que cero.
Cualquier número negativo es menor que cero.
Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.

EJERCICIOS

1. Coloca entre los siguientes pares de números los signos “<” o “>” según corresponda:
a) $4 > -5$ b) $0 > -2$ c) $-4 > -10$ d) $8 > -5$ e) $-19 > -20$

2. ¿Verdadero o falso?
a) $5 > -5$ b) $-4 < -1$ c) $-2 < -7$ d) $-6 < 3$

3. Ordena de menor a mayor los números:
 -5 , 0 , -8 , 6 , -2 , 10 , -3 , -10

4. Completa, si es posible, con un número entero:
a) $-4 + \square = -2$ b) $-8 + \square = -6$ c) $3 + \square = 5$ d) $0 + \square = 8$

5. Completa de todas las formas posibles:
a) $7 > 5$ b) $10 > \square$ c) $\square < -2$ d) $\square > 3$

6. ¿Verdadero o falso? Si es falso pon un ejemplo:
a) Un número positivo es mayor que un número negativo.
b) Dados dos números negativos, el mayor es el que está más lejos del cero.
c) Dados dos números de diferentes signos, el menor siempre es el negativo.
d) Todo número decimal es mayor que cero.

7. Escribe los números $+$ que restan a la suma: a) $-3 < 4$ b) $2 < 4$ c) $5 < 7$

SOLUCIONARIO

3. Coloca entre los siguientes pares de números los signos “<” o “>” según corresponda:

$4 > -5$; $0 > -2$; $-4 > -10$; $8 > -5$; $-19 > -20$

4. ¿Verdadero o falso?

- a) $5 > -5$ Verdadero b) $-4 < -1$ Verdadero
c) $-2 < -7$ Falso d) $-6 < 3$ Verdadero

5. Ordena de menor a mayor los números: -3 , 0 , -5 , 6 , 2 , -10 , -7 , -9 .

La ordenación es:

$-10 < -9 < -7 < -5 < -3 < 0 < 2 < 6$

6. Completa, si es posible, con un número entero:

- a) $-4 < -3 < -2$ b) No es posible
c) $-3 < -2 < -1$ d) $0 < 1 < 5$ ó $0 < 2 < 5$ ó $0 < 3 < 5$ ó $0 < 4 < 5$

7. Completa de todas las formas posibles:

- a) $|-3| = 3$ b) $|8| = 8$
c) $|-2| = 2$ ó $|2| = 2$ d) $-|-1| = -1$ ó $-|1| = -1$

8. ¿Verdadero o falso? Si es falso pon un ejemplo.

- a) Un número positivo es mayor que un número negativo. Verdadero.
b) Dados dos números netivos, el mayor es el que

► Pág. 33. 3 Adición y sustracción de números enteros

3 Adición y sustracción de números enteros

Al Adición de números enteros

Observa la siguiente figura:



Para sumar dos enteros del mismo signo se suman los números, poniendo el signo de los números, y se pone el signo de los números.

Para sumar dos enteros de distinto signo se resta el menor de los números, se pone el signo de los números y se pone en el resultado el signo del que resta mayor valor absoluto.

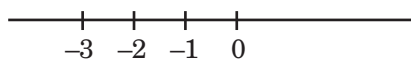
REGLA PRÁCTICA

EJERCICIO

Calcula: $(+3) + (+4)$, $(+6) + (+9)$, $(+1) + (+1)$, $(+10) + (+12)$, $(+1) + (-2)$, $(+1) + (-1)$, $(+10) + (-4)$, $(+1) + (-1)$

está más lejos del cero. Falso.

Ejemplo: $-2 > -3$



c) Dados dos números de diferente signo, el menor siempre es el negativo. Verdadero.

d) Todo número decimal es mayor que cero. Falso

Ejemplo: $-1, 5 < 0$

9. Escribe los enteros x que verifiquen a la vez:

a) $-3 < x \leq 4$ b) $-7 \leq x < 2$ y $x > -5$

a) $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ y 4

b) $-4, -3, -2, -1, 0$ y 1

10. Calcula:

a) $(+4) + (+9) = +13$

b) $(6) + (-8) = 6 - 8 = -2$

c) $(-1) + (-3) = -1 - 3 = -4$

d) $(6) + (-2) = 6 - 2 = 4$

e) $(-1) + (7) = -1 + 7 = 6$

f) $(-9) + 0 = -9$

g) $(3) + (-4) = 3 - 4 = -1$

h) $(-7) + (-5) = -7 - 5 = -12$

► Pág. 34.

SOLUCIONARIO

11. Escribe con un solo signo:

- a) $-(-5) = +5$ b) $+(-15) = -15$
 c) $-(-(+18)) = +18$ d) $+(-(+12)) = -12$
 e) $+(-(+(-(-1)))) = -1$

12. Completa y calcula:

- a) $(-10) - (+14) = -10 - 14 = -24$
 b) $(+5) - (+12) = 5 - 12 = -7$
 c) $(-4) - (+11) = -4 - 11 = -15$
 d) $(-6) - (+9) = -6 - 9 = -15$
 e) $(-7) - (-12) = -7 + 12 = 5$
 f) $(+24) + (-10) - (-1) = 24 - 10 + 1 = 15$

13. Convierte en sumas y calcula A, B, C y D.

$$A = (+11) - (-12) + (+8) - (+13) = 11 + 12 + 8 - 13 = 18$$

$$B = (-1) + (-3) - (+4) - (-17) - (+9) = -1 - 3 - 4 + 17 - 9 = 0$$

$$C = (-4) - (+8) + (-3) - (-12) + (-13) = -4 - 8 - 3 + 12 - 13 = -16$$

$$D = (+6) + (+18) - (-20) + (-1) - (+9) = 6 + 18 + 20 - 1 - 9 = 24$$

14. Copia y completa en tu cuaderno la tabla:

Operación	Escritura simplificada	Asociamos positivos y negativos	Resultado
$(-4) + (+3) - (+8) - (-1) + (-7)$	$-4 + 3 - 8 + 1 - 7$	$4 - 19$	-15
$(-23) - (-10) + (+17) - (+32) - (-1)$	$-23 + 10 + 17 - 32 + 1$	$28 - 55$	-27
$(+9) - (+5) + (-41) - (-23) + (-25)$	$9 - 5 - 41 + 23 - 25$	$32 - 71$	-39
$(-12) - (+75) + (-13) + (+28) - (+50)$	$-12 - 75 - 13 + 28 - 50$	$28 - 150$	-122
$(+10) - (+11) + (-12) - (-13) + (+14)$	$10 - 11 - 12 + 13 + 14$	$37 - 23$	14

LOS NÚMEROS ENTEROS

RECUERDA QUE...

Con estos signos iguales más que un más, y dos signos diferentes significa sea uno de ellos menos.

ejemplos:

- $+5 + 3 = +8$
- $+5 - 3 = +2$
- $-5 + 3 = -2$
- $-5 - 3 = -8$

5. Sustracción de números enteros

Para restar dos números enteros debes sumar el primero al opuesto del segundo.

$a - b = a + (-b)$

Así pues:

$(+3) - (+7) = (+3) + (-7) = -4$

$(-14) - (+6) = (-14) + (-6) = -20$

6. Simplificación de la escritura

En la práctica puedes simplificar la escritura en una serie de adiciones y sustracciones aplicando la siguiente regla:

Se pueden suprimir los signos + y los paréntesis de los números positivos y podremos operar con ellos como si fueran números naturales.

$(+12) + (+6) = 12 + 6 = 18$ $(+5) - (+10) = 5 - 10 = -5$

REGLA PRÁCTICA

Los números positivos de un sumando o sustraendo se suman o se restan de los números positivos de otro sumando o sustraendo.

1. Se suman o se restan los números positivos de la operación.

2. Después, sobre los números positivos, después de sumar o restar, se escriben el por ciento menos o más resultado.

EJEMPLOS

1 a) $(+15) + (-22) = +15 - 22 = -7$
 b) $(+7) - (-8) = +7 + 8 = +15$
 c) $(-7) + (-8) = -7 - 8 = -15$
 d) $(+1) + (-8) = 1 - 8 = -7$

2 Calcula: a) $+3 - (-2) + (-5) + 2$
 b) $5 - (-20) + (-3) + 4$
 c) $(+2) + (-3) - (-4) - (-5)$
 d) $(-2) + (-3) + (-5) - (-4)$

a) $(+3) + (-2) + (-5) + 2 = 3 - 2 - 5 + 2 = -2$
 b) $5 - (-20) + (-3) + 4 = 5 + 20 - 3 + 4 = 26$
 c) $(+2) + (-3) + (-4) - (-5) = 2 - 3 - 4 + 5 = 0$
 d) $(-2) + (-3) + (-5) - (-4) = -2 - 3 - 5 + 4 = -6$

► Pág. 35.

TEMA 2

EXERCICIOS

1. Escribe con el signo adecuado:
a) -200 ; b) $+(-100)$; c) $-(-(+100))$; d) $-(-(+1200))$; e) $-(-(-(-100))$

2. Completa y calcula:
a) $-100 + (-40) = -140$; b) $-100 + (-40) = -140$
c) $-40 + (-11) = -51$; d) $-40 + (-11) = -51$
e) $-75 + (-12) = -87$; f) $-75 + (-12) = -87$

3. Convierte en sumas y calcula A, B, C y D:
A: $-115 = -115 + 0 = -115$; B: $-115 = -115 + 0 = -115$
C: $-115 = -115 + 0 = -115$; D: $-115 = -115 + 0 = -115$

4. Copia y completa en tu cuaderno la tabla:

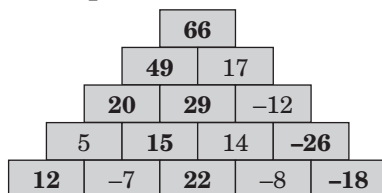
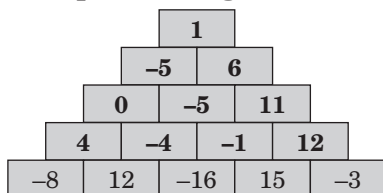
Operación	Escritura simplificada	Asociamos positivos y negativos	Resultado
$(-4) + (-3) + (-5) + (-6) + (-7)$	$-4 - 3 - 5 - 6 - 7$	$-4 - 16$	-20
$(-20) + (-10) + (-15) + (-12) + (-11)$			
$(+15) + (+3) + (+4) + (+2) + (+20)$			
$(-12) + (-7) + (-11) + (-10) + (-9)$			
$(+10) + (+11) + (+12) + (+13) + (+14)$			

5. Completa los siguientes muros sabiendo que cada número es la suma de los dos que tiene debajo.

6. Completa el siguiente cuadrado mágico sabiendo que la suma de cada fila, de cada columna y de cada diagonal es siempre la misma.

-9	5	4	-6
2	-4	-3	-1
-2	0	1	-5
3	-7	-8	6

15. Completa los siguientes muros sabiendo que cada número es la suma de los dos que tiene debajo.



16. Completa el siguiente cuadrado mágico sabiendo que la suma de cada fila, de cada columna y de cada diagonal es siempre la misma.

-9	5	4	-6
2	-4	-3	-1
-2	0	1	-5
3	-7	-8	6

► Pág. 36. 4 Multiplicación y división de números enteros

LOS NÚMEROS ENTEROS

4 Multiplicación y división de números enteros

Regla de signos de la multiplicación:

$$\begin{aligned} (+) \cdot (+) &= (+) \\ (-) \cdot (+) &= (-) \\ (+) \cdot (-) &= (-) \\ (-) \cdot (-) &= (+) \end{aligned}$$

Regla de signos de la división:

$$\begin{aligned} (+) : (+) &= (+) \\ (-) : (+) &= (-) \\ (+) : (-) &= (-) \\ (-) : (-) &= (+) \end{aligned}$$

Para multiplicar o dividir los números enteros se realiza la operación ignorando los signos, se analiza el resultado (siempre el mismo signo, si coincide se mantiene, si no coincide se cambia), y el resultado es positivo.

Por ejemplo:

$$3 \times (-2) = -6; (-4) \times (-4) = 16; -15 : (-3) = 5; -24 : (-6) = 4$$

Operaciones combinadas con multiplicaciones y divisiones

En una serie de operaciones combinadas, las multiplicaciones y divisiones se realizan antes que las adiciones y sustracciones.

EJEMPLO

1. Calcula las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} a) & 3 + (-4) + 21 + (-3) + (-2) = 15 \\ b) & 9 - 10 + 8 + 5 + (-2) = +10 \\ c) & 4 - 15 + 2 + 3 + 6 + 4 + (-4) + 15 - 8 + 4 + 6 - 15 + 8 + 25 + 6 - 15 \\ d) & 2 + (-10) + 10 - 4 + 3 + 15 + 2 - 2 + 8 + 19 + 7 \end{aligned}$$

EJERCICIOS

17. Calcula:

$$a) -7 + 5; \quad b) -5 + (-20); \quad c) -12 + 10; \quad d) 14 + (-5)$$

18. Calcula el cociente y el signo en las divisiones siguientes:

$$a) 12 : 4; \quad b) (-45) : (-15); \quad c) 25 : (-5); \quad d) (-26) : (-13)$$

19. Efectúa las operaciones siguientes:

$$a) \frac{-3 \times 2}{6} = \frac{-6}{6} = -1; \quad b) \frac{(-5) \times (-4)}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

$$c) (8 + 4) : (-2) = 12 : (-2) = -6$$

$$d) 6 \times 3 : 6 = 18 : 6 = 3$$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Es importante hacer hincapié en la regla de los signos.

En productos múltiples resaltar la importancia de conocer la paridad del número de signos.

SOLUCIONARIO**17. Calcula:**

- a) $7 \times 3 = 21$ b) $-5 \times (-20) = 100$
 c) $-12 \times 10 = -120$ d) $14 \times (-5) = -70$

18. Calcula el cociente y el signo en las divisiones siguientes:

- a) $(-12) : 6 = -2$ b) $(-45) : (-15) = 3$
 c) $25 : (-5) = -5$ d) $(-26) : (-13) = 2$

19. Efectúa las operaciones siguientes:

a) $\frac{-3 \times 2}{6} = \frac{-6}{6} = -1$ b) $\frac{(-5) \times (-4)}{10} = \frac{20}{10} = 2$

c) $(8 + 4) : (-2) = 12 : (-2) = -6$

d) $6 \times 3 : 6 = 18 : 6 = 3$

► Pág. 37.

TEMA 2

EN RESUMEN

Cómo graduar una recta

Para graduar una recta sólo es necesario elegir el punto origen O , al que se le asocia el número 0, y un punto U al que se le asocia el 1.

A cualquier punto P de la recta graduada se le puede asociar un número entero llamado **abscisa** del punto P . En la figura, la abscisa del punto P es +3 y la del punto Q es -3. Los números +3 y -3 están a igual distancia del cero y se dice que son **opuestos**.

Adición y sustracción de números enteros

Para sumar dos números del mismo signo se suman los números, preservando el signo, y se pone el signo de los sumandos.

Para sumar dos números de distinto signo se restan, preservando el signo, y el signo del resultado es el del que tiene mayor valor absoluto.

$$(+7) + (+15) = +22 \quad (+7) + (-15) = -8$$

Para restar dos enteros debes sumar al primero el opuesto del segundo.

$$(+18) - (-7) = (+18) + (+7) = +25$$

Multiplicación y división de números enteros

Para multiplicar o dividir dos números enteros se realiza la operación preservando de los signos. Si ambos términos tienen el mismo signo, el resultado es positivo y si tienen signos opuestos, el resultado es negativo.

$$(+12) \times (+4) = +48 \quad (-32) : (-4) = +8$$

Prioridades de cálculo

En ausencia de paréntesis, las multiplicaciones y divisiones se realizan antes que las adiciones y sustracciones.

$$18 + (-5) \times (+8) = 18 - 40 = -22 \quad -25 - 18 : (-4) = -25 + 4 = -21$$

Si hay paréntesis, debes usar los paréntesis que se hallan.

$$(12 - 7) + (-3) + 14 \times 8 + (-3) + 14 = 5 - 3 + 112 + 14 = 138$$

20. Calcula:

- a) $-2 \times (-6 + 2) = -2 \times (-4) = 8$
- b) $5 \times (-7 + 3) = 5 \times (-4) = -20$
- c) $-4 \times (5 - 12) = -4 \times (-7) = 28$
- d) $(15 - 25) : (-2) = -10 : (-2) = 5$
- e) $\frac{-3 \times (-7 - 21)}{-6} = \frac{-3 \times (-28)}{-6} = \frac{84}{-6} = -14$
- f) $(7 \times (-1 - 4)) : 5 = (7 \times (-5)) : 5 = -35 : 5 = -7$

► Pág. 38. Ejercicios

LOS NÚMEROS ENTEROS

EJERCICIOS

EL NÚMERO ENTERO

21. Completa la tabla con el número entero correspondiente:

	N.º ENTERO
El matemático griego Tales nació el año 600 antes de Cristo.	
El año 529 a. de C. Pitágoras realizó un viaje a Sicilia.	
La temperatura es 9 sobre cero.	
Debo 43	
Julia perdió 4	
He ganado 92	

22. Tabla de resultados deportivos, donde GF significa goles marcados y GC goles encajados. Confecciona una última columna con la diferencia entre los goles marcados y los goles encajados.

	PT	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	
F.C. Barcelona	43	16	14	1	1	51	9	
Real Madrid C.F.	41	16	13	2	1	39	12	
Villarreal C.F.	33	16	10	3	3	30	14	
Valencia C.F.	28	16	8	4	4	24	19	

COMPARACIÓN Y ORDENACIÓN

23. Coloca en orden cada par de números de dígitos: N° a N° .

24. Ordena de menor a mayor:

25. Ordena de mayor a menor:

26. Encade los números a que resulten a la resta: $B - A = 4$, $A = 5$. Representa en la recta numérica.

27. Muestra los números para: $-4 < x < 7$, $2' < y < 4$.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

28. Calcula:

29. Calcula las siguientes sumas:

30. Encuentra los números enteros:

SOLUCIONARIO

21. Completa la tabla con el número entero correspondiente:

	N.º ENTERO
El matemático griego Tales nació el año 600 antes de Cristo.	-600
El año 529 a. de C. Pitágoras realizó un viaje a Sicilia.	-529
La temperatura es 9 sobre cero.	9
Debo 43	-43
Julia perdió 4	-4
He ganado 92	+92

22. Tabla de resultados deportivos, donde GF significa goles marcados y GC goles encajados. Confecciona una última columna con la diferencia entre los goles marcados y los goles encajados.

	PT	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	DIF
F.C. Barcelona	43	16	14	1	1	51	9	42
Real Madrid C.F.	41	16	13	2	1	39	12	27
Villarreal C.F.	33	16	10	3	3	30	14	16
Valencia C.F.	28	16	8	4	4	24	19	5

R.C.D. Espanyol	28	16	9	1	6	18	22	-4
At. Madrid	26	16	8	2	6	27	19	8
Getafe C.F.	26	18	8	2	6	26	22	4
Athletic Club	25	16	8	1	7	25	27	-2
Real Sociedad	22	16	7	1	8	22	26	-4
R.C.D. Mallorca	21	16	6	3	7	16	20	-4
Sevilla F.C.	20	16	6	2	8	21	27	-6

23. Coloca entre cada par de números el signo “<” o “>”.

- a) $+4 > +2$ b) $+5 > -3$
 c) $-6 < -4$ d) $-7 > -11$
 e) $0 > -3$ f) $-8 > -12$

24. Ordena de mayor a menor

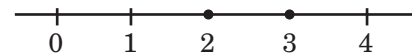
- a) **12, 0, +3, -1, +5, +8**
 $-1 < 0 < +3 < +5 < +8 < +12$
 b) **+6, -6, 0, -3, -5, -7, +1**
 $-7 < -6 < -5 < -3 < 0 < +1 < +6$
 c) **-5, +3, -4, -1, -7, -9, -10**
 $-10 < -9 < -7 < -5 < -4 < -1 < +3$
 d) **-6, -4, -3, -9, -12, -15, +15, -5**
 $-15 < -12 < -9 < -6 < -5 < -4 < -3 < +15$

25. Mismo ejercicio:

- a) **-3, +4, -5, -7, +1, +7, -8, -2**
 $+7 > +4 > +1 > -2 > -3 > -5 > -7 > -8$
 b) **+7, 0, -8, +8, -5, -10, -9, -12**
 $+8 > +7 > 0 > -5 > -8 > -9 > -10 > -12$
 c) **+6, +13, -4, -7, -8, -9, -1, -5**
 $+13 > +6 > -1 > -4 > -5 > -7 > -8 > -9$
 d) **+2, +3, +1, -1, -2, -3, 0, +5, -7**
 $+5 > +3 > +2 > +1 > 0 > -1 > -2 > -7$

26. Escribe los enteros x que verifiquen a la vez: $0 \leq x < 4$ y $x > 1$. Representalos en la recta entera.

2 y 3.



27. Mismo ejercicio para: $-6 < x < -1$ y $x \geq -4$.

-4, -3 y -2.



28. Calcula:

- a) $(-1) + (-3) = -1 - 3 = -4$
 b) $(+3) + (+3) = 3 + 3 = 6$
 c) $(-4) + (+4) = -4 + 4 = 0$
 d) $(0) + (-8) = 0 - 8 = -8$
 e) $(-7) + (+9) = -7 + 9 = 2$
 f) $(+10) + (-11) = 10 - 11 = -1$
 g) $(-3) + (-6) = -3 - 6 = -9$
 h) $(-6) + (+10) = -6 + 10 = 4$

29. Calcula las siguientes sumas:

- a) $(+23) + (+12) = 23 + 12 = 35$
 b) $(-24) + (-7) = -24 - 7 = -31$
 c) $(+50) + (-50) = 50 - 50 = 0$
 d) $(-60) + (+83) = -60 + 83 = 23$
 e) $(+35) + (-71) = 35 - 71 = -36$
 f) $(-91) + (+80) = -91 + 80 = -11$

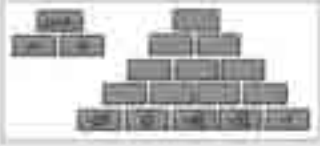
30. Corrige los cálculos falsos.

- a) $(+3) + (+12) = +15$. Es correcto
 b) $(-20) + (-3) = -17$; $(-20) + (-3) = -20 - 3 = -23$
 c) $(-6) + (+4) = -2$. Es correcto
 d) $(+3) + (-5) = +2$; $(+3) + (-5) = 3 - 5 = -2$

► Pág. 39. Ejercicios

TEMA 2

31. Completa la pared siguiente sabiendo que se ha usado el criterio:



32. Mismo ejercicio:



33. Cálculo mental:

a) $(-21) + (-29) = -50$
 b) $(-82) + (-18) = -82 - 18 = -100$
 c) $(-51) + (+11) = -40$
 d) $34 + (-14) = 20$
 e) $(-105) + (-15) = -120$
 f) $18 + (-8) = 10$

34. Escribe las siguientes expresiones en forma simplificada y evalúa:

a) $(-15) + (-40) + (-10) + (-5)$
 b) $(-70) + (-12) + (-80) + (-10) + (-10)$
 c) $40 + (-140) + (-100) + (-10) + (-110)$
 d) $(-4) + (-1) + (-40) + (-15) + (-5)$
 e) $(-100) + (-100) + (-10) + (-10) + (-10)$

35. Mismo ejercicio:

a) $(-7) + (-4) + (-2) + (-1) + (-1) + (-8)$
 b) $(-5) + (-4) + (-2) + (-4) + (-6) + (-6)$
 c) $(-14) + (-6) + (-5) + (-1) + (-10) + (-20)$
 d) $(-18) + (-4) + (-4) + (-2) + (-6) + (-7) + (-8)$
 e) $(-4) + (-10) + (-5) + (-6) + (-4) + (-10) + (-11)$

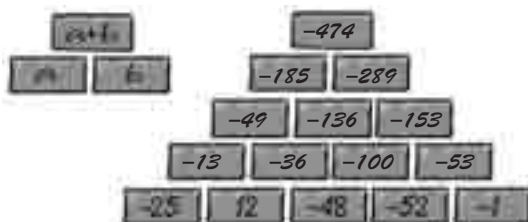
36. Mismo ejercicio:

a) $(-11) + (-8) + (-1) + (-1) + (-4) + (-10) + (-14)$
 b) $(-15) + (-4) + (-4) + (-10) + (-7) + (-2) + (-17)$
 c) $(-6) + (-6) + (-2) + (-7) + (-10) + (-13) + (-1)$
 d) $(-4) + (-10) + (-1) + (-4) + (-10) + (-5)$
 e) $(-7) + (-1) + (-5) + (-2) + (-6) + (-40) + (-12)$

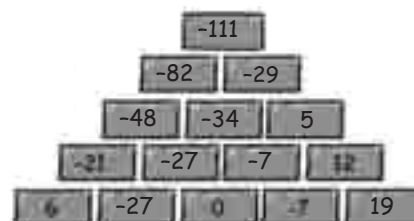
37. Escribe en lenguaje la suma de los 9 números situados en la pared siguiente.


SOLUCIONARIO

31. Completa la pared siguiente sabiendo que se ha usado el criterio:



32. Mismo ejercicio:



33. Cálculo mental:

- a) $(-21) + (-29) = -50$
 b) $(-82) + (-18) = -82 - 18 = -100$
 c) $(-51) + (+11) = -40$
 d) $34 + (-14) = 20$
 e) $(-105) + (-15) = -120$
 f) $18 + (-8) = 10$

34. Calcula:

- a) $(-26) + (-58) = -26 - 58 = -84$
 b) $(-85) + (-62) = -85 - 62 = -147$
 c) $[(-20) + (-15)] + (+30) = (-20 - 15) + 30 = -35 + 30 = -5$
 d) $(-21) + [(-5) + (+8)] = -21 + (-5 + 8) = -21 + 3 = -18$

35. Calcula las siguientes sumas:

- a) $(-3) + (+5) + (-8) + (+12) = -3 + 5 - 8 + 12 = 6$
 b) $(-9) + (+7) + (+15) + (-20) = -9 + 7 + 15 - 20 = -7$
 c) $(+32) + (-73) + (-13) + (-24) + (-9) = 32 - 73 - 13 - 24 - 9 = -87$
 d) $(-27) + (+42) + (-32) + (+17) + (-45) = -27 + 42 - 32 + 17 - 45 = -45$
 e) $(-45) + (+46) + (-14) + (-16) + (+30) = -45 + 46 - 14 - 16 + 30 = 1$

36. Efectúa las siguientes sustracciones:

- a) $(-14) - (+25) = -14 - 25 = -39$
 b) $(-16) - (-40) = -16 + 40 = 24$
 c) $(+14) - (-5) = 14 + 5 = 19$
 d) $(+89) - (+89) = 89 - 89 = 0$
 e) $(-36) - (+36) = -36 - 36 = -72$
 f) $0 - (-38) = 0 + 38 = 38$

37. Calcula:

- a) $(-24) - (-15) = -24 + 15 = -9$
 b) $(-15) - (-24) = -15 + 24 = 9$
 c) $(+40) - (+20) = +40 - 20 = 20$
 d) $(+20) - (+40) = 20 - 40 = -20$

38. Calcula cuántos años vivió cada uno de los personajes siguientes:

	nació	murió	Vivió
Cleopatra	-69	-30	39
Bruto	-85	-42	43
Augusto	-63	14	77
Tiberio	-42	37	79
Nerón	37	68	31
Tito Livio	-59	19	78

39. Escribe las siguientes expresiones de forma simplificada y calcula

- a) $(-5) + (+4) - (-3) + (-9) = -5 + 4 + 3 - 9 = -7$
 b) $(+9) - (+7) + (+6) - (-4) - (-12) = 9 - 7 + 6 + 4 + 12 = 24$
 c) $(-8) - (+8) + (+4) + (-5) - (+11) = -8 - 8 + 4 - 5 - 11 = -28$
 d) $(+4) + (-7) - (-9) - (-7) + (+5) = 4 - 7 + 9 + 7 + 5 = 18$

e) $(+10) - (-10) + (+1) - (-7) - (+13) = 10 + 10 + 1 + 7 - 13 = 15$

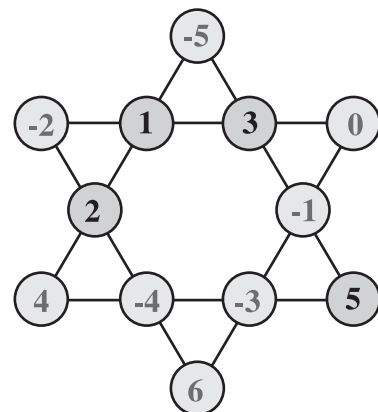
40. Mismo ejercicio:

- a) $-7 + (-5 + 2) - (21 - 31) - 8 = -7 + (-3) - (-10) - 8 = -7 - 3 + 10 - 8 = -8$
 b) $5 - 6 - (-7 - 4 + 3) - 16 = 5 - 6 - (-8) - 16 = 5 - 6 + 8 - 16 = -9$
 c) $-14 - 6 - (9 - 7 - 5) + 20 = -14 - 6 - (-3) + 20 = -14 - 6 + 3 + 20 = 3$
 d) $19 - 8 - 3 - (-2 - 6 - 4 + 7) + 8 = 19 - 8 - 3 - (-5) + 8 = 19 - 8 - 3 + 5 + 8 = 21$
 e) $-(-4 - 10) + 7 - (-1 - 3 + 15) + 11 = -(-14) + 7 - (+11) + 11 = 14 + 7 - 11 + 11 = 21$

41. Mismo ejercicio:

- a) $-11 - (-5 - 3) - 7 - [-1 - (9 - 12) + 6] - 14 = -11 - (-8) - 7 - [1 - (-3) + 6] - 14 = -11 + 8 - 7 - 10 - 14 = -34$
 b) $15 - [-3 - (-8 - 5)] - 7 + (-2 + 1 - 7) - 17 = 15 - [-3 - (-13)] - 7 + (-8) - 17 = 15 - 10 - 7 - 8 - 17 = -27$
 c) $-8 - (-4 - 2) - [-1 - (-10 - 13) - 5] = -8 - (-6) - (-1 + 23 - 5) = -8 + 6 - 17 = -19$
 d) $-4 - [6 - 2 - (-8 - 16) - 7] = -4 - (6 - 2 - 24 - 7) = -4 - 6 + 2 + 24 + 7 = 23$
 e) $-7 - (-2 + 5) - [3 - (-6 - 9) - 8] - 12 = -7 - (3) - [3 - (-15) - 8] - 12 = -7 - 3 - 10 - 12 = -32$

42. Estrella mágica: la suma de los 4 números alineados es siempre la misma. Complétala.



► Pág. 40. Ejercicios

LOS NÚMEROS ENTEROS

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

1. Escribe las multiplicaciones siguientes:

$$5 \cdot (-2) \times 3 \quad 8 \cdot (-3) \cdot 2$$

$$(-2) \cdot 4 \cdot (-1) \cdot 2 \quad 8 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-2)$$

$$(-1) \cdot 2 \cdot 3 \quad 4 \cdot (-3) \cdot 2$$

$$8 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2 \quad 5 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 2$$

2. Escribe las divisiones siguientes:

$$4 \cdot (-12) : 2 \quad 5 \cdot (-18) : 3 \quad (-2) \cdot (-6) : 3$$

$$(-1) \cdot 24 : 4 \quad (-1) \cdot 12 : 3 \quad (-2) \cdot 10 : 2$$

$$6 \cdot 27 : (-3) \quad 8 \cdot (-27) : 9$$

3. Escribe las operaciones siguientes:

$$8 \cdot (-5) \times (-10) : 2 \quad 8 \cdot (-10) \times (-10) : (-2)$$

$$(-12) \times 20 : (-5) \times 2 \quad 4 \cdot (-7) \times (-100) : 14$$

$$a) \frac{(-10) \times 12}{(-10) \times 4} \quad b) \frac{(-10)}{4}$$

$$c) \frac{20 \times 12 \cdot 10}{11} \quad d) \frac{3 \times 7 \times 2}{4 \cdot 2 \times 3}$$

4. Si $a = 10$, $b = -10$, $c = -5$ y $d = 5$

Calcula: $a + b$, $a - b$, $c + d$, $a + b + c + d$, $a - b + c - d$

5. Completa:

$$(-1) \cdot 6 = \dots \quad (-1) \cdot 10 = \dots \quad 6 \cdot 12 = \dots \quad (-2) \cdot 15 = \dots$$

$$(-1) \cdot 10 = \dots \quad (-1) \cdot 5 = \dots \quad 10 \cdot 5 = \dots \quad (-1) \cdot 10 = \dots$$

$$(-1) \cdot (-5) = \dots \quad 10 \cdot (-10) = \dots \quad (-2) \cdot (-5) = \dots$$

6. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\times$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\times$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

7. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

8. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

9. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

10. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

11. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

12. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

13. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

14. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

15. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

16. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

17. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

18. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

19. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

20. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

21. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

22. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

23. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

24. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

25. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

26. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

27. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

28. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

29. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

30. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

31. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

32. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

33. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

34. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

35. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

36. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

37. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

38. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

39. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

40. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

41. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$					
$-$					
$+$					
$-$					
$+$					

42. Escribe y completa la tabla siguiente:

	$\div$	$-$	$+$	$-$	$+$
$\div$	</				

46. Si $a = +34$; $b = -16$ y $c = -3$

Halla: $a + b$; $a - b$; $b - c$; $a \times b$; $b \times c$; $c - a$

$$a + b = (+34) + (-16) = 34 - 16 = 18$$

$$a - b = (+34) - (-16) = 34 + 16 = 50$$

$$b - c = (-16) - (-3) = -16 + 3 = -13$$

$$a \times b = (+34) \times (-16) = -544$$

$$b \times c = (-16) \times (-3) = 48$$

$$c - a = (-3) - (+34) = -3 - 34 = -37$$

47. Completa:

a) $-6 \times 3 = -18$

b) $12 - (-2) = 14$

c) $16 : (-8) = -2$

d) $-3 + (-3) = -6$

e) $-21 : (-7) = 3$

f) $-10 - (-2) = -8$

48. Copia y completa la tabla siguiente:

$\div 8$	-64	-32	72	48	-32	-56
	-8	-4	9	6	-4	-7

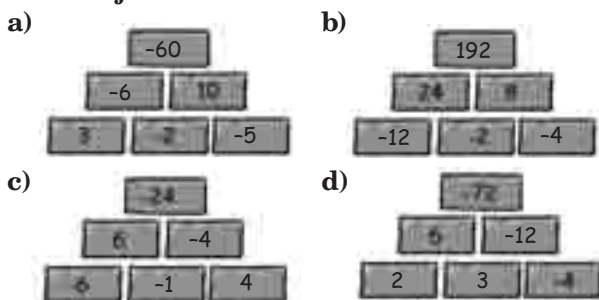
49. Copia y completa la tabla siguiente:

$\times (-6)$	4	5	-9	-10	-16	-8
	-24	-30	54	60	96	48

50. Los valores numéricos no se consideran. Determina, si es posible, el signo del resultado.

- a) $(- \text{🍏}) + (- \text{🍏})$ $-$
 b) $(- \text{🍏}) + (+ \text{🍏})$ No es posible saberlo
 c) $(- \text{🍏}) \times (+ \text{🍏})$ $-$
 d) $(- \text{🍏}) \times (- \text{🍏})$ $+$
 e) $(+ \text{🍏}) - (- \text{🍏})$ $+$
 f) $(- \text{🍏}) - (- \text{🍏})$ No es posible saberlo

51. Completa el siguiente muro sabiendo que cada número es el producto de los dos que tiene debajo.



52. Calcula:

- a) $(5 - 7) \times 5 = 2 \times 5 = 10$
 b) $2 + 3 \times (-4) = 2 - 12 = -10$
 c) $(6 + 8) : (-7) = 14 : (-7) = -2$
 d) $(5 - 7) \times (-6) = -2 \times (-6) = 12$
 e) $16 + 4 : (-2) = 16 + (-2) = 14$
 f) $5 - 6 \times (-3) = 5 - (-18) = 23$

53. Calcula:

- a) $-5 \times 2 + 3 = -10 + 3 = -7$
 b) $-5 \times (2 + 3) = -5 \times 5 = -25$
 c) $(2 + 3) \times (-4) = 5 \times (-4) = -20$
 d) $26 : (-5 + 7) = 26 : 2 = 13$
 e) $-8 \times (-2) \times (-5) = 16 \times (-5) = -80$
 f) $20 - (4 \times (-5)) = 20 - (-20) = 40$

54. Calcula:

- a) $(-6) \times 3 + 2 \times (-5) = -18 + (-10) = -28$
 b) $(-6) \times (3 + 2) \times (-5) = (-6) \times 5 \times (-5) = -30 \times (-5) = 150$
 c) $[(-4) \times 2 + 3] \times (-3) = [-8 + 3] \times (-3) = -5 \times (-3) = 15$
 d) $(-4) \times [2 + 3 \times (-3)] = -4 \times [2 + (-9)] = -4 \times (-7) = 28$

55. Calcula:

- a) $-8 + [-9 + 3 \times (-2)] : (-3) = -8 + [-9 + (-6)] : (-3) = -8 + (-15) : (-3) = -8 + 5 = -3$
 b) $12 - [6 + 18 : (-3)] \times 2010 = 12 - [6 + (-6)] \times 2010 = 12 - 0 \times 2010 = 12$
 c) $5 + [-18 + (-3) \times (-4)] : (-6) = 5 + [-18 + 12] : (-6) = 5 + (-6) : (-6) = 5 + 1 = 6$
 d) $12 - 3 \times 5 + 4 - [14 + 3 + (-5) \times 4] = 12 - 15 + 4 - [14 + 3 - 20] = 12 - 15 + 4 - (-3) = 4$

56. Sabiendo que $a = 6$, $b = -9$ y $c = 3$, calcula:

- a) $a + bc = 6 + (-9) \times 3 = 6 + (-27) = -21$
 b) $(a + b)c = (6 + (-9)) \times 3 = -3 \times 3 = -9$
 c) $a + \frac{b}{c} = 6 + \frac{-9}{3} = 6 + (-3) = 3$
 d) $\frac{a+b}{c} = \frac{6+(-9)}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

► Pág. 41. Ejercicios

TEMA 2

57. Copia en tu cuaderno y completa la tabla:

a	b	c	$a + b \times c$	$(a + b) \times c$	$a \times (b + c)$
3	-2	5	-7	5	9
-2	-1	6	-8	-18	-10
7	-4	2	-1	6	-14

58. Calcula las expresiones siguientes:
 $A = ab - c$ $B = a(b - c)$ $C = (c - b) : a$
 cuando:
 a) $a = -1$, $b = 3$, $c = -5$
 a) $A = ab - c = (-1) \times 3 - (-5) = -3 + 5 = 2$
 $B = a(b - c) = -1 \times (3 - (-5)) = -1 \times 8 = -8$
 $C = (c - b) : a = (6 - (-4)) : 2 = 10 : 2 = 5$

59. Pon los paréntesis necesarios para que las siguientes igualdades sean correctas:
 a) $-6 : ((-18) : 3) = 1$
 b) $(10 : (-2) - (-5)) \times 10 = 0$
 c) $(-14 + 10) : (-2) = 2$
 d) $-5 \times ((-3) + (-2)) = 25$

60. Completa con el signo de operación +, -, ×, :, correspondiente:
 a) $-8 - (-3) \times 2 = -2$
 b) $-8 \times (-3) \times 2 = 48$
 c) $-6 \times 2 - (-7) = -5$

SOLUCIONARIO

57. Copia en tu cuaderno y completa la tabla:

a	b	c	$a + b \times c$	$(a + b) \times c$	$a \times (b + c)$
3	-2	5	-7	5	9
-2	-1	6	-8	-18	-10
7	-4	2	-1	6	-14

58. Calcula las expresiones siguientes:

$$A = ab - c \quad B = a(b - c) \quad C = (c - b) : a$$

cuando:

a) $a = -1$, $b = 3$, $c = -5$

a) $A = ab - c = (-1) \times 3 - (-5) = -3 + 5 = 2$

$$B = a(b - c) = -1 \times (3 - (-5)) = -1 \times 8 = -8$$

$$C = (c - b) : a = (6 - (-4)) : 2 = 10 : 2 = 5$$

b) $a = 2$, $b = -4$, $c = 6$

b) $A = ab - c = 2 \times (-4) - 6 = -8 - 6 = -14$

$$B = a(b - c) = 2 \times (-4 - 6) = 2 \times (-10) = -20$$

$$C = (c - b) : a = (6 - (-4)) : 2 = 10 : 2 = 5$$

59. Pon los paréntesis necesarios para que las siguientes igualdades sean correctas:

a) $-6 : ((-18) : 3) = 1$

b) $(10 : (-2) - (-5)) \times 10 = 0$

c) $(-14 + 10) : (-2) = 2$

d) $-5 \times ((-3) + (-2)) = 25$

60. Completa con el signo de operación +, -, ×, :, correspondiente:

a) $-8 - (-3) \times 2 = -2$

b) $-8 \times (-3) \times 2 = 48$

c) $-6 \times 2 - (-7) = -5$

- d) $-8 - 2 \times (-4) = 0$
 e) $2 + (-2) \times (-9) = 20$
 f) $-2 \times (-12 + 10) = 4$
 g) $16 - (-12 : (-4)) = 13$
 h) $-14 + 6 : (-6) = -15$

61. En la siguiente tabla se refleja el estado de la cuenta corriente del Sr. Fernández el día primero de cada mes:

- a) ¿En qué mes el estado de la cuenta estuvo más «alto»? ¿Y más «bajo»?
 b) ¿Cuál es la diferencia entre el mes más «alto» y el mes más «bajo»?
 a) más «alto» en julio (750 €) y más «bajo» en mayo (-102 €)
 b) $750 - (-102) = 750 + 102 = 852$ €

62. En la tabla siguiente se refleja la variación de temperaturas en una ciudad desde las 7 de la mañana hasta las 12 de la noche.

HORAS	TEMPERATURAS
7 de la mañana	2 °C
De las 7 a las 9	aumentó 1 °C
De las 9 a las 11	aumentó 3 °C
De las 11 a las 13	aumentó 4 °C
De las 13 a las 15	aumentó 3 °C
De las 15 a las 17	aumentó 1 °C
De las 17 a las 19	disminuyó 1 °C
De las 19 a las 21	disminuyó 3 °C
De las 21 a las 24	disminuyó 6 °C

- a) ¿Cuál es la temperatura a las 12 de la noche?
 b) ¿Cuál es la diferencia de temperaturas entre las 7 de la mañana y las 12 de la noche?
 a) $2 + 1 + 3 + 4 + 3 + 1 - 1 - 3 - 6 = 3$ °C
 b) $3 - 2 = 1$ °C

63. El termómetro de Gloria marcaba 5° bajo cero a las 6 de la mañana y a las 2 de la tarde marcaba 13° sobre cero. ¿Cuál ha sido la variación de temperatura en este periodo de tiempo?
 $13 - (-5) = 18$ °C

64. La temperatura en una ciudad a las 7 de la tarde era de 4 °C sobre cero. ¿Cuál es la temperatura a las 3 de la mañana si en ese periodo de tiempo ha bajado -10 °C?
 $4 - 10 = -6$ °C

65. Jorge entra en un edificio que tiene 10 plantas y cuatro sótanos, sube en la planta baja al ascensor, y realiza el siguiente recorrido: primero baja al segundo sótano; después sube seis pisos; a continuación desciende 7; más tarde sube 9 y finalmente desciende 10. ¿En qué planta se encuentra?
 $-2 + 6 - 7 + 9 - 10 = -4$

66. Felipe tenía 50 cromos, ganó 17 cromos, después ganó 5 más, a continuación perdió 25 y por último perdió 7. ¿Con cuántos cromos se quedó al final?
 $50 + 17 + 5 - 25 - 7 = 40$

67. Un termómetro señala 6 °C. Si la temperatura desciende 11 °C, ¿cuántos grados marcará?
 $6 - 11 = -5$ °C

68. Si un termómetro marca 4 grados bajo cero y la temperatura asciende 12 grados, ¿qué temperatura indicará?
 $-4 + 12 = 8$ °C

69. En una noche de invierno el termómetro pasó de 3 grados sobre cero a 12 grados bajo cero, ¿cuántos grados descendió la temperatura?
 $3 - (-12) = 15$ °C
 La temperatura descendió 15 °C

► Pág. 42. Ejercicios

LOS NÚMEROS ENTEROS

5. En la siguiente tabla se reflejan las temperaturas máxima y mínima de cinco ciudades españolas en un día de invierno:

CIUDAD	MÁXIMA	MÍNIMA
Burgos	16	-3
Ávila	13	-5
Valencia	15	3
Teruel	15	-1
Segovia	14	-2

6. ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas máxima y mínima en cada una de las cinco ciudades?

7. ¿En cuál de ellas la variación de temperatura ha sido mayor?

8. La cera funde a 62°C y el mercurio a -39°C , ¿cuál es la diferencia entre las temperaturas de fusión de la cera y el mercurio?

9. Completa el cuadro siguiente indicando qué multiplicar y sumar:

10. Halla el valor de x y y que hacen ciertas las siguientes igualdades:

11. Muestra que:

12. Completa las siguientes cuatro tablas indicando qué multiplicar:

13. El cero absoluto:

14. Discute la afirmación:

15. Discute el enunciado:

SOLUCIONARIO

70. En la siguiente tabla se reflejan las temperaturas máxima y mínima de cinco ciudades españolas en un día de invierno:

CIUDAD	MÁXIMA	MÍNIMA
Burgos	16	-3
Ávila	13	-5
Valencia	15	3
Teruel	15	-1
Segovia	14	-2

a) ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas máxima y mínima en cada una de las cinco ciudades?

b) ¿En cuál de ellas la variación de temperatura ha sido mayor?

Burgos: $16 - (-3) = 19^\circ\text{C}$

Ávila: $13 - (-5) = 18^\circ\text{C}$

Valencia: $15 - 3 = 12^\circ\text{C}$

Teruel: $15 - (-1) = 16^\circ\text{C}$

Segovia: $14 - (-2) = 16^\circ\text{C}$

La mayor variación correspondió a Burgos.

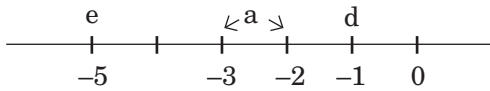
71. La cera funde a 62°C y el mercurio a -39°C , ¿cuál es la diferencia entre las temperaturas de fusión de la cera y el mercurio?

$62 - (-39) = 62 + 39 = 101^\circ\text{C}$

72. Comprueba si existen números enteros que verifiquen a la vez:

- a) $-4 < a < 9$ y $a < -1 \Rightarrow a = -2$; $a = -3$
 b) $3 < b < 5$ y $b > 4 \Rightarrow$ no existe b
 c) $c < -4$ y $-6 < c < 0 \Rightarrow c = -5$
 d) $d > -2$ y $d < 0 \Rightarrow d = -1$

Representa la solución en una recta graduada.



73. Halla el valor de x para que sean ciertas las igualdades siguientes:

- a) $x + 7 = 4 \Rightarrow x = -3$
 b) $x + 5 = 1 \Rightarrow x = -4$
 c) $x - 6 = -9 \Rightarrow x = -3$
 d) $7 - x = 10 \Rightarrow x = -3$
 e) $-14 - x = -20 \Rightarrow x = 6$
 f) $-9 - x = 10 \Rightarrow x = -19$

74. Mismo ejercicio:

- a) $x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4$
 b) $x - 8 = 10 \Rightarrow x = 18$
 c) $x - 13 = -8 \Rightarrow x = 5$
 d) $9 - x = 12 \Rightarrow x = -3$
 e) $7 - x = 4 \Rightarrow x = 3$
 f) $8 - x = 16 \Rightarrow x = -8$

75. Completa los siguientes cuadros sabiendo que son mágicos:

7	-7	3
-3	1	5
-1	9	-5

-9	5	-5
1	-3	-7
-1	-11	3

76. El cero absoluto. Lord Kelvin llegó a la conclusión de que la temperatura más baja que podía existir era -273°C . A esta temperatura se llamó cero absoluto. La escala Kelvin de temperaturas absolutas se inicia en el cero absoluto.

Observa el gráfico comparativo y completa la tabla:

$^{\circ}\text{C}$	10	-13	20	-30	9	-3	50
$^{\circ}\text{K}$	283	260	293	243	282	270	323

77. Encuentra qué relación hay entre los números a , b , c y d y que sea cierta para todas las filas de la tabla siguiente.

a	b	c	d
121	8	3	11
72	9	3	6
60	5	1	10
108	5	7	9
15	2	3	3

$$a : (b + c) = d$$

78. Descubre al intruso. ¿Cuál no es igual a los demás?

- a) $4 + 3 \times 2$; b) $4 \times 3 + 2$;
 c) $4 \times 3 - 2$; d) $2 \times (3 + 2)$;
 e) $(2 \times 4) + 2$

El b).

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Recordar y hacer uso de los distintos significados de una fracción.
- Reconocer fracciones equivalentes.
- Identificar y obtener fracciones irreducibles.
- Obtener fracciones equivalentes a una dada.
- Comparar fracciones y ordenarlas de mayor a menor o viceversa.
- Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones.
- Utilizar correctamente la jerarquía de las operaciones y las reglas de uso de los paréntesis en los cálculos escritos.
- Formular y resolver problemas de fracciones.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Entender el significado de una fracción
- Aplicar la fracción como operador.
- Entender el concepto de fracción equivalente, obtener fracciones equivalentes a una dada.
- Determinar la fracción irreducible.
- Obtener fracciones equivalentes con el mismo denominador, utilizando el m.c.m. de los denominadores.
- Utilizar los algoritmos de la adición y sustracción de fracciones.
- Conocer el método para multiplicar fracciones y simplificar el resultado.
- Reconocer la fracción inversa y utilizarla en la división de fracciones.
- Leer correctamente un problema y elaborar la estrategia adecuada para su resolución.
- Analizar la veracidad del resultado.
- Dar el resultado de forma correcta y clara.

CONTENIDOS

- **Conceptos ("saber")**
 - Fracción: significado, términos.
 - La fracción como operador y como cociente.
 - Fracciones equivalentes.
 - La fracción irreducible
 - Representación gráfica de fracciones.
 - Ordenación de fracciones.
 - La adición y la sustracción de fracciones: casos.
 - Multiplicación de fracciones.
 - Producto de una fracción por un número.
 - Expresiones numéricas con operaciones combinadas.
 - División de fracciones.
- **Procedimientos ("Saber hacer")**
 - Utilización de las fracciones en diferentes contextos.
 - Representación mediante diagramas o sobre una recta, de fracciones sencillas, de problemas numéricos con ese caso nivel de dificultad.
 - Comparación de fracciones sencillas mediante la ordenación y la representación gráfica.
 - Utilización de la jerarquía de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos.
 - Utilización de los algoritmos tradicionales de la suma, resta, y multiplicación con fracciones sencillas.
 - Decisión sobre las operaciones adecuadas a efectuar en la resolución de problemas numéricos.
- **Actitudes ("Saber ser")**
 - Incorporación del lenguaje numérico, del cálculo y de la estimación de cantidades a las formas de proceder habituales en la vida cotidiana.
 - Flexibilidad para enfrentarse a situaciones numéricas desde distintos puntos de vista.
 - Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptores 1. Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones. 2. Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el algoritmo de cada una de las operaciones de adición y sustracción de fracciones.	- Efectúa correctamente las operaciones con fracciones. - Reconoce cuando se pueden efectuar la suma y la resta de fracciones. - Identifica los elementos que intervienen en cada operación.	- Ejercicios 14, 15, 16 y 17 (pág. 51)
	2. Conoce el algoritmo de la multiplicación y división de fracciones.	- Efectúa correctamente las operaciones de multiplicación y división de fracciones. - Simplifica adecuadamente la fracción resultante.	- Ejercicios 19, 20 y 21 (pág. 52) - Ejemplo 7 (pág. 53)
	3. Aplica la prioridad en las operaciones combinadas.	- Realiza correctamente las operaciones combinadas. - Reconoce la necesidad del uso de los paréntesis.	- Ejercicio 24 (pág. 53) - Ejercicio 44 (pág. 57)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores 1. Entender el significado de una fracción. 2. Aplicar la fracción como operador. 3. Entender el concepto de fracción equivalente. 4. Determinar la fracción irreducible. 5. Obtener fracciones equivalentes con el mismo denominador.		
	◦ Desempeño		
	1. Reconoce el significado de numerador y denominador de una fracción.	- Representa sobre una unidad una fracción. - Entiende que la fracción es un cociente.	- Ejercicios 1, 2, 3 (pág. 46)
	2. Entiende la fracción como un operador.	- Calcula la fracción de un número.	- Ejercicios 4, 6 y 7 (pág. 47)
	3. Entiende el concepto de fracción equivalente.	- Calcula fracciones equivalentes a una dada. - Reconoce cuando dos fracciones son equivalentes.	- Ejemplos 1 y 2 (pág. 48)
	4. Reconoce cuando una fracción es irreducible.	- Calcula la fracción irreducible.	- Ejercicios 8, 9 y 12 (pág. 49)
	5. Reconoce la forma de reducir a común denominador, para operar o para comparar.	- Calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores. - Obtiene fracciones equivalentes con el mismo denominador. - Compara fracciones.	- Ejemplo 3 y 4 (pág. 50)

COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Aplicar las operaciones adecuadas para la obtención de la solución. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determina las operaciones que hay que efectuar. - Organiza con un orden lógico los procedimientos.	- Ejercicio 5 (pág. 47) - Ejercicio 18 (pág. 51) - Ejercicio 22 (pág. 52) - Ejercicio 25 (pág. 53)
	2. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- En todos los ejercicios y ejemplos propuestos.

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan aplicar el recurso adecuado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios del 55 al 63 (pág. 58)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Determina los cálculos adecuados para obtener la solución.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer en los enunciados situaciones de la vida real, que nos ayuda a comprenderla y a resolver problemas que nos podemos encontrar en ella.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza correctamente las situaciones reales en la resolución de problemas.	- Resuelve los problemas buscando situaciones reales paralelas a los enunciados planteados.	- Ejercicio 28, 29, 30 (pág. 56)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas y de ejercicios. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y hacerlo con soltura.	- A lo largo de todo el tema
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso, lo analiza y obtiene estrategias.	- A lo largo del tema
	3. Mejora la motivación.	- Se siente satisfecho por la labor bien hecha. - Cuida la expresión y la presentación.	- A lo largo del tema
	4. Adquiere confianza con la práctica de operaciones combinadas con fracciones.	- Resuelve operaciones combinadas con fracciones.	- Ejercicios 43, 44 y 46 (pág. 57)

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Conocer los orígenes de los números fraccionarios. 2. Reconocer la evolución de los números y su necesidad.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el origen de los números fraccionarios.	- Utiliza las fracciones como código.	- Hoja de inicio de tema 3

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Extender y aplicar los conceptos de fracción de un número. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos		
	◦ Desempeño		
	1. Tiene la iniciativa necesaria para investigar y resolver un problema.	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que se había propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 44 - 45. Las fracciones

TEMA 3

LAS FRACCIONES

En el Egipto de los faraones, Horus era un dios representado indistintamente como un halcón o como un hombre con cabeza de halcón. Las diversas partes que componen el ojo fueron medidas desde muy antiguo como sistema de numeración fraccionario usando fracciones con numerador 1. Cada una de las partes del Ojo de Horus era una fracción obtenida al dividir la unidad por 2, 4, 8, 16 y 32 y se conocían como fracciones "Ojo de Horus". Pero el ojo derecho brillaba así:




Así $\frac{1}{2}$ se escribía: 
 $\frac{1}{32}$ se escribía: 
 $\frac{5}{16}$ se escribía: 
 pues $\frac{5}{16} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4}$

Imagen de la parte del ojo de Horus representada por el símbolo de la izquierda.



SOLUCIONARIO

Completa utilizando las palabras: fracción, numerador, denominador, cociente.

$4 : 9$ o $\frac{4}{9}$ representa el **cociente** de 4 entre 9.

$\frac{4}{9}$ es una **fracción**; 4 es el **numerador** y 9 el **denominador**.

¿Cuál o cuáles de los siguiente cálculos tienen resultado 1?

Todos tienen resultado 1.

Verdadero o falso

a) Si le quedan 40 litros es que ha gastado $\frac{1}{3}$ del depósito. **Verdadero**

b) Cuando ha consumido los $\frac{3}{4}$ del depósito le quedan 15 litros. **Verdadero**

c) Los $\frac{7}{15}$ del depósito son 35 litros. **Falso**

d) Cuando ha gastado los $\frac{2}{3}$ del depósito ha gastado menos que si hubiera consumido los $\frac{3}{5}$. **Falso**

DE 6º A 1º

RECUERDA EL VOCABULARIO BÁSICO

Completa utilizando las palabras: **fracción**, **numerador**, **denominador**, **cociente**.

$4 : 9 = \frac{4}{9}$ representa el _____ de 4 entre 9.

$\frac{4}{9}$ es una _____ de 4 en el _____ y 9 el _____.

COMENZAMOS BIEN

¿Cada número es la suma o el producto de los números dados?

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$6 \times \frac{1}{6}$$

$$\frac{10}{9} - \frac{1}{9}$$

¿VERDADERO O FALSO?

En el depósito de combustible de un automóvil caben 40 litros. Si está haciendo un viaje y lo ha consumido con el depósito lleno, indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- ☐ A) Si le quedan 40 litros es que ha gastado $\frac{1}{3}$ del depósito.
- ☐ B) Cuando ha consumido los $\frac{2}{4}$ del depósito le quedan 15 litros.
- ☐ C) Los $\frac{3}{15}$ del depósito son 50 litros.
- ☐ D) Cuando ha gastado los $\frac{2}{3}$ del depósito ha gastado menos que si hubiera consumido los $\frac{3}{4}$.

► Pág. 46. 1 Los números enteros

LAS FRACCIONES

1 Significado de una fracción

Sabes que una fracción es todo par de números naturales escritos de la forma $\frac{a}{b}$ (con b no nulo), siendo a el **numerador** y b el **denominador**. Una fracción puede tener distintos significados:

RESERVA

en 2 horas: $\frac{2}{3}$

en 3 horas: $\frac{1}{2}$

en 4 horas: $\frac{3}{4}$

en 6 horas: $\frac{5}{6}$

A) Partes. Observa:

B) Medidas. Si AC representa la unidad entera:

Así, $\frac{2}{3}$ y $AC = 1 + \frac{1}{3}$ o $\frac{4}{3}$

C) Cociente:

La fracción $\frac{a}{b}$ representa el cociente entre a y b .

Así, $\frac{22}{3} = 22 : 3 = 7 \frac{2}{3}$ y $\frac{18}{3} = 18 : 3 = 6$

EJERCICIOS

1. Expresa como una fracción la parte coloreada de cada figura.

2. ¿Qué fracción representa la abscisa de cada punto?

3. Completa: La fracción $\frac{126}{14}$ representa la división de ... entre ... es decir: $\frac{126}{14} = 126 : 14 = 9$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

En A) Partes. Es importante que el alumno comprenda que las partes deben ser iguales.

En B) Medidas. Los segmentos y sus longitudes son solo un ejemplo. No importa qué cantidad puede ser medida por una fracción.

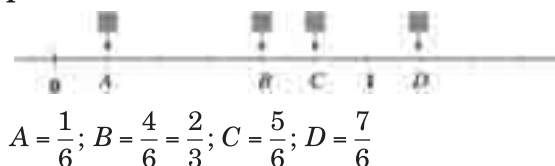
En C) Cociente. Una fracción representa un cociente.

SOLUCIONARIO

1. **Expresa como una fracción la parte coloreada de cada figura:**

En el cuadro representa $\frac{4}{9}$
 En el triángulo representa $\frac{3}{4}$
 En el círculo representa $\frac{3}{16}$

2. **¿Qué fracción representa la abscisa de cada punto?**



3. **Completa:** La fracción $\frac{126}{14}$ representa la división de

126 entre 14; es decir $\frac{126}{14} = 126 : 14 = 9$

► Pág. 47. 2 La fracción como operador

2 La fracción como operador

Si en tu clase son 25 alumnos y los $\frac{2}{5}$ partes son chicas, ¿cuántas chicas y chicos hay?

Debemos calcular los $\frac{2}{5}$ de 25. Para ello hacemos:

1. Dividimos la clase en 5 partes iguales: $25 : 5 = 5$.

2. Multiplicamos 2 de estas partes: $2 \times 5 = 10$.

Por tanto:

$\frac{2}{5}$ de 25 = 10, es decir: $\frac{2}{5}$ de 25 = $\frac{2 \times 25}{5} = \frac{50}{5} = 10$.

Las chicas representan $\frac{2}{5}$ del total y son $\frac{2}{5}$ de 25.

Luego $\frac{3}{5}$ de 25 = $\frac{3 \times 25}{5} = \frac{75}{5} = 15$.



Para obtener la fracción $\frac{2}{5}$ de un número 5 se calcula $\frac{2 \times 5}{5}$.

EJERCICIOS

1. Completa:

a) $\frac{2}{7}$ de 35 = $\frac{2}{7} \times 35 = \frac{2 \times 35}{7} = \frac{70}{7} = 10$ b) $\frac{5}{8}$ de 96 = $\frac{5}{8} \times 96 = \frac{5 \times 96}{8} = \frac{480}{8} = 60$

2. En un garaje hay 140 vehículos entre coches y motos. Si las motos representan los $\frac{3}{20}$ del total se pide:
a) ¿Cuántas motos hay?
b) ¿Qué fracción del total representan los coches del garaje? ¿Cuántos son?

3. Completa:



4. Calcula en minutos:

a) $\frac{2}{7}$ de hora b) $\frac{4}{5}$ de hora c) $\frac{1}{30}$ de hora d) $\frac{7}{12}$ de hora

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Contenido de ampliación: fracción de una fracción para preparar la multiplicación de fracciones.

Por ejemplo: Dibuja un cuadrado y colorea en él su cuarta parte. Marca ahora la mitad de la parte coloreada. ¿Qué fracción del cuadrado representa? ¿Qué operación te permite calcularla? (Autonomía e iniciativa personal).

SOLUCIONARIO

4. Completa:

a) $\frac{2}{7}$ de 35 = $\frac{2}{7} \times 35 = \frac{2 \times 35}{7} = \frac{70}{7} = 10$

b) $\frac{5}{8}$ de 90 = $\frac{5}{8} \times 90 = \frac{5 \times 90}{8} = \frac{450}{8} = 56,25$

5. En un garaje hay 140 vehículos entre coches y motos. Si las motos representan los $\frac{3}{20}$ del total se pide:

a) ¿Cuántas motos hay?

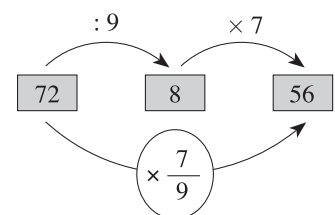
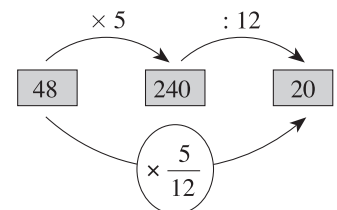
b) ¿Qué fracción del total representan los coches del garaje? ¿Cuántos son?

a) Hay $\frac{3}{20} \times 140 = 21$ motos

b) Los coches representan el

$1 - \frac{3}{20} = \frac{20-3}{20} = \frac{17}{20}$ del total. Hay
 $\frac{17}{20} \times 140 = \frac{17 \times 140}{20} = 119$ coches o también $140 - 21 = 119$.

6. Completa:



7. Calcula en minutos:

a) $\frac{3}{4}$ de hora = $\frac{3}{4} \times 60$ minutos = 45 minutos

b) $\frac{4}{5}$ de hora = $\frac{4}{5} \times 60$ minutos = 48 minutos

c) $\frac{1}{30}$ de hora = $\frac{1}{30} \times 60$ minutos = 2 minutos

d) $\frac{7}{12}$ de hora = $\frac{7}{12} \times 60$ minutos = 35 minutos

► Pág. 48. 3 Fracciones equivalentes

LAS FRACCIONES

3 Fracciones equivalentes

Observe las figuras siguientes:

Todas las partes coloreadas representan la misma parte del total. Las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ son iguales y se dicen que son equivalentes.

Observe: $\frac{2}{4} = \frac{2 \times 3}{4 \times 3} = \frac{6}{12}$; $\frac{4}{6} = \frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12}$; $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$.

Atento: $\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$ y $2 \times 12 = 4 \times 6 = 24$; $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ y $4 \times 3 = 6 \times 2 = 12$.

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta multiplicar o dividir los dos términos de la fracción por un mismo número no nulo.

Las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si $a \cdot d = b \cdot c$.

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$; $\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$ con $k \neq 0$, $m \neq 0$ y $b \neq 0$.

EJEMPLOS

1) a) Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$ no son equivalentes, pues: $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60 \neq 80 = 4 \cdot 5 \cdot 3$.

b) Las fracciones $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{10}$ sí son equivalentes, pues: $4 \cdot 10 = 40 = 8 \cdot 5$.

2) Obtener cinco fracciones equivalentes a $\frac{2}{5}$ y cuatro equivalentes a $\frac{100}{150}$.

Equivalentes a: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25}$; Equivalentes a: $\frac{100}{150} = \frac{30}{45} = \frac{20}{30} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Dos fracciones equivalentes representan un mismo cociente.

Equivalente = igual valor.

Los ejercicios 8 a 11 consolidan este concepto.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Cada vez que se encuentra un factor común en el numerador y en el denominador de una fracción se puede “simplificar” esta fracción.

Al simplificar una fracción, ésta no cambia de valor.

Puede ser buen momento para señalar la conveniencia de obtener denominadores positivos.

SOLUCIONARIO

8. Completa las siguientes series:

a) $\frac{1}{3} = \frac{6}{18} = \frac{2}{6}$

b) $\frac{16}{20} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

► Pág. 49. 4 La fracción irreducible

4 La fracción irreducible

Cuando el numerador y el denominador de una fracción se dividen por un mismo número no nulo se dice que la fracción se ha simplificado.

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 10}{60 \div 10} = \frac{3}{6}$$

La fracción $\frac{3}{6}$ no se puede simplificar más porque no hay ningún número mayor que 1 y 3 que divida a 6 y 3. Esta fracción es irreducible.

Una fracción irreducible con denominador positivo también se llama fracción canónica.

RECUERDA

Puedes obtener la fracción irreducible de una fracción dividiendo numerador y denominador por su máximo común divisor (M.C.D.).

EXERCICIOS

1. Completa las siguientes igualdades:

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

2. Encuentra parejas de fracciones equivalentes:

$\frac{3}{5}$

$\frac{12}{20}$

$\frac{14}{21}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{7}{9}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{7}{7}$

$\frac{5}{12}$

$\frac{13}{24}$

$\frac{25}{40}$

3. Escribe cinco fracciones equivalentes a $\frac{3}{8}$ con denominador menor que 30.

4. Completa:

$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$\frac{12}{6} = \frac{2}{1}$

$\frac{60}{30} = \frac{2}{1}$

$\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$

5. Halla, si es posible, la fracción canónica de las fracciones siguientes:

$\frac{3}{30}$

$\frac{25}{35}$

$\frac{8}{24}$

$\frac{21}{33}$

$\frac{40}{60}$

$\frac{75}{100}$

$\frac{49}{72}$

$\frac{250}{300}$

c) $\frac{125}{200} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

9. Encuentra parejas de fracciones equivalentes:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} ; \frac{2}{3} = \frac{14}{21} ; \frac{3}{7} = \frac{12}{28} ; \frac{3}{4} = \frac{9}{12} ; \frac{7}{9} = \frac{35}{45}$$

10. Escribe cinco fracciones equivalentes a $\frac{3}{4}$ con denominador menor que 30.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28}$$

11. Completa:

$$\frac{7}{4} = \frac{21}{12} ; \frac{23}{6} = \frac{115}{30} ;$$

$$\frac{60}{90} = \frac{30}{45} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} ; \frac{84}{126} = \frac{28}{42} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

12. Halla, si es posible, la fracción canónica de las fracciones siguientes:

a) $\frac{4}{30} = \frac{2}{15} ;$

b) $\frac{22}{33} = \frac{2}{3} ;$

c) $\frac{9}{15}$ es irreducible;

d) $\frac{6}{13}$ es irreducible;

e) $\frac{40}{60} = \frac{2}{3} ;$

f) $\frac{75}{100} = \frac{3}{4} ;$

g) $\frac{48}{72} = \frac{2}{3} ;$

h) $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

► Pág. 50. 5 Reducción a denominador común. Comparación

LAS FRACCIONES

5 Reducción a denominador común. Comparación

Reducir una o más fracciones a común denominador es encontrar fracciones equivalentes a las dadas pero con el mismo denominador.

El denominador común de dos o más fracciones puede ser el mismo o un múltiplo (10 o 60) de sus denominadores.

EJEMPLO

1) El denominador común de $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$ es 24 pues es 12 $\cdot 2 = 24$.

Como $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ y $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$, las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$ reducidas a común denominador son $\frac{9}{24}$ y $\frac{10}{24}$ respectivamente.

Comparación de fracciones

Comparar dos fracciones es saber cuál de ellas es la mayor.

Si dos fracciones tienen el mismo denominador, basta comparar los números que hay en el numerador.

Si $a < b$ entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, y si $a > b$.

EJEMPLO

2) Ordena en forma creciente las fracciones: $\frac{8}{15}, \frac{7}{4}, \frac{7}{20}$.

Como 60 es 15 $\cdot 4$, 20 $\cdot 3$ y 4 $\cdot 15$, el denominador común será 60.

Por tanto: $\frac{8}{15} = \frac{32}{60}$, $\frac{7}{4} = \frac{105}{60}$ y $\frac{7}{20} = \frac{21}{60}$.

Como $\frac{32}{60} < \frac{21}{60} < \frac{105}{60}$, las fracciones son: $\frac{8}{15}, \frac{7}{20}, \frac{7}{4}$.

EJERCICIO

3) Completa utilizando "<" o ">":

a) $\frac{23}{7} \dots \frac{23}{11}$ b) $\frac{7}{5} \dots \frac{1}{3}$ c) Como $\frac{6}{5} < \frac{7}{5}$ y $\frac{7}{5} < \frac{7}{3}$ se deduce que $\frac{6}{5} < \frac{7}{3}$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La reducción a común denominador facilita la comparación de fracciones.

Valorar la conveniencia de incluir el siguiente concepto:

Si a y b son enteros positivos se verifica:

- Si a es más pequeño que b , el número $\frac{a}{b}$ es más pequeño que 1.
- Si a es más grande que b , el número $\frac{a}{b}$ es más grande que 1.

SOLUCIONARIO

13. Completa utilizando "<" o ">":

a) $\frac{23}{7} > \frac{23}{11}$ b) $\frac{7}{5} < \frac{1}{3}$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Indicar que la suma o resta de numeradores solo tiene sentido cuando los denominadores son iguales.

Insistir en que se debe observar si el resultado de una operación se puede simplificar.

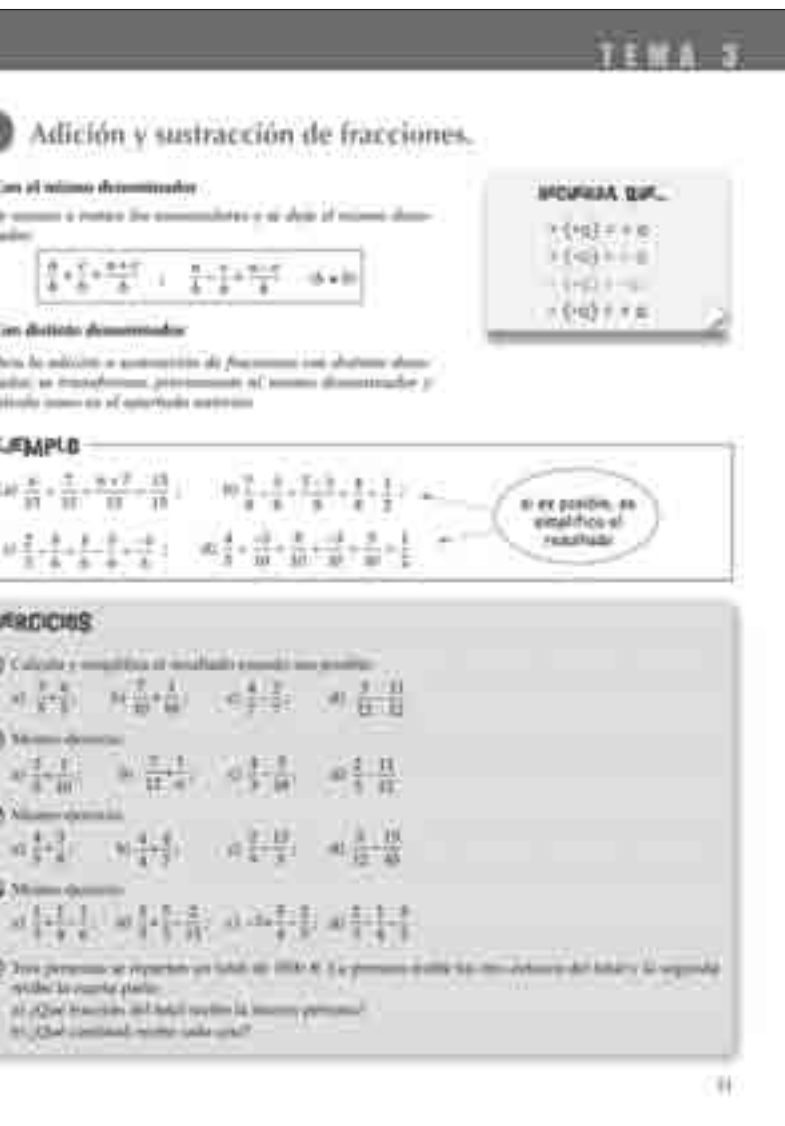
SOLUCIONARIO

14. Calcula y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3+6}{5} = \frac{9}{5}$;

b) $\frac{7}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7+1}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

► Pág. 51. 6 Adición y sustracción de fracciones



$$c) \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4-2}{7} = \frac{2}{7}$$

$$d) \frac{3}{12} - \frac{11}{12} = \frac{3-11}{12} = \frac{-8}{12} = \frac{-2}{3}$$

15. Mismo ejercicio:

$$a) \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6+1}{10} = \frac{7}{10}$$

$$b) \frac{7}{12} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7+2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$c) \frac{4}{3} - \frac{5}{18} = \frac{24}{18} - \frac{5}{18} = \frac{24-5}{18} = \frac{19}{18}$$

$$d) \frac{2}{3} - \frac{11}{12} = \frac{8}{12} - \frac{11}{12} = \frac{8-11}{12} = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4}$$

16. Mismo ejercicio:

$$a) \frac{4}{5} + \frac{3}{8} = \frac{32}{40} + \frac{15}{40} = \frac{32+15}{40} = \frac{47}{40}$$

$$b) \frac{4}{4} + \frac{4}{7} = \frac{28}{28} + \frac{16}{28} = \frac{28+16}{28} = \frac{44}{28} = \frac{11}{7}$$

$$c) \frac{2}{9} - \frac{13}{5} = \frac{10}{45} - \frac{117}{45} = \frac{10-117}{45} = \frac{-107}{45}$$

$$d) \frac{5}{12} - \frac{15}{45} = \frac{75}{180} - \frac{60}{180} = \frac{75-60}{180} = \frac{15}{180} = \frac{1}{12}$$

17. Mismo ejercicio:

$$a) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{4+3-2}{12} = \frac{5}{12}$$

$$b) \frac{3}{5} + \frac{5}{3} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15} + \frac{25}{15} - \frac{2}{15} = \frac{9+25-2}{15} = \frac{32}{15}$$

$$c) -3 + \frac{5}{4} - \frac{2}{5} = \frac{-60}{20} + \frac{25}{20} - \frac{8}{20} = \frac{-60+25-8}{20} = \frac{-43}{20}$$

$$d) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{8}{5} = \frac{40}{60} - \frac{15}{60} - \frac{96}{60} = \frac{40-15-96}{60} = \frac{-71}{60}$$

18. Tres personas se reparten un total de 1800 €. La primera recibe los tres octavos del total y la segunda recibe la cuarta parte.

a) ¿Qué fracción del total recibe la tercera persona?

b) ¿Qué cantidad recibe cada uno?

$$a) 1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \text{ La tercera persona}$$

na recibe los $\frac{3}{8}$ del total

b) La primera y la tercera reciben

$$\frac{3}{8} \times 1800 = \frac{3 \times 1800}{8} = 675 \text{ €}. \text{ La segunda recibe}$$

$$\frac{1}{4} \times 1800 = \frac{1800}{4} = 450 \text{ € o}$$

$$1800 - 2 \times 675 = 1800 - 1350 = 450 \text{ €}$$

► Pág. 52. 7 Multiplicación de fracciones

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La multiplicación y la división de fracciones es más fácil que la adición o sustracción porque no hay que prestar atención a los denominadores.

Si un número mide una longitud, el producto de dos números mide la superficie de un rectángulo

SOLUCIONARIO

19. Calcula y escribe el resultado como una fracción irreducible.

$$a) \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{9}{10}$$

$$b) \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7 \times 1}{4 \times 2} = \frac{7}{8}$$

$$c) 3 \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{6} = \frac{5}{2}$$

$$d) -4 \times \frac{7}{32} = \frac{-4 \times 7}{32} = \frac{-7}{8}$$

20. Calcula:

$$a) \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{3 \times 7}{5 \times 8} = \frac{21}{40}$$

$$b) \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{21}{40}$$

$$c) \frac{2}{5} \times \left(\frac{-3}{4} \right) = \frac{2 \times (-3)}{5 \times 4} = \frac{-3}{10}$$

$$d) \frac{-1}{5} \times \left(\frac{-3}{2} \right) = \frac{-1 \times (-3)}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

21. Realiza las siguientes operaciones de la forma más rápida posible:

$$a) 5 \times \frac{88}{15} = \frac{88}{3}$$

$$b) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$c) \frac{8}{5} + 2 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{8}{5} + 1 - \frac{3}{5} = \frac{8+5-3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{8}{5} + 2 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{8}{5} - \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{5} + \frac{2}{1} = 1 + 1 = 2$$

$$d) \left(\frac{1}{9} + \frac{7}{6} \right) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{2}{18} + \frac{21}{18} \right) \times \left(\frac{4}{6} + \frac{1}{6} \right) = \frac{23}{18} \times \frac{5}{6} = \frac{115}{108}$$

22. Se deja caer una pelota desde una cierta altura y se sabe que cada vez que rebota al-

LAS FRACCIONES

7 Multiplicación de fracciones

Al multiplicar dos fracciones se obtiene otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

Por ejemplo: $\frac{10}{2} \times \frac{8}{2} = \frac{10 \times 8}{2 \times 2} = \frac{80}{4} = 20$

Como una partícula interna el producto de un número por una fracción:

Al multiplicar un número k por una fracción, multiplicamos k por el numerador y dejamos el mismo denominador.

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b} \quad (b \neq 0)$$

Así: $12 \times \frac{3}{5} = \frac{12 \times 3}{5} = \frac{36}{5}$ $6 \times \frac{7}{8} = \frac{6 \times 7}{8} = \frac{42}{8} = \frac{21}{4}$

EJERCICIOS

19. Calcula y escribe el resultado como una fracción irreducible.

a) $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{4} \times \frac{1}{2}$ c) $3 \times \frac{5}{6}$ d) $-4 \times \frac{7}{32}$

20. Calcula:

a) $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$ b) $\frac{7}{8} \times \frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{-3}{4} \right)$ d) $\left(\frac{-1}{5} \right) \times \left(\frac{-3}{2} \right)$

21. Realiza las siguientes operaciones de la forma más rápida posible:

a) $5 \times \frac{88}{15}$ b) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ c) $\frac{8}{5} + 2 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{5}$ d) $\left(\frac{1}{9} + \frac{7}{6} \right) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right)$

22. Se deja caer una pelota desde una cierta altura y se sabe que cada vez que rebota al-

► Pág. 52. 8 Números inversos. División de fracciones

8 Números inversos. División de fracciones

A) Inverso de una fracción

Dois números son inversos si su producto es igual a 1.

El inverso de a (no igual a 0) es $\frac{1}{a}$.

Si a y b son no nulas, las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ son inversas, pues:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

RECUERDA QUE...

No confundas el inverso con el opuesto.
Los números opuestos suman cero.
El opuesto de 5 es -5, mientras
que el inverso de 5 es $\frac{1}{5}$.

EJEMPLO

Los inversos de los números 2 , $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{7}$ son, respectivamente, $\frac{1}{2}$, 2 , $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{4}$.

B) División de fracciones

Para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad (b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$$

EJEMPLO

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{4} : \frac{5}{7} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{20} \\ \text{b) } \frac{3}{4} : \frac{1}{5} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{15}{4} \\ \text{c) } \frac{7}{8} : \frac{1}{9} &= \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{1} = \frac{63}{8} \\ \text{d) } \frac{2}{5} : \frac{2}{4} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{2} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

EXERCICIOS

1. Calcula:

$$\text{a) } \frac{5}{7} : \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \frac{4}{5} : \frac{3}{4}$$

$$\text{c) } \frac{3}{11} : \frac{4}{9}$$

$$\text{d) } \frac{11}{6} : \frac{7}{2}$$

2. Calcula:

$$\text{a) } \frac{4}{5} : \left(\frac{2}{3} \right)$$

$$\text{b) } 7 : \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$\text{c) } \left(3 - \frac{2}{5} \right) : 4$$

$$\text{d) } 6 : \left(2 + \frac{1}{5} \right)$$

3. ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{4}$ litro se necesitan para embotellar 150 litros de agua?

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Insistir en lo incluido en el margen: diferencia entre opuesto e inverso.

El cero no tiene inverso.

Para ejercicio 25. Medir es dividir por la unidad de medida; en este caso la unidad de medida es el cuarto de litro.

SOLUCIONARIO

23. Calcula:

$$\text{a) } \frac{5}{7} : \frac{15}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{7}{15} = \frac{5 \times 7}{7 \times 15} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{-6}{5} : \frac{-5}{6} = \frac{-6}{5} \times \frac{6}{-5} = \frac{-6 \times 6}{5 \times (-5)} = \frac{-36}{-25} = \frac{36}{25}$$

$$\text{c) } \frac{3}{10} : \frac{-4}{9} = \frac{3}{10} \times \frac{9}{-4} = \frac{27}{-40} = -\frac{27}{40}$$

$$\text{d) } 6 : \frac{15}{7} = 6 \times \frac{7}{15} = \frac{6 \times 7}{15} = \frac{14}{5}$$

24. Calcula:

$$\text{a) } \frac{4}{3} : \left(\frac{2}{5} \right) = \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{4 \times 5}{3 \times 2} = \frac{10}{3}$$

$$\text{b) } 7 : \frac{1}{3} = 7 \times \frac{3}{1} = 21$$

$$\text{c) } \left(3 - \frac{2}{5} \right) : 4 = \frac{15-2}{5} : 4 = \frac{13}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$$

$$\text{d) } 6 : \left(2 + \frac{1}{5} \right) = 6 : \frac{10+1}{5} = 6 : \frac{11}{5} = 6 \times \frac{5}{11} = \frac{30}{11}$$

25. ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{4}$ de litro se necesitan para embotellar 150 litros de agua?

$$150 : \frac{1}{4} = 150 \times 4 = 600 \text{ botellas.}$$

canza una altura igual a las tres quintas partes de la altura anterior. ¿Qué altura alcanzará después de haber tocado el suelo dos veces?

Si llamamos h a la altura inicial, alcanza una altura de $\frac{3}{5} \times h$ después del primer rebote y después del segundo rebote alcanza

$$\frac{3}{5} \times \left(\frac{3}{5} \times h \right) = \frac{9}{25} \times h$$

► Pág. 56. Ejercicios

LAS FRACCIONES

EJERCICIOS

FRACCIONES

23. Escribe como fracción la parte coloreada.





24. Dibuja las siguientes fracciones tomando como unidad un círculo.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{12}$

25. Carmen y Julián quieren comprar un videojuego. Carmen dispone de $\frac{1}{4}$ del precio del juego y Julián $\frac{2}{3}$ del precio del juego. Representa en el segmento siguiente de qué parte dispone Carmen (negro) y de qué parte de qué parte dispone Julián (en verde).



26. ¿Qué fracción de una hora (1 hora) ¿1 hora completa?

27. ¿Qué fracción de una hora (1 hora) ¿1 hora completa?

28. ¿Qué fracción de una hora (1 hora) ¿1 hora completa?

FRACCIONES EQUIVALENTES

29. Halla a los siguientes pares de fracciones equivalentes.

a) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{11}{22} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{48}{96} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ e) $\frac{24}{48} = \frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

30. Verdadero o Falso? (Justifica, usando los fracciones).

a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{6} > \frac{7}{8}$

d) $\frac{7}{8} > \frac{1}{2}$ e) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ f) $\frac{5}{11} > \frac{2}{3}$

31. Ordena de menor a mayor las fracciones.

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{2}{10}$ f) $\frac{1}{11}$

32. Ordena de menor a mayor.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{5}{6}$ f) $\frac{6}{7}$

SOLUCIONARIO

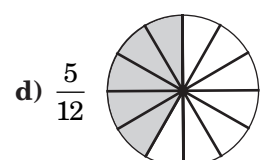
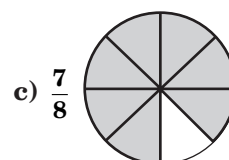
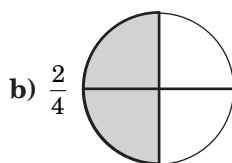
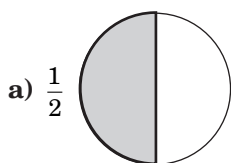
26. Escribe como fracción la parte coloreada.

En el círculo: $\frac{3}{4}$

En el rectángulo: $\frac{2}{7}$

En el segmento: $\frac{3}{4}$

27. Dibuja las siguientes fracciones tomando como unidad un círculo:



28. Carmen y Julián quieren comprar un videojuego, Carmen dispone de $\frac{1}{4}$ del precio del juego y Julián $\frac{2}{3}$ del precio del juego. Representa en el segmento siguiente de qué parte dispone Carmen (negro) y de qué parte dispone Julián (en verde).



29. ¿Qué fracción de año son 7 meses? ¿Y tres trimestres?

$$7 \text{ meses: } \frac{7}{12}; \quad \text{tres trimestres: } \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

30. ¿Qué fracción de hora son 20 minutos? ¿Y 45 minutos?

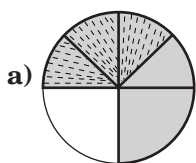
$$20 \text{ minutos: } \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \text{ de hora;}$$

$$45 \text{ minutos: } \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \text{ de hora}$$

31. a) Raya la mitad de la parte coloreada.

b) Calcula $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$.

c) ¿Observas alguna relación entre los resultados anteriores?



b) $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

c) Que la parte rayada es $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$. $\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}\right)$

32. Indica si los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

a) $\frac{27}{45}$ y $\frac{3}{4}$ no son equivalentes porque
 $27 \times 4 \neq 3 \times 45$
 $108 \neq 135$

b) $\frac{15}{50}$ y $\frac{3}{10}$ si son equivalentes porque
 $15 \times 10 = 3 \times 50$
 $150 = 150$

c) $\frac{48}{64}$ y $\frac{3}{4}$ si son equivalentes porque
 $48 \times 4 = 3 \times 64$
 $192 = 192$

d) $\frac{4}{5}$ y $\frac{40}{50}$ si son equivalentes porque
 $4 \times 50 = 5 \times 40$
 $200 = 200$

e) $\frac{15}{60}$ y $\frac{30}{40}$ no son equivalentes porque
 $15 \times 40 \neq 30 \times 60$
 $600 \neq 1800$

f) $\frac{1}{8}$ y $\frac{2}{12}$ no son equivalentes porque
 $1 \times 12 \neq 2 \times 8$
 $12 \neq 16$

33. Completa:

a) $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$ b) $\frac{6}{7} = \frac{42}{49}$ c) $\frac{10}{14} = \frac{50}{70}$

d) $\frac{60}{72} = \frac{5}{6}$ e) $\frac{16}{20} = \frac{8}{10}$ f) $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

34. Encontrar 4 fracciones equivalentes a:

Entre las muchas posibles, una solución es:

a) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$ b) $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27} = \frac{4}{36} = \frac{5}{45}$

c) $\frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{21}{36} = \frac{28}{48} = \frac{35}{60}$ d) $\frac{32}{10} = \frac{16}{5} = \frac{48}{15} = \frac{64}{20} = \frac{80}{25}$

e) $\frac{20}{70} = \frac{2}{7} = \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28}$ d) $\frac{21}{14} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8}$

35. Simplifica hasta llegar a la irreducible:

a) $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ c) $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

d) $\frac{42}{45} = \frac{14}{15}$ e) $\frac{36}{54} = \frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

f) $\frac{48}{60} = \frac{24}{30} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ g) $\frac{50}{120} = \frac{5}{12}$

h) $\frac{105}{135} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$

36. Reduce las siguientes fracciones a común denominador:

a) $\frac{4}{3}$ y $\frac{7}{12} \Rightarrow \frac{16}{12}$ y $\frac{7}{12}$ b) $\frac{5}{14}$ y $\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{5}{14}$ y $\frac{6}{14}$

c) $\frac{5}{2}$ y $\frac{7}{3} \Rightarrow \frac{15}{6}$ y $\frac{14}{6}$ d) $\frac{-6}{5}$ y $\frac{7}{18} \Rightarrow \frac{-108}{90}$ y $\frac{35}{90}$

e) $\frac{5}{12}$ y $\frac{1}{18} \Rightarrow \frac{15}{36}$ y $\frac{2}{36}$ f) $\frac{17}{22}$ y $\frac{10}{33} \Rightarrow \frac{51}{66}$ y $\frac{20}{66}$

37. ¿Verdadero o falso? (Reduce, cuando sea necesario, cada par de fracciones al mismo denominador)

a) $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ Verdadero. b) $\frac{1}{7} < \frac{1}{8}$ Falso.

c) $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$ Verdadero. d) $-\frac{1}{4} < -\frac{1}{3}$ Falso.

e) $\frac{3}{7} < \frac{2}{7}$ Falso. f) $\frac{4}{11} < \frac{10}{11}$ Verdadero.

38. Ordenar de menor a mayor las fracciones:

$$-\frac{1}{5} < -\frac{1}{10} < \frac{1}{12} < \frac{1}{11} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8} < \frac{1}{3}$$

39. Ordenar de mayor a menor:

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$ son equivalentes a $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$ y $\frac{15}{18}$

luego $\frac{20}{30} > \frac{18}{30} > \frac{15}{30} \Rightarrow \frac{2}{3} > \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$ y $\frac{5}{6}$ son equivalentes a $\frac{12}{18}$, $\frac{10}{18}$ y $\frac{15}{18}$

luego $\frac{15}{18} > \frac{12}{18} > \frac{10}{18} \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{5}{9}$

c) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{7}{12}$ son equivalentes a $\frac{18}{24}$, $\frac{15}{24}$ y $\frac{14}{24}$

luego $\frac{18}{24} > \frac{15}{24} > \frac{14}{24} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{7}{12}$

► **Pág. 57. Ejercicios**

TEMA 3

OPERACIONES

1. Cálculo

$$-\frac{4}{9} + \frac{1}{18} = -\frac{8}{18} + \frac{1}{18} = -\frac{7}{18}$$

$$-\frac{7}{9} - \frac{1}{4} = -\frac{28}{36} - \frac{9}{36} = -\frac{37}{36}$$

2. Comparar los valores y ordenar de menor a mayor los datos

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{17}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	$-\frac{7}{18}$
y	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{8}{9}$	$-\frac{7}{9}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{1}{9}$
$x + y$					
$x - y$					

3. Menor número

x	y	$x + y$	$x - y$
$-\frac{1}{9}$	$-\frac{11}{9}$		
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{8}{9}$		
	$-\frac{11}{9}$	$-\frac{1}{9}$	
$-\frac{4}{9}$		$-\frac{5}{9}$	

4. Escribe las expresiones equivalentes

$$a) \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{17}{18} = \frac{4}{9} + \frac{17}{18} = \frac{25}{18}$$

$$b) -\frac{4}{9} + \frac{7}{9} - \frac{1}{18} = \frac{2}{9} - \frac{1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

5. Cálculo

$$a) \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{4}{36} + \frac{2}{12} = \frac{1}{3}$$

$$c) \frac{0}{9} + \frac{1}{9} - \frac{7}{9} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

6. Escribe las expresiones equivalentes

$$a) -\frac{4}{9} + 2 = -\frac{4}{9} + \frac{18}{9} = \frac{14}{9}$$

$$b) -2 + \frac{7}{9} = -\frac{18}{9} + \frac{7}{9} = -\frac{11}{9}$$

7. Cálculo

$$a) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$$

$$b) 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

8. Cálculo y simplificación

$$a) \frac{3}{4} - \frac{7}{8} = \frac{6}{8} - \frac{7}{8} = -\frac{1}{8}$$

$$b) \frac{1}{8} + \frac{4}{9} = \frac{9}{72} + \frac{32}{72} = \frac{41}{72}$$

9. Cálculo "expresiones"

$$a) 7 + \frac{1}{2} = \frac{14}{2} + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

$$b) 5 + \frac{1}{12} + 3 + \frac{19}{12} = 8 + \frac{20}{12} = 8 + \frac{5}{3} = 9\frac{2}{3}$$

10. Escribe y simplifica las celdas equivalentes

x	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$
$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$				
$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$				
$-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}$				

11. Cálculo y simplificación

$$a) \frac{1}{4} - \frac{7}{8} = \frac{2}{8} - \frac{7}{8} = -\frac{5}{8}$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$c) \frac{5}{9} + 10 = \frac{5}{9} + \frac{90}{9} = \frac{95}{9}$$

97

40. Calcula:

a) $\frac{4}{9} + \frac{1}{18} = \frac{8+1}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

$$\text{b) } \frac{-4}{7} + \frac{1}{14} = \frac{-8+1}{14} = \frac{-7}{14} = -\frac{1}{2}$$

c) $\frac{2}{3} + \frac{7}{9} = \frac{6+7}{9} = \frac{13}{9}$

$$\mathbf{d)} \quad \frac{-7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{-7-2}{8} = \frac{-9}{8}$$

e) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{6-1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$

41. Completa la tabla y da en el resultado la fracción irreducible:

a	$\frac{3}{8}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{-3}{16}$
b	$\frac{-5}{8}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{2}$
$a + b$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{14}{21}$	$\frac{5}{16}$
$a - b$	1	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{4}{21}$	$-\frac{11}{16}$

42. Mismo ejercicio.

a	b	$a + b$	$a - b$
4	$\frac{-5}{9}$	$\frac{31}{9}$	$\frac{41}{9}$

$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$	$\frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$
2	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{4}$
$\frac{6}{7}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{19}{14}$

43. Efectúa las operaciones combinadas siguientes:

- a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{17}{30} = \frac{10-5+17}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$
 b) $\frac{1}{9} + \frac{4}{15} + \frac{3}{5} = \frac{5+12+27}{45} = \frac{44}{45}$
 c) $\frac{4}{5} + \frac{7}{8} - \frac{1}{10} = \frac{32+35-4}{40} = \frac{63}{40}$
 d) $\frac{17}{10} - \frac{5}{12} - \frac{7}{12} = \frac{102-25-35}{60} = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$

44. Calcula

- a) $\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{2-1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$
 b) $\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5} - \left(\frac{1-5}{10}\right) = \frac{3}{5} - \left(\frac{-4}{10}\right) = \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = \frac{6+4}{10} = \frac{10}{10} = 1$
 c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{4} - \frac{7}{64} = \frac{16-7}{64} = \frac{9}{64}$
 d) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} + \frac{7}{2} = \frac{7-2+28}{8} = \frac{33}{8}$
 e) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} + \frac{7}{5} = \frac{25-10+42}{30} = \frac{57}{30} = \frac{19}{10}$
 f) $\frac{11}{15} - \left(\frac{1}{5} + \frac{5}{9}\right) : \frac{17}{15} = \frac{11}{15} - \left(\frac{9+25}{45}\right) : \frac{17}{15} = \frac{11}{15} - \left(\frac{34}{45}\right) : \frac{17}{15} = \frac{11}{15} - \frac{34 \times 15}{17 \times 45} = \frac{11}{15} - \frac{2}{3} = \frac{11-10}{15} = \frac{1}{15}$

45. Efectúa las siguientes operaciones:

- a) $\frac{3}{4} + 2 = \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4}$
 b) $1 - \frac{1}{5} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$
 c) $4 + \frac{1}{3} = \frac{12+1}{3} = \frac{13}{3}$
 d) $2 - \frac{4}{5} = \frac{10-4}{5} = \frac{6}{5}$
 e) $\frac{11}{3} - 2 = \frac{11-6}{3} = \frac{5}{3}$
 f) $16 - \frac{30}{2} = 16 - 15 = 1$

46. Calcula:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{30+20+15-12}{60} = \frac{53}{60}$
 b) $\left(\frac{3}{5} + \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{3}{10} + \frac{5}{4}\right) = \left(\frac{12+25}{20}\right) \times \left(\frac{6+25}{20}\right) =$

$$= \frac{37}{20} \times \frac{31}{20} = \frac{1147}{400}$$

$$\text{c) } 3 + \frac{2}{7} : \frac{5}{14} = 3 + \frac{2 \times 14}{5 \times 7} = 3 + \frac{4}{5} = \frac{15+4}{5} = \frac{19}{5}$$

$$\text{d) } \frac{7}{2} : \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) = \frac{7}{2} : \left(\frac{9+10}{12}\right) = \frac{7}{2} : \frac{19}{12} = \frac{7 \times 12}{19 \times 2} = \frac{42}{19}$$

47. Calcula y simplifica:

- a) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{5}{8}$
 b) $\frac{-4}{9} : \frac{3}{10} = \frac{-4 \times 10}{3 \times 9} = \frac{-40}{27}$
 c) $\frac{14}{5} : \frac{21}{10} = \frac{14}{5} \times \frac{10}{21} = \frac{14 \times 10}{5 \times 21} = \frac{4}{3}$
 d) $\frac{1}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{10}$
 e) $\frac{7}{10} : \frac{-14}{5} = \frac{-7 \times 5}{14 \times 10} = -\frac{1}{4}$
 f) $\frac{-6}{35} \times \frac{21}{16} = \frac{-6 \times 21}{35 \times 16} = \frac{-9}{40}$

48. Calcula “rápidamente”:

- a) $3 \times \frac{2}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{7}{2} = 14$
 b) $5 \times \frac{1}{15} \times 3 \times \frac{16}{15} = \frac{16}{5}$
 c) $\frac{3}{4} \times (-4) \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{9} = -\frac{5}{3}$
 d) $9 \times \frac{2}{9} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{3}$

49. Copia y completa la tabla siguiente:

$\times$	$\frac{5}{4}$	-5	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$
$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{15}{4}$	$-\frac{3}{8}$	-1
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{15}$
$-\frac{5}{8}$	$-\frac{25}{32}$	$\frac{25}{8}$	$-\frac{5}{16}$	$-\frac{5}{6}$

50. Calcula y simplifica:

- a) $\frac{3}{4} : \frac{8}{9} = \frac{3 \times 9}{4 \times 8} = \frac{27}{32}$
 b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = 1$
 c) $\frac{3}{5} : \frac{-6}{15} = \frac{3 \times 15}{-6 \times 5} = -\frac{3}{2}$
 d) $\frac{-5}{3} : 10 = \frac{-5}{30} = -\frac{1}{6}$
 e) $5 : \frac{10}{3} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$
 f) $\frac{4}{3} : (-3) : \left(\frac{-8}{3}\right) = -\frac{4}{9} : \left(\frac{-8}{3}\right) = \frac{4 \times 3}{8 \times 9} = \frac{1}{6}$

► Pág. 58. Ejercicios

LAS FRACCIONES

1. Copia y completa la tabla siguiente:

a	b	c	$a \times b + c$	$a + b \times c$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$		
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$		
$-\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$		

2. Copia y completa la tabla siguiente:

a	b	c	$a \times b + c$	$a + b \times c$
$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$		
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$		
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{10}$		

3. Efectúa las operaciones combinadas siguientes:

a) $3 + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

c) $-\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{10}\right)$ d) $\frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{10}\right) + \frac{1}{4}$

4. Calcula:

a) $\frac{1}{4} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$ b) $\frac{17}{12} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{4}{10} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{20}\right)$ d) $\frac{17}{12} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

e) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{6}$ f) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

5. Un grupo de 24 problemas han resuelto los $\frac{2}{3}$ alumnos Miguel los $\frac{1}{4}$ por los $\frac{1}{6}$ de los problemas han resuelto los demás. ¿Cuántos problemas han resuelto Miguel?

6. Calcula: $\frac{35}{20} + \frac{4}{3} + \frac{13}{20}$

7. Una botella de leche tiene una capacidad de $\frac{1}{2}$ de litro y ya se están leyendo 12 botellas. ¿Cuántos litros de leche contienen el agua?

8. En un saco de arroz caben $\frac{2}{3}$ de kg. 45 sacos son necesarios para llenar un camión. ¿Cuántos kg de arroz hay en el camión?

9. Pide una decena de galletas para repartir entre los que van a comer 30 personas. ¿Cuántas galletas hay que repartir?

10. Un libro tiene 180 páginas. Una persona ha leído las $\frac{2}{3}$ del libro. ¿Cuántas páginas le quedan? ¿Cuántas páginas le quedan por leer?

11. ABCD es un cuadrado. El perímetro del cuadrado es 48. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

12. El triángulo ABC es un triángulo isósceles. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

13. Calcula: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

14. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

15. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

16. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

17. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

18. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

19. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

20. Calcula: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

51. Copia y completa la tabla siguiente:

a	b	c	$a \times b + c$	$a + b \times c$
$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{4}$	-2	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{23}{10}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{51}{30}$	$\frac{88}{45}$
$-\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{17}{16}$	-1

52. Copia y completa la tabla siguiente:

a	b	c	$a : b + c$	$a + b : c$
$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	-6	$-\frac{31}{5}$	$-\frac{23}{18}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{21}{8}$	$\frac{43}{18}$
$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{10}$	$\frac{11}{5}$	$-\frac{5}{12}$

53. Efectúa las operaciones combinadas siguientes:

a) $3 + \frac{1}{3} : \frac{2}{9} - \frac{1}{4} = 3 + \frac{9}{6} - \frac{1}{4} = 3 + \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{12+6-1}{4} = \frac{17}{4}$

b) $\frac{3}{7} \times \frac{49}{6} : \frac{12}{3} = \frac{3 \times 49 \times 3}{7 \times 6 \times 12} = \frac{7}{8}$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{2}{5} - \frac{4}{3} \times \left(\frac{9}{5} + \frac{3}{10} \right) &= \frac{2}{5} - \frac{4}{3} \times \left(\frac{18+3}{10} \right) = \\ &= \frac{2}{5} - \frac{4}{3} \times \frac{21}{10} = \frac{2}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{12}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{2}{5} - \left(\frac{3}{4} + 1 \right) \times \frac{8}{3} &= \frac{2}{5} - \left(\frac{3+4}{4} \right) \times \frac{8}{3} = \frac{2}{5} - \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{2}{5} - \frac{14}{3} = \\ &= \frac{6-70}{15} = -\frac{64}{15} \end{aligned}$$

54. Calcula:

$$\text{a) } \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{9-8+3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{17}{24} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{17-8+4}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\text{c) } \frac{9}{10} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{20} \right) = \frac{9}{10} \times \frac{8-1}{20} = \frac{9}{10} \times \frac{7}{20} = \frac{63}{200}$$

$$\text{d) } \frac{11}{15} - \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11-6+5}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\text{e) } \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{7} \right) \times \frac{2}{9} = \left(\frac{7+15}{35} \right) \times \frac{2}{9} = \frac{22}{35} \times \frac{2}{9} = \frac{44}{315}$$

$$\text{f) } \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) = \left(\frac{21-8}{24} \right) \times \left(\frac{15-4}{20} \right) = \frac{13}{24} \times \frac{11}{20} = \frac{143}{480}$$

55. De una relación de 20 problemas, Juan resolvió las $\frac{3}{4}$ partes y Miguel las $\frac{4}{5}$ partes. ¿Cuál de los dos ha resuelto más problemas? ¿Cuántos resolvió Juan? ¿Y Miguel?

Juan resolvió las $\frac{3}{4}$ de 20 = $\frac{3}{4} \times 20 = 15$ problemas.

Miguel resolvió las $\frac{4}{5}$ de 20 = $\frac{4}{5} \times 20 = 16$ problemas.

Miguel resolvió más que Juan.

56. Comprueba que $\frac{49}{36} \times \frac{6}{5} = 1 + \frac{19}{30}$

$$\frac{49}{36} \times \frac{6}{5} = \frac{49 \times 6}{36 \times 5} = \frac{49}{6 \times 5} = \frac{49}{30}$$

$$1 + \frac{19}{30} = \frac{30+19}{30} = \frac{49}{30}$$

Efectivamente son iguales.

57. Una botella de leche tiene una capacidad de $\frac{3}{4}$ de litro y en un cajón hay 12 botellas. ¿Cuántos litros de leche contiene el cajón?

$$\frac{3}{4} \times 12 = 9 \text{ litros.}$$

58. En un tarro de miel caben $\frac{3}{5}$ de kg. El tarro

está lleno hasta la mitad. ¿Cuántos kg de miel hay en el tarro?

$$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10} \text{ de kg de miel hay en el tarro.}$$

59. Julia está ahorrando para comprar unos patines que cuestan 90 euros. Ya ha ahorrado las $\frac{3}{4}$ partes. ¿Cuánto dinero le falta para conseguir los patines?

Si ha ahorrado las $\frac{3}{4}$ partes del total le queda $\frac{1}{4}$ parte para conseguir los patines y $\frac{1}{4}$ de 90 € = $\frac{1}{4} \times 90 = 22,5$ €.

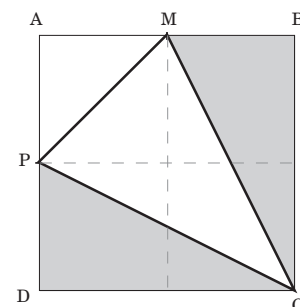
60. Un libro tiene 160 páginas. Una persona ha leído los $\frac{3}{8}$ del libro. ¿Cuántas páginas ha leído? ¿Cuántas páginas le falta por leer?

$$\frac{3}{8} \text{ de } 160 = \frac{3}{8} \times 160 = 60 \text{ páginas ha leído.}$$

Le faltan por leer $160 - 60 = 100$ páginas.

61. ABCD es un cuadrado, M es el punto medio del lado AB y P es el punto medio del lado AD.

a) Dibuja la figura y en ella el triángulo CMP.



b) ¿Qué fracción del área del cuadrado ABCD corresponde el área del triángulo CMP?

Si llamamos l al lado del cuadrado ABCD:

$$\text{Área del cuadrado } ABCD = l^2$$

$$\text{Área del triángulo } AMP = \frac{l^2}{8}$$

$$\text{Área del triángulo } MBC = \text{Área del triángulo}$$

$$PCD = \frac{l^2}{4}$$

$$\text{Área del triángulo } PMC = \text{Área del cuadrado}$$

$$ABCD - \text{Área del triángulo } AMP - 2 \text{ Área del}$$

$$\text{triángulo } MBC = l^2 - \frac{l^2}{8} - 2 \times \frac{l^2}{4} =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{8} - 2 \times \frac{1}{4} \right) l^2 = \frac{3}{8} l^2.$$

Le corresponde los $\frac{3}{8}$.

62. Carmen lleva 90,15 euros, y Victoria los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{4}{5}$ de dicha cantidad. ¿Cuánto dinero lleva Victoria?

$$\frac{2}{3} \text{ de los } \frac{4}{5} \text{ de } 90,15 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times 90,15 = 48,08 \text{ €}.$$

63. Los $\frac{3}{4}$ de un campo rectangular se reparten en ocho trozos iguales. ¿Qué fracción del área del campo representa cada trozo?

$$\frac{3}{8} : 8 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$$

64. Completa el siguiente cuadrado mágico.

$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{15}{8}$
2	$\frac{17}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{13}{8}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{9}{8}$
$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{7}{4}$

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Leer, escribir y descomponer correctamente números decimales.
- Identificar los números decimales con sus fracciones decimales correspondientes.
- Comparar números decimales y hacer uso de los signos “<” y “>”.
- Obtener la expresión decimal de una fracción reconociendo el tipo de decimal obtenido.
- Recordar y hacer uso de los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales.
- Intercalar varios números decimales entre dos dados.
- Aproximar, por defecto y por exceso, un número decimal hasta un orden de aproximación establecido y elegir correctamente su redondeo.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Entender el significado de un número decimal.
- Leer y escribir los números decimales.
- Comparar números decimales y colocar el símbolo de mayor o menor correctamente.
- Clasificar los números decimales que se obtienen de una fracción, como decimal exacto, periódico puro o periódico mixto.
- Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales.
- Realizar aproximaciones o redondeos cuando sean necesarias.
- Leer y entender un problema, efectuando las operaciones necesarias para su resolución.
- Analizar la veracidad del resultado.
- Dar el resultado de forma correcta y clara.

CONTENIDOS

- **Conceptos (“saber”)**
 - Fracciones decimales. Números decimales.
 - Comparación y ordenación de decimales. Uso de los símbolos «<» y «>».
 - Operaciones con números decimales.
 - Aproximación y redondeo de decimales.
 - Expresión decimal de una fracción.
- **Procedimientos (“Saber hacer”)**
 - Representación mediante figuras de fracciones decimales y números decimales sencillos.
 - Comparación de números decimales y fracciones decimales mediante la ordenación y la representación gráfica.
 - Obtención de la expresión decimal de una fracción.
 - Utilización de los algoritmos de suma, resta, multiplicación y división de números decimales.
 - Utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades, teniendo en cuenta la precisión que requiere la situación concreta.
- **Actitudes (“Saber ser”)**
 - Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.
 - Sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica.
 - Flexibilidad para enfrentarse a situaciones numéricas desde distintos puntos de vista.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptor		
	1. Utilizar los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales. 2º Aplicar la prioridad en las operaciones combinadas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el algoritmo de cada una de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de números decimales.	- Efectúa correctamente las operaciones con números decimales. - Identifica los elementos que intervienen en cada operación. - Conoce la estrategia para multiplicar por 10, 100, 1000,.....	- Ejercicios 10 y 13 (pág. 66)
	2. Conoce el algoritmo de la división de números decimales.	- Reconoce los elementos que intervienen en una división. - Sabe aplicar el algoritmo correctamente. - Conoce y aplica la prueba de la división. - Conoce la estrategia al dividir por 10, 100, 1000,.....	- Ejercicio 17 (pág. 67)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	3. Aplica el orden establecido en las operaciones	- Realiza correctamente las operaciones combinadas. - Reconoce la necesidad del uso de los paréntesis.	- Ejercicio 38 (pág.73)
	◦ Descriptor		
	1. Entender el significado de un número decimal. 2. Leer los números decimales. 3. Comparar números decimales. 4. Identificar el tipo de decimal. 5. Aproximar y redondear		
	◦ Desempeño		
	1. Entiende el concepto de número decimal.	- Expresa un número tanto en nomenclatura decimal como su escritura fraccionaria.	- Epígrafe 1 (pág. 62)
	2. Lee correctamente un número decimal.	- Es capaz de leer y de escribir una expresión decimal.	- Ejercicios 1, 2, 3 y 4 (pág. 63)
	3. Compara números decimales.	- Reconoce cuando un número es mayor o menor sabiendo las cifras que debe comparar. - Coloca correctamente los símbolos de mayor o menor.	- Ejercicios 5, 6, 7 y 8 (pág. 64)
	4. Determina el tipo de decimal que se obtiene de una fracción.	- Reconoce cuando es un decimal exacto, periódico puro y periódico mixto.	- Ejercicio 9 (pág. 65)
	5. Reconoce la utilidad de las aproximaciones.	- Aproxima por defecto o por exceso al orden pedido.	- Ejemplo 3 (pág. 68) - Ejercicio 20 (pág. 69)
	6. Utiliza el redondeo en sus operaciones.	- Aplica la regla del redondeo al orden determinado.	- Ejercicios 18 y 19 (pág. 69)

COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Aplicar las operaciones adecuadas para la obtención de la solución. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determina las operaciones que hay que efectuar. - Organiza con un orden lógico los procedimientos.	- Ejercicio 14 (pág. 66) - Ejercicio 15 y 16 (pág. 67)
	2. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- En todos los ejercicios y ejemplos propuestos.

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan aplicar el recurso adecuado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicio 42, 43, 44, 45, 47, 48 (pág. 74)
	2. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer en los enunciados situaciones de la vida real, que nos ayuda a comprenderla y a resolver problemas que nos podemos encontrar en ella. 2. Reconocer la presencia de los números decimales en su entorno.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza correctamente las situaciones reales en la resolución de problemas.	- Resuelve los problemas buscando situaciones reales paralelas a los enunciados planteados.	- Ejercicios del tema 4
	2. Sabe redondear los decimales y los utiliza en su entorno.	- Entiende la necesidad de los redondeos en los precios.	
	3. Entiende la importancia de las aproximaciones.	- Entiende la necesidad de aproximar para dar a conocer determinados datos globales en poblaciones.	

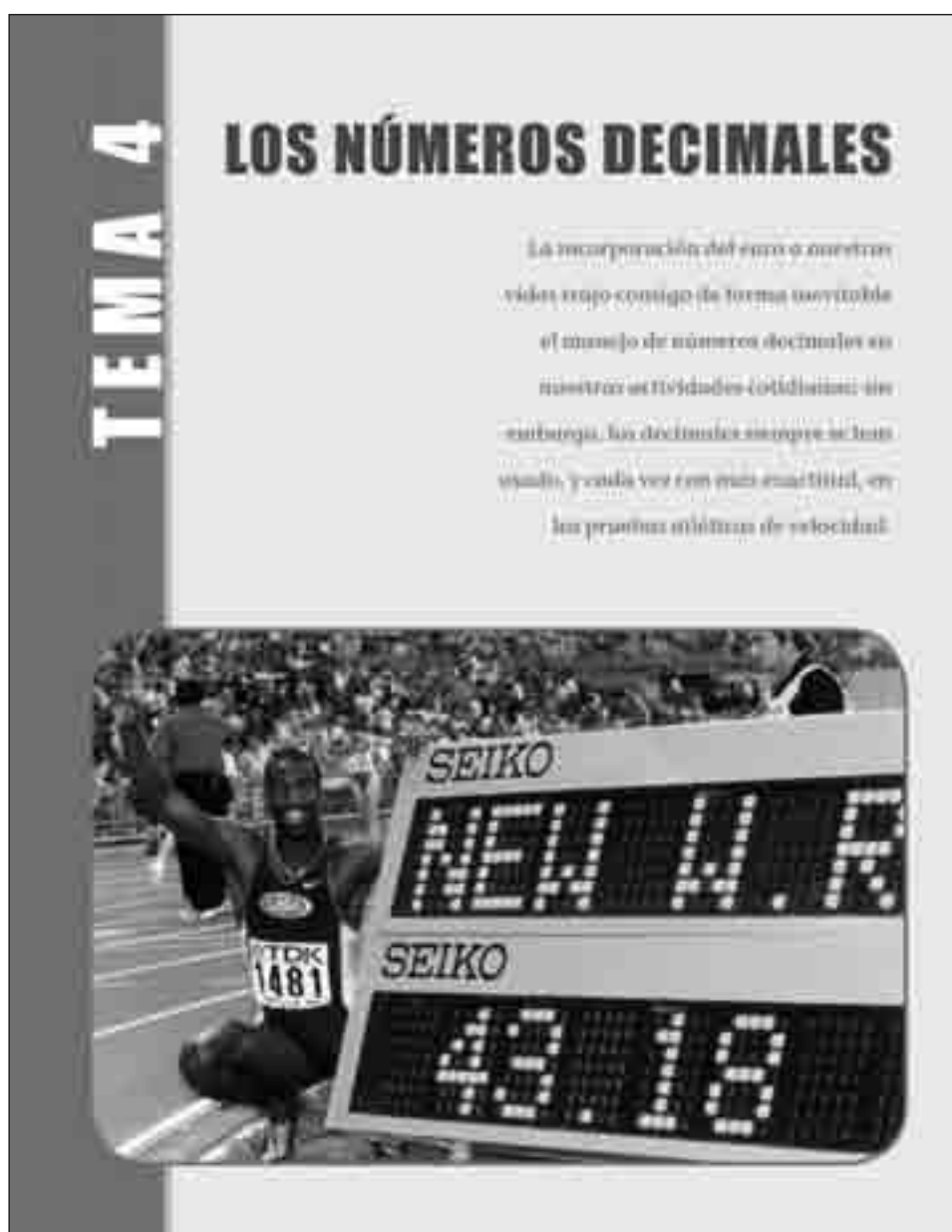
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN...	◦ Descriptores		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conocer situaciones reales y donde se realizan.	- Relacionar magnitudes de perímetro y longitudes.	- Ejercicios del tema 4.
	2. Observa la necesidad de que los datos estén expresados en números decimales.	- Trabaja con medidas y las relaciona con su precio para utilizar números decimales.	

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problemas en algunos similares para consolidar capacidades - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y hacerlo con soltura.	- Ejercicio 46, 49, 50 y 51 (pág. 74)
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso, lo analiza y obtiene estrategias.	- A lo largo del tema
	3. Mejora la motivación.	- Se siente satisfecho por la labor bien hecha. - Cuida la expresión y la presentación.	- A lo largo del tema

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Conocer los orígenes de los números. 2. Reconocer la evolución de los números y su necesidad.		
	◦ Desempeño		
	1. Reconoce la importancia de los números decimales.	- Sabe en que momentos y con que exactitud se utilizan. - Reconoce cuando se redondean.	- Hoja de inicio de tema 4. - Epígrafe 1 (pág. 62) (record del mundo) - Precio de las gasolinas (pág. 69)

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos		
	◦ Desempeño		
	1. Tiene la iniciativa necesaria para investigar y resolver un problema.	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que se había propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 60 - 61. Los números decimales

**SOLUCIONARIO**

Investiga si a cada número de la izquierda le corresponde uno de la derecha.

Doce enteros y doce centésimas	↗	6,04
Doce enteros y ciento dos centésimas	↘	12,012
Seis enteros y diez décimas	↗	12,12
Doce enteros y doce milésimas	↘	6,40
Seis enteros y cuatro décimas	↗	7
Seis enteros y cuarenta milésimas	↘	12,102

DE 6º A 1º

RECUERDA

Sabes que 43,18 es un número decimal. Su parte entera es 43 y su parte decimal es 18.
43,18 se lee "cuarenta y tres enteros dieciocho" o mejor "cuarenta y tres enteros y dieciocho centésimas".

PRACTICA

1 Investiga si a cada número de la izquierda le corresponde uno de la derecha.

Cuatro enteros y cuatro milésimas	2,54
Cuatro enteros y cuatro decenas de centésimas	12,003
Seis enteros y diez décimas	12,12
Cuatro enteros y cuatro milésimas	4,40
Seis enteros y cuatro décimas	6
Seis enteros y cuatro milésimas	12,122

2 Dado el número 13,578, completa las siguientes frases:

- La cifra de las centésimas es: 7
- La cifra de las décimas es: 5
- La cifra de las decenas es: 1
- Al sumar a este número cinco décimas se obtiene: 14,078

FRACCIONES DECIMALES

Los números 0,1; 0,01; 0,001 etc. equivalen a las fracciones $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ etc.

Estas fracciones se llaman **fracciones decimales**.

Además: $0,2 = \frac{2}{10}$; $0,27 = \frac{27}{100}$; $0,043 = \frac{43}{1000}$

PRACTICA

Completa:

$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{123}{1000} = 0,123$; $12,8 = \frac{128}{10} = \frac{64}{5}$; $\frac{9}{2} = \frac{45}{10} = 4,5$

Dado el número 13,578, completa las siguientes frases:

- La cifra de las centésimas es: 7
- La cifra de las décimas es: 5
- La cifra de las decenas es: 1
- Al sumar a este número cinco décimas se obtiene: 14,078.

Completa:

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; \quad \frac{123}{1000} = 0,123; \quad 12,8 = \frac{128}{10} = \frac{64}{5}; \quad \frac{9}{2} = \frac{45}{10} = 4,5$$

► Pág. 62. 1 Números decimales

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Revisión de conceptos básicos.

Al añadir ceros a la derecha de un número decimal, este no varía (ejercicio 3).

Algunas actividades permitirán recordar qué sucede cuando un número se divide por la unidad seguida de ceros.

SOLUCIONARIO

1. Escribe como un número decimal los siguientes números.

a) Treinta y cuatro unidades y seiscientos dos milésimas.

34,602

b) Quinientas doce unidades y veinticinco diezmilésimas.

512,0025

c) $4 \times 10 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{10000} = 40,5709$

d) $\frac{8}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{4}{10000} = 0,0864$

2. Completa la tabla:

Número	Lectura	Descomposición
2,34	dos unidades treinta y cuatro centésimas	$2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$
7,5	siete unidades y cinco décimas	$7 + \frac{5}{10}$
0,056	cincuenta y seis milésimas	$\frac{5}{100} + \frac{6}{1000}$
0,3708	tres mil setecientas ocho diezmilésimas	$\frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{10000}$
72,143	setenta y dos unidades y ciento cuarenta y tres milésimas	$7 \times 10 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1000}$
0,0105	ciento cinco diezmilésimas	$\frac{1}{100} + \frac{5}{10000}$

LOS NÚMEROS DECIMALES

1 Números decimales

Si divides la unidad en diez partes, cada una de ellas es una décima parte o simplemente una **décima**.

Una décima se escribe $\frac{1}{10}$ o también 0,1.

Tres décimas se escriben $\frac{3}{10}$ o 0,3.

Al igual puedes dividir la unidad en 100 partes o 1000 partes, y cada una de ellas es una centésima o una milésima.

Una centésima se escribe $\frac{1}{100}$ o también 0,01.

Una milésima se escribe $\frac{1}{1000}$ o también 0,001.

Las fracciones anteriores son **fracciones decimales** y sirven para expresar partes de la unidad.

Un número decimal está compuesto por una parte entera y una parte decimal, que se escriben separadas por una coma.

El número 25,32 es un número decimal que se lee "veinticinco unidades y treinta y dos centésimas". Su escritura fraccionaria es:

$$25,32 = \frac{2532}{100} = \frac{633}{25}$$

El número 0,136 se lee "once unidades y treinta y seis milésimas". Su escritura fraccionaria es $\frac{136}{1000} = \frac{17}{125}$.

Un número decimal se puede escribir de varias formas:

$$4,28 = 4,280 = 4,2800 = \dots$$

Se utiliza en general la forma más corta.

► Pág. 63.

TEMA 4

Para los números decimales también puedes utilizar una tabla como la siguiente:

Parte entera			Parte decimal				Lectura
centenas	decenas	unidades	decimas	centésimas	milésimas	diez milésimas	
	4	2	3	5	2		Cuatro y tres unidades y Veinte decenas y dieciséis centésimas
		6	6	1	6	2	Cinco unidades y dieciséis centésimas
4	5	2	1	6			Siete decenas dos unidades y dieciséis centésimas

Observa cómo pueden descomponerse los números decimales

$$6,345 = \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} \quad 22,000 = 2 + 20 + 2 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100}$$

EJERCICIOS

1. Escribe cada un número decimal en su forma decimal.

a) Treinta y cuatro unidades y ochenta y dos centésimas

b) Cuarenta y dos unidades y veintidós milésimas

c) $4 = \frac{4}{1} + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{0}{1000}$

d) $\frac{9}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{8}{10000}$

2. Completa la tabla:

Número	Forma decimal	Descomposición
3,14		$3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100}$
7,2		
	veinte y seis milésimas	
		$\frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1000}$
77,445		
	diez y tres milésimas	

3. Suprime los ceros que sobran en cada uno de los números siguientes:

00 00000 700 024,024 0,000 0010 000230 0000007 00000,000

4. Coloca la coma para que la cifra 6 sea la cifra de las centésimas en cada número:

326 34689 123465 6 027126 76 9632825

3. Suprime los ceros que sobran en cada uno de los números siguientes:

007 $\Rightarrow$ 7; 045890 $\Rightarrow$ 45890;
 700 $\Rightarrow$ 700; 024,024 $\Rightarrow$ 24,024;
 00,008 $\Rightarrow$ 0,008; 5003 $\Rightarrow$ 5003;
 0,04230 $\Rightarrow$ 0,0423; 0457890 $\Rightarrow$ 457890;
 05008,030 $\Rightarrow$ 5008,03

4. Coloca la coma para que la cifra 6 sea la cifra de las centésimas en cada número:

326 $\Rightarrow$ 3,26; 34689 $\Rightarrow$ 3,4689;
 123465 $\Rightarrow$ 123,465; 6 $\Rightarrow$ 0,06;
 327126 $\Rightarrow$ 3271,26; 76 $\Rightarrow$ 0,76;
 963282 $\Rightarrow$ 0,9632825

► Pág. 64. 2 Comparación de números decimales

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

El vértice de $<$ o $>$ siempre está dirigido al número más pequeño.

Hacer hincapié que las expresiones $a < b$ o $b > a$ tiene el mismo significado.

Como ampliación se puede hablar de la intercalación de decimales: intercalar un decimal entre dos dados o bien dado un decimal, intercalarlo entre otros dos.

SOLUCIONARIO

5. Escribe entre los números siguientes los símbolos de desigualdad que correspondan.

$$\begin{array}{ll} 36,72 > 35,72 & 320,2354 > 320,2353 \\ 10,1 = 10,10 & 2,008 > 1,008 \\ 724,23 < 724,33 & 0,02 > 0,002 \\ 100,4025 > 10,4025 & 81,196 > 81,186 \end{array}$$

6. ¿Aunque faltan algunas cifras, ¿puedes comparar los decimales siguientes?

$$\begin{array}{l} 32, \square > 30, \square \\ 7,99 \geq 7, \square \square \\ \square 43,7 \dots \square 32,4 \text{ no se pueden comparar} \\ 21,394 \geq 21,3 \square 4 \\ 42, \square 7 \dots 42, \square 8 \text{ no se pueden comparar} \\ 7,06 \dots 7, \square 5 \text{ no se pueden comparar} \\ 61,1 \square 6 \leq 61,196 \\ \square,452 < 2 \square,8 \\ 326 \square,56 < 3276 \square,56 \end{array}$$

LOS NÚMEROS DECIMALES

2 Comparación de números decimales

Comparar dos números decimales se diferencia de comparar dos números naturales en que los decimales se comparan cifra por cifra.

Recuerda que, para comparar dos números naturales los signos $<$, $=$ y $>$ se usan de la siguiente manera:

Si a y b son los números, respectivamente, menor que y mayor o igual que a y b se usa, respectivamente, mayor que y menor o igual que.

Los siguientes expresiones son correctas:

$$25 < 34 \quad 4 < 4 \quad 7 > 7 \quad 22,5 < 22,6$$

Para comparar los números decimales comparamos primero su parte entera, y si estas son iguales, vamos comparando las cifras de las décimas, de las centésimas, etc.

EJEMPLO

1. Observa que si comparamos los decimales $5,10$ y $5,2$, es $5,10 < 5,2$ porque $1 < 2$.
Análogamente si comparamos $8,79$ y $8,81$, es $8,79 < 8,81$ porque $7 < 8$.
También $78,234 > 78,233$ porque $4 > 3$.
 $86,506 > 86,5057$ porque $86,5060 > 86,5057$ ya que $0 > 7$.

Siempre se puede ordenar una serie de números (distintos de forma creciente (de menor a mayor) o de forma decreciente (de mayor a menor)).

EJERCICIOS

1. Escribe entre los números siguientes los símbolos de desigualdad que correspondan.

$96,72 > 35,72$	$320,2354 > 320,2353$
$10,1 = 10,10$	$2,008 > 1,008$
$724,23 < 724,33$	$0,02 > 0,002$
$100,4025 > 10,4025$	$81,196 > 81,186$

2. Aunque faltan algunas cifras, ¿puedes comparar los decimales siguientes?

$32, \square > 30, \square$	$21,394 > 21,3 \square 4$	$81,1 \square 6 > 81,196$
$7,99 > 7, \square \square$	$42, \square 7 > 42, \square 8$	$7,06 > 7, \square 5$
$\square 43,7 \dots \square 32,4$	$42, \square 7 \dots 42, \square 8$	$326 \square,56 > 327 \square,56$

3. ¿Cuidado! Un alumno ha escrito « $5,16 > 5,7$ porque $16 > 7$ ». Otro ha escrito: « $\frac{32}{100} > \frac{8}{10}$ porque $32 > 8$ y $100 > 10$ ». ¿Estás de acuerdo? Indica el razonamiento correcto en cada caso.

4. Ordena en forma creciente los números: $87,02$; $46,9$; $47,998$; $45,006$; $45,1$.

7. ¡Cuidado! Un alumno ha escrito « $5,16 > 5,7$ porque

que $16 > 7$ ». Otro ha escrito: « $\frac{32}{100} > \frac{8}{10}$ porque $32 > 8$ y $100 > 10$ ». ¿Estás de acuerdo? Indica el razonamiento correcto en cada caso.

$5,16 < 5,70$ pues debemos comparar la cifra de las décimas y $1 < 7$

$\frac{32}{100}$ y $\frac{8}{10}$ son los números $0,32$ y $0,8$ que cumplen

$$0,8 > 0,32 \text{ luego } \frac{32}{100} > \frac{8}{10}$$

8. Ordena en forma creciente los números:

$$45,006 < 45,1 < 46,9 < 47,02 < 47,998$$

► Pág. 65. 3 Expresión decimal de una fracción

3 Expresión decimal de una fracción

Sabes que la fracción $\frac{a}{b}$ representa la división de a entre b .

Si se efectúa dicha división y no es exacta, se obtiene como cociente un número decimal que se llama **expresión decimal** de la fracción.

Clasifica los siguientes decimales de las fracciones: $\frac{6}{10} = \frac{2}{3} = \frac{7}{10}$

RECORDA QUE...
Si la división $a : b$ es exacta, el cociente es un número entero.
Así pues, los números enteros también se pueden considerar como fracciones decimales con el 0 como parte decimal (0).

$\begin{array}{r} 6 \overline{) 10} \\ 10 \\ \hline 0 \end{array}$ La división termina. El cociente es el decimal exacto 1,2. Se escribe $\frac{6}{10} = 1,2$.	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ 20 \\ \hline 20 \\ \hline 0 \end{array}$ La división no termina nunca. El cociente es el decimal periódico puro 0,666... Se escribe $\frac{2}{3} = 0,6$.	$\begin{array}{r} 70 \overline{) 100} \\ 100 \\ \hline 100 \\ \hline 0 \end{array}$ La división no termina nunca. El cociente es el decimal periódico mixto 0,2333... Se escribe $\frac{7}{10} = 0,23$.
--	---	--

Cuando la división termina el resto es 0 el decimal es un **decimal exacto** y cuando no termina nunca es un **decimal periódico** pues hay un grupo de cifras, llamadas **período**, que se repiten indefinidamente.

Un decimal periódico es **periódico puro** si el período comienza inmediatamente tras la coma y **periódico mixto** si el período no comienza inmediatamente detrás de la coma.

Dicho de otra forma: si al dividir dos números enteros el resultado es un número decimal, este solo puede ser un **decimal periódico puro** o **periódico mixto**.

VOCABULARIO
En un periódico mixto, la parte decimal no periódica se llama **anteperíodo**.
En 0,23 el anteperíodo es 2.

EJERCICIO

Completar la tabla:

Número	Expresión decimal	Tipo de decimal	Período
$\frac{2}{11}$			
$\frac{9}{8}$			
$\frac{13}{22}$			

65

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del vocabulario específico.

La división de enteros genera un decimal, que puede ser exacto o periódico.

9. Completa la tabla:

Número	Expresión decimal	Tipo de decimal	Período
$\frac{2}{11}$	0,181818	periódico puro	18
$\frac{9}{8}$	1,125	decimal exacto	no tiene
$\frac{13}{22}$	0,59090	periódico mixto	90

► Pág. 66. 4 Operaciones con números decimales

LOS NÚMEROS DECIMALES

4 Operaciones con números decimales

A) Adición y sustracción

Para sumar o restar números decimales debes colocarlos de forma que coincida la coma decimal. Si faltasen cifras, completa con ceros y luego haz la suma o la resta como si la coma decimal no existiera.

Observa cómo calculamos la suma y la resta de los números:

$$\begin{array}{r} 734,250 \\ + 46,734 \\ \hline 780,984 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 734,250 \\ - 46,734 \\ \hline 687,516 \end{array}$$

B) Multiplicación

La multiplicación de números decimales se realiza como si fueran números naturales. El resultado tendrá tantas cifras decimales como sumen entre los dos factores.

Observa la multiplicación: $45,06 \times 2,7$

$$\begin{array}{r} 45,06 \\ \times 2,7 \\ \hline 31542 \\ + 9012 \\ \hline 121662 \end{array}$$

2 cifras decimales
1 cifra decimal
3 cifras decimales

EJERCICIOS

10. Calcula: a) $130,25 + 57,2$ b) $35,048 + 461,562$ c) $25,03 - 2,009$

11. Carlos ha restado un cierto número a 1048,45 y ha obtenido 500,6. ¿De qué número se trata?

12. ¿Qué número obtendrías si a 480,462:
a) le sumas 3,28 b) le restas cincuenta y dos milésimas
c) le restas cincuenta y dos milésimas d) le sumas cincuenta y dos milésimas

13. Calcula: a) $269,32 \times 10,28$ b) $104,06 \times 0,45$ c) $56,09 \times 0,89$

14. Bárbara tiene 7 monedas de un céntimo, 6 monedas de cinco céntimos, 8 de veinte céntimos y 5 de cincuenta céntimos. ¿Cuántos euros tiene?

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Revisión de operaciones.

Insistir en la correcta colocación de los elementos en cualquier operación.

La relación de la división decimal siempre genera conflicto en la determinación del resto. Ver ejemplo 2 y ejercicio 17.

SOLUCIONARIO

10. Calcula:

- a) $130,25 + 57,2 = 187,45$
 b) $35,048 + 461,562 = 496,61$
 c) $25,03 - 2,009 = 23,021$

11. Carlos ha restado un cierto número a 1048,45 y ha obtenido 500,6. ¿De qué número se trata?

547,85 pues $1048,45 - 547,85 = 500,6$

12. ¿Qué número obtendrías si a 480,462:

- a) le sumas 3,28.
 $480,462 + 3,28 = 483,742$
 b) le restas cincuenta y dos milésimas

$$480,462 - 0,052 = 480,41$$

c) le restas cuatro décimas

$$480,462 - 0,4 = 480,062$$

d) le sumas setenta y dos centésimas.

$$480,462 + 0,72 = 481,182$$

13. Calcula:

- a) $269,32 \times 10,28 = 2768,6096$
 b) $104,06 \times 0,45 = 46,827$
 c) $56,09 \times 0,89 = 49,9201$

14. Bárbara tiene 7 monedas de un céntimo, 6 monedas de cinco céntimos, 8 de veinte céntimos y 5 de cincuenta céntimos. ¿Cuántos euros tiene?

$$7 \times 0,01 + 6 \times 0,05 + 8 \times 0,20 + 5 \times 0,50 = 4,47 \text{ €}$$

► Pág. 67.

TEMA 4

C) División de decimales

Para dividir dos números decimales, como a seguir una propiedad de la división: "si en una división multiplicamos o dividimos al dividendo y al divisor por un mismo número distinto de cero, el cociente no cambia".

Tomando en cuenta esta propiedad, la división de dos números decimales la hacemos multiplicando previamente ambos por la unidad seguida de los ceros necesarios para convertirlos en números sin parte decimal.

ESTRATEGIA

Para dividir un decimal por 10, 100, 1000, etc. basta con desplazar la coma una, dos, tres, etc. lugares hacia la izquierda y completar con ceros si es necesario.

Así: $43,2 : 10 = 4,32$
 $2,15 : 100 = 0,0215$

EJEMPLO

1) Halla el cociente y el resto de la división de 456,75 entre 5,6

(Primero convertimos ambos números en enteros multiplicándolos por 100)

Dividendo entero:	Divisor entero:	Con dos decimales:
45675 560	45675 560	45675 560
0875 81	0875 815	0875 8156
315	3150	3150
	350	3500
		140

cociente = 81 resto = 315 $456,75 : 5,6 = 81 + 0,56$	cociente = 81,5 resto = 0,35 $456,75 : 5,6 = 81,5 + 0,35$	cociente = 81,56 resto = 0,014 $456,75 : 5,6 = 81,56 + 0,014$
--	---	---

Observa que en todas las divisiones manteniendo el resto como si existieran los ceros decimales faltantes.

EJERCICIOS

- 15 Comprando juguetes a 1,25 euros y vendiéndolos a 1,55 euros cada uno, Amanda ha ganado 14,7 euros. ¿Cuántos ha vendido?
- 16 Un alambre de 64 m se divide en trozos de 0,4 m. ¿Cuántos trozos se obtienen?
- 17 Efectúa las divisiones siguientes y obtén el cociente entero y el cociente con dos cifras decimales. Halla en ambos casos el resto y escribe la relación: **dividendo = divisor × cociente + resto**

a) $79654 : 75$	b) $45 : 1000$	c) $19 : 100$
d) $6003 : 5,6$	e) $187,4 : 6,12$	f) $2,3556 : 3,25$

escribe la relación: dividendo = divisor × cociente + resto:

a) 178654 : 75

Cociente entero 1048. Resto 54

Relación $78654 = 1048 \times 75 + 54$

Cociente con 2 cifras decimales 1048,72.

Resto 0

Relación $78654 = 1048,72 \times 75$

b) 45: 1000

Cociente entero no tiene, es 0

Cociente con 2 cifras decimales 0,04.

Resto 5

Relación $45 = 1000 \times 0,04 + 5$

c) 19 : 100

Cociente entero 0 Resto 19

Relación $19 = 100 \times 0 + 19$

Cociente con 2 cifras decimales 0,19.

Resto 0

Relación $19 = 100 \times 0,19 + 0$

d) 869,5 : 3,6

Cociente entero 241. Resto 1,9

Relación $869,5 = 3,6 \times 241 + 1,9$

Cociente con 2 cifras decimales 241,52. Resto 0,028

Relación $869,5 = 3,6 \times 241,52 + 0,028$

e) 187,4 : 6,12

Cociente entero 30. Resto 3,8

Relación $187,4 = 6,12 \times 30 + 3,8$

Cociente dos decimales 30,62. Resto 0,0056

Relación $187,4 = 6,12 \times 30,62 + 0,0056$

f) 2,3556 : 3,25

Cociente entero 0

Cociente con dos decimales 0,72 Resto 0,0156

Relación $2,3556 = 3,25 \times 0,72 + 0,0156$

15. Comprando juguetes a 1,25 euros y vendiéndolos a 1,55 euros cada uno, Amanda ha ganado 14,7 euros. ¿Cuántos ha vendido?

El beneficio que obtiene con cada juguete es $1,55 - 1,25 = 0,30$ €.

Si ha ganado 14,7 € al dividirlo por el beneficio de cada juguete obtendremos el n.º de juguetes.

$$\frac{14,7}{0,3} = 49 \text{ juguetes ha vendido Amanda}$$

16. Un alambre de 64 m se divide en trozos de 0,4 m. ¿Cuántos trozos se obtienen?

$$\frac{64}{0,4} = 160 \text{ trozos de 0,4 m cada uno}$$

17. Efectúa las divisiones siguientes y obtén el cociente entero y el cociente con dos cifras decimales. Halla en ambos casos el resto y

► Pág.68 . 5 Aproximaciones y redondeos

LOS NÚMEROS DECIMALES

5 Aproximaciones y redondeos

RECORDA QUE...
El error de una aproximación es cuanto nos alejamos de la precisión requerida por el contexto.

RECORDA QUE...
Hacer una aproximación supone siempre cometer un error.

Al Aproximar
Hay multitud de situaciones en las que dar el valor exacto de un dato es o bien imposible o es todo como intrascendente. ¿Cuál es la longitud del río Tago? ¿cuántos habitantes tiene España?

En estas situaciones procedemos a dar una respuesta aproximada, es decir, hacemos una **aproximación**.

Dado que el río Tago tiene una longitud de 1120 km es dar una respuesta aproximada.

Una aproximación puede ser **por defecto** o **por exceso**.

Aproximación por defecto el valor dado es inferior al real.
Aproximación por exceso el valor dado es superior al real.

Por ejemplo, la anchura de una calle es tal que es 12,20 m. Si solo nos da 12 m es una aproximación por defecto, mientras que decir que es 12,3 m es una aproximación por exceso.

El **orden de una aproximación** refiere al número de cifras decimales que consideramos.

Tomemos, por ejemplo, el número 4,3564.

$4 < 4,3564 < 5$	$4 < 4,3564 < 5$ $4,3 < 4,3564 < 4,4$ $4,35 < 4,3564 < 4,36$ $4,356 < 4,3564 < 4,357$	4 y 5 son aproximaciones enteras. 4,3 y 4,4 son aproximaciones hasta las décimas. 4,35 y 4,36 son aproximaciones hasta las centésimas. 4,356 y 4,357 son aproximaciones hasta las milésimas.
--	--	--

EJEMPLO

Número	Aproximación	Tipo	Orden
94,876	94,8	defecto	décimas
5,0089	5,01	exceso	centésimas
98,76543	98,765	exceso	décimas y centésimas
0,00007	0,0001	defecto	milésimas

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Utilizar aproximaciones de un número resulta práctico si este tiene muchas cifras decimales. Evidentemente, la mejor aproximación de 94,18 es 94,18.

Valorar la conveniencia de establecer como criterio de redondeo a enteros “sumar 0,5 y tomar la parte entera”

SOLUCIONARIO

18. Haz un redondeo del número 71,36525498:

- a) entero 71
- b) décimas 71,4
- c) milésimas 71,365
- d) cienmilésimas 71,36525

19. Escribe los redondeos del número 53,0870394 con un orden creciente de cifras decimales.

- | | |
|-----------------------|------------|
| entera | 53 |
| décimas | 53,1 |
| centésimas | 53,09 |
| milésimas | 53,087 |
| diezmilésimas | 53,0870 |
| cienmilésimas | 53,08704 |
| micras o millonésimas | 53,087039 |
| diezmillonésima | 53,0870394 |

► Pág. 69.

TEMA 4

8) Redondeo

De las dos aproximaciones de un número (por defecto o por exceso) la que muestra error positivo se llama **redondeo**.

Tras el redondeo, una vez fijado el orden de aproximación, si la primera cifra que se va a eliminar es menor que 5 se sustituye las cifras que le siguen por ceros; si la primera cifra que se va a eliminar es igual o mayor que 5 se suma una unidad a la última cifra conservada.



Fijan en la tabla siguiente:

Número	Orden de redondeo	Primera cifra suprimida		Redondeo
4,345	décimas	5	$4,3 < 5$	4,3
4,365	centésimas	5	$5 < 5$	4,365
4,345	milésimas	5	$5 < 5$	4,35

EJEMPLOS

1 En el pueblo de San Ray crecieron un total de 4346 habitantes. Algunos redondeos son:
 4350 es un redondeo a decenas; 4300 redondeo a centenas; 4000 redondeo a millares.

2 El precio de un ordenador a finales de 2014 tenía un valor de 3.1418203358079023. Algunos redondeos son:
 redondeo entero = 3; redondeo a centésimas = 3,14
 redondeo a milésimas = 3,142; redondeo a las diezmilésimas = 3,1418.

EJERCICIOS

1 Haz un redondeo del número 71,3052489.
 a) entero; b) hasta las décimas; c) hasta las centésimas; d) hasta las milésimas.

2 Escribe los redondeos del número 55,807394 para un orden superior del que sea decimales.

3 Completa la tabla con valores de aproximación hasta las centésimas.

Número	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso	Redondeo
25,63281			
0,1298			
98,1109			
0,999			
78,0095			

20. Completa la tabla con valores de aproximación hasta las centésimas:

Número	Aproximación por defecto	Aproximación por exceso	Redondeo
25,63281	25,63	25,64	25,63
0,1298	0,12	0,13	0,13
98,1109	98,11	98,12	98,11
0,999	0,99	1,00	1,00
78,0095	78,00	78,01	78,01

► Pág. 72. Ejercicios

LOS NÚMEROS DECIMALES

EJERCICIOS

LECTURA Y DESCOMPOSICIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

21. Escribe con letras:

a) 342,1285 b) 2043,0402
 c) 32,1 d) 107,325
 e) 1050,76 f) 0,3052

22. Escribe con sus cifras:

a) doscientos cuarenta y tres mil catorce unidades y ciento veinticinco milésimas = 243014,125
 b) cincuenta y tres mil quinientas treinta y dos diezmilésimas = 5,3532
 c) trescientos cuarenta y nueve cienmilésimas = 0,00349

23. Sabes que 32,535 representa «tres decenas + dos unidades + cinco décimas + tres centésimas + cinco milésimas» y equivale a:

$$32,535 = 32 + 0,5 + 0,03 + 0,005 = 3 \times 10 + 2 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$$

Descompón de esta forma los decimales siguientes:

24. Descompón de esta forma los decimales siguientes:

a) 2,76 b) 14,05
 c) 9,541 d) 107,32
 e) 105,816 f) 1,126

25. Escribe la forma fraccionaria y decimal:

Forma decimal	Forma fraccionaria	Letras
$\frac{6}{100}$	$\frac{6}{100}$	seis centésimas
	$\frac{30}{100}$	treinta centésimas
		tres milésimas
$\frac{5,1}{1000}$		

26. a) Descompón y descompón decimal los números: 4007, 5,076, una centésima, cinco milésimas, cincuenta milésimas (0,000500).
 b) Clasifica en grupos de decimales equivalentes.

27. Da la expresión decimal de los siguientes números:

a) $\frac{9}{1000}$
 b) cincuenta y dos milésimas
 c) cuatro diezmilésimas
 d) $\frac{40}{100000}$
 e) trescientos diezmilésimas
 f) $\frac{47}{1000}$
 g) ¿Por qué no se puede escribir?

28. ¿Cuáles son los puntos de decimal siguientes?

a) $x = 32,14$ b) $y = 2,01$ c) $z = 0,079$
 d) $\frac{47}{100}$ e) $\frac{5}{10} + \frac{3}{100}$ f) $\frac{29}{10} + \frac{1}{10}$
 g) $\frac{7}{10} + \frac{9}{100}$ h) $0,055$ i) $450,1$ j) 35,789

29. En cada línea escribe qué número es el igual a los dados:

a) 30,26 b) 0,126 c) $\frac{16}{100}$
 d) $32,8 - 1,20 + 10 - 22 + \frac{4}{10} - 22 + \frac{90}{1000}$
 e) $78,175 - 78 + \frac{175}{1000} - 78 + 78 - 78 = \frac{175}{100000}$
 f) $0,002 - \frac{0,01}{10000} - 0,0003 - \frac{0}{1000} + \frac{0}{10000}$

30. Completa:

a) $34,535 = 34 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$
 b) $2,4 = \frac{2}{100} + \frac{4}{1000}$
 c) $4 \times 100 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{1}{1000}$
 d) $\frac{1}{10} = \frac{10}{1000}$
 e) $7 = \frac{7}{1000}$

SOLUCIONARIO

21. Escribe con letras:

- a) **342,1285** = trescientos cuarenta y dos unidades y mil doscientas ochenta y cinco diezmilésimas
 b) **2043,0402** = dos mil cuarenta y tres unidades y cuatrocientas dos diezmilésimas
 c) **32,1** = treinta y dos unidades y una décima
 d) **107,325** = ciento siete unidades y trescientas veinticinco milésimas
 e) **1050,76** = mil cincuenta unidades y setenta y seis centésimas
 f) **0,3052** = tres mil cincuenta y dos diezmilésimas

22. Escribe con sus cifras:

- a) doscientos cuarenta y tres mil catorce unidades y ciento veinticinco milésimas = 243014,125
 b) cincuenta y tres mil quinientas treinta y dos diezmilésimas = 5,3532
 c) trescientos cuarenta y nueve cienmilésimas = 0,00349

23. Sabes que 32,535 representa «tres decenas + dos unidades + cinco décimas + tres centésimas + cinco milésimas» y equivale a:

$$32,535 = 32 + 0,5 + 0,03 + 0,005 = 3 \times 10 + 2 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000}$$

Descompón de esta forma los decimales siguientes:

- a) $2,56 = 2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$
- b) $34,092 = 3 \times 10 + 4 + \frac{9}{100} + \frac{2}{1000}$
- c) $0,7542 = \frac{7}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000}$
- d) $1653,8 = 1 \times 1000 + 6 \times 100 + 5 \times 10 + 3 + \frac{8}{10}$
- e) $105,9216 = 1 \times 100 + 5 + \frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{6}{10000}$
- f) $15,007 = 1 \times 10 + 5 + \frac{7}{1000}$

24. Observa la primera línea y completa:

Fracción decimal	Expresión decimal	Lectura
$\frac{8}{100}$	0,08	ocho centésimas
$\frac{5}{100}$	0,05	cinco centésimas
$\frac{7}{1000000}$	0,000007	siete millo-nésimas
$\frac{5}{10}$	0,5	cinco décimas
$\frac{532}{1000}$	0,532	quinientas treinta y dos milésimas

25. a) Transforma a fracciones decimales los números: 0,007; 0,070; siete centésimas; setenta milésimas; setecientas cienmilésimas; 0,007000.

$$0,007 = \frac{7}{1000}; \quad 0,070 = \frac{7}{100}$$

$$\text{siete centésimas} = \frac{7}{100};$$

$$\text{setenta milésimas} = \frac{70}{1000} = \frac{7}{100}$$

$$\text{setecientas cienmilésimas} = \frac{700}{100000} = \frac{7}{1000}$$

$$0,007000 = \frac{7000}{1000000} = \frac{7}{1000}$$

b) Clasificalas en grupos de fracciones equivalentes.

Serán equivalentes 0,007; setecientas cienmilésimas y 0,007000 y por otro lado lo serán 0,070; siete centésimas y setenta milésimas.

26. Da la expresión decimal de los siguientes números:

a) $\frac{3}{1000} = 0,003$

b) cincuenta y dos milésimas = 0,052

c) cuatro diezmilésimas = 0,0004

d) $\frac{40}{100000} = 0,0004$

e) cuatrocientas diezmilésimas = 0,0400

f) $\frac{47}{100} = 0,47$

¿Hay algunos números iguales?

Son iguales los apartados c y d.

27. ¿Cuáles son las parejas de números iguales?

$a = 32,14$ $b = 2,03$ $c = 0,470$

$d = \frac{47}{100}$ $e = \frac{3}{10} + \frac{3}{100}$ $f = 450 + \frac{1}{10}$

$g = 2 + \frac{3}{100}$ $h = 0,33$ $i = 450,1$

$j = 32,140$

Son iguales a y j; b y g; c y d; e y h; f e i

28. En cada línea señala qué número no es igual a los demás.

a) 0,16; $\frac{16}{10}$; 0,160; $\frac{16}{100}$

b) 32,4; $3,24 \times 10$; $32 + \frac{4}{10}$; $32 + \frac{40}{1000}$

c) 70,153; $70 + \frac{153}{1000}$; 70,1530; $70 + \frac{153}{10000}$

d) 0,063; $\frac{63}{10000}$; 0,0063; $\frac{6}{1000} + \frac{3}{10000}$

29. Completa:

a) $6 \times 100 + \frac{7}{10} + \frac{4}{100} = 600,74$

b) $2 + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} = 2,023$

c) $4 \times 100 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{1}{1000} = 405,201$

d) $\frac{2}{10} + \frac{7}{1000} = 0,207$

e) $5 + \frac{4}{1000} = 5,004$

► Pág. 73. Ejercicios

TEMA 4

COMPARACIÓN DE DECIMALES

30. Coloca el símbolo $<$, $>$ o $=$, según corresponda, entre las parejas de números siguientes:

a) 3,45 < 3,46; b) 2,4173 > 2,417;
 c) 18,4300 = 18,43 d) 2513,741 < 2523,741;
 e) 25 < 25,001; f) 321,47101 > 321,471
 g) 2,065 > 2,064; h) 1,123 < 1,321;
 i) 14,02 = 14,020 j) 71,12 > 70,12

31. Sabiendo que en los recuadros puede haber cualquier número, ¿es posible comparar los números siguientes?

a) $27,\square \leq 27,9$
 b) $10,5\square6 \leq 10,596$
 c) $180,491 \geq 180,4\square1$
 d) $542\square,71 > 534\square,71$

32. Ordena en forma creciente cada una de las siguientes series de números:

a) 18,403 < 18,43 < 18,53045 < 18,5314
 b) 39,0462 < 39,1 < 39,46 < 40,142 < 40,1425
 c) 2143,145 < 2143,245 < 2143,254 < 2144,145
 d) 0,001 < 0,0015 < 0,0017 < 0,002 < 0,0021

33. Ordena en forma decreciente:

a) 5271,121 > 5172,230 > 5172,203 > 5163,579
 b) 2,045 > 2,0406 > 2,0046 > 2,0045
 c) 0,033 > 0,032 > 0,0203 > 0,02
 d) 15,12 > 15,1 > 15,01 > 4,99

SOLUCIONARIO

30. Coloca el símbolo $<$, $>$ o $=$, según corresponda, entre las parejas de números siguientes:

- a) $3,45 < 3,46$; b) $2,4173 > 2,417$;
 c) $18,4300 = 18,43$ d) $2513,741 < 2523,741$;
 e) $25 < 25,001$; f) $321,47101 > 321,471$
 g) $2,065 > 2,064$; h) $1,123 < 1,321$;
 i) $14,02 = 14,020$ j) $71,12 > 70,12$

31. Sabiendo que en los recuadros puede haber cualquier número, ¿es posible comparar los números siguientes?

- a) $27,\square \leq 27,9$
 b) $10,5\square6 \leq 10,596$
 c) $180,491 \geq 180,4\square1$
 d) $542\square,71 > 534\square,71$

e) $\square5,80 > 4,6$

f) $6,99 \geq 6, \square\square$

32. Ordena en forma creciente cada una de las siguientes series de números:

- a) $18,403 < 18,43 < 18,53045 < 18,5314$
 b) $39,0462 < 39,1 < 39,46 < 40,142 < 40,1425$
 c) $2143,145 < 2143,245 < 2143,254 < 2144,145$
 d) $0,001 < 0,0015 < 0,0017 < 0,002 < 0,0021$

33. Ordena en forma decreciente:

- a) $5271,121 > 5172,230 > 5172,203 > 5163,579$
 b) $2,045 > 2,0406 > 2,0046 > 2,0045$
 c) $0,033 > 0,032 > 0,0203 > 0,02$
 d) $15,12 > 15,1 > 15,01 > 4,99$

34. Para poder comerse el queso, este ratón debe encontrar el camino correcto y para ello solo puede descender hacia un número más pequeño o subir hacia uno más grande. Ayúdale a encontrar el camino correcto.

Aquí tienes un camino:

$6,52 \Rightarrow 6,40 \Rightarrow 5,09 \Rightarrow 2,49 \Rightarrow 1,38 \Rightarrow 0,95 \Rightarrow 7,41 \Rightarrow 7,42 \Rightarrow 5,1 \Rightarrow 13,53 \Rightarrow 3,7 \Rightarrow 1$

35. Intercala un número entre:

- a) $217 < 217,5 < 218$ por ejemplo
- b) $14,38 < 14,39 < 14,4$ por ejemplo
- c) $25 < 25,1 < 25,2$ por ejemplo
- d) $100,2 < 100,201 < 100,21$ por ejemplo
- e) $0,45 < 0,451 < 0,455$ por ejemplo
- f) $6,345 < 6,34501 < 6,3451$ por ejemplo

36. Intercala un número de tres cifras decimales entre:

- a) $17,41 < 17,411 < 17,42$ por ejemplo
- b) $217,59 < 217,604 < 217,61$ por ejemplo
- c) $123,1 < 123,103 < 123,11$ por ejemplo
- d) $127 < 127,001 < 127,01$ por ejemplo
- e) $14,23 < 14,231 < 14,24$ por ejemplo
- f) $0,0104 < 0,01041 < 0,0105$ por ejemplo

37. Completa la tabla:

Número	Expresión decimal	Tipo de decimal	Período	Anteperíodo
$\frac{3}{8}$	0,375	exacto	—	—
$\frac{14}{15}$	$0,9\overline{3}$	periódico mixto	3	9
$\frac{13}{6}$	$2,1\overline{6}$	periódico mixto	6	1
$\frac{10}{11}$	$0,9\overline{0}$	periódico puro	90	—

38. Calcular:

- a) $3,17 + 5,02 - 0,345 = 7,845$
- b) $23,05 - (5 - 0,987) = 23,05 - 4,013 = 19,037$
- c) $12,0673 - 5,32 - 0,324 = 6,4233$
- d) $8,009 - (3 - 2,00506) = 8,009 - 0,99494 = 7,01406$

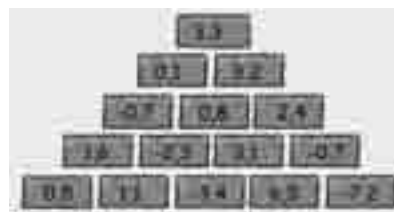
39. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

- a) $85,4 \times 0,25 = 21,35$
- b) $0,016 \times 150 = 2,4$
- c) $64,5 \times 12,5 = 806,25$
- d) $0,00034 \times 0,5 = 7,01406$

40. Calcular, con todas sus cifras decimales:

- a) $751,5 : 6 = 125,25$
- b) $789,4 : 10000 = 0,07894$
- c) $27 : 0,75 = 36$
- d) $27,878 : 5,3 = 5,26$
- e) $35,5 : 1,25 = 28,4$
- f) $2365,25 : 0,64 = 3695,7031$

41. Completa el muro siguiente. Cada número es la suma de los dos que tiene debajo.



► Pág. 74. Ejercicios

LOS NÚMEROS DECIMALES

42. Por 18 kg de miel hemos pagado 42,3 euros. ¿Cuánto cuesta un kg de miel?

43. Clara, Marta y Paula han reunido dinero para hacer un regalo a su abuela. Clara aporta 12,25 euros, Marta el doble que Clara y Paula 5,45 euros menos que Marta. ¿Cuánto dinero han reunido?

44. ¿Cuánto cuestan 8 sacos de azúcar de 75 kg cada uno a 0,78 euros el kg?

45. ¿Cuántos kg de café hay en 175 paquetes de un cuarto de kg cada uno?

46. Completa las igualdades siguientes:

47. Escribe las aproximaciones por exceso de los números siguientes con unidades de aproximación dadas los con unidades:

48. Completa las aproximaciones que están precedidas de comas que resulten de la suma o resta de los números:

49. Escribe los números que están precedidos de comas que resulten de la suma o resta de los números:

50. Redondea los números a las unidades:

51. Completa la tabla con valores de aproximación de los números:

Número	Aprox. Defecto	Aprox. Exceso	Redondeo
24,4771	24,47	24,48	24,48
1,390			
100,84			
1,994			
0,011			
1,497			

SOLUCIONARIO

42. Por 18 kg de miel hemos pagado 42,3 euros. ¿Cuánto cuesta un kg de miel?

$$42,3 : 18 = 2,35 \text{ € cuesta un kilo de miel}$$

43. Clara, Marta y Paula han reunido dinero para hacer un regalo a su abuela. Clara aporta 12,25 euros, Marta el doble que Clara y Paula 5,45 euros menos que Marta. ¿Cuánto dinero han reunido?

Clara aporta 12,25 €

$$\text{Marta el doble que Clara} \Rightarrow 12,25 \times 2 = 24,5 \text{ €}$$

$$\text{Paula 5,45 € menos que Marta} \Rightarrow 24,5 - 5,45 = 19,05 \text{ €}$$

$$\text{El total será } 12,75 + 24,5 + 19,05 = 55,8 \text{ €}$$

44. ¿Cuánto cuestan 8 sacos de azúcar de 75 kg cada uno a 0,78 euros el kg?

$$8 \times 75 \times 0,48 = 468 \text{ € cuestan los 8 sacos de azúcar.}$$

45. ¿Cuántos kg de café hay en 175 paquetes de un cuarto de kg cada uno?

$$175 \times \frac{1}{4} = 175 \times 0,25 = 43,75 \text{ kg de café.}$$

46. Completa las igualdades siguientes:

$$\text{a) } 100 \times 0,375 = 37,5 \quad \text{b) } \frac{1}{1000} \times 2011 = 2,011$$

$$\text{c) } \frac{1}{10} \times 28,8 = 2,88 \quad \text{d) } 10000 \times 0,15 = 1500$$

$$\text{e) } \frac{1}{10000} \times 7 = 0,0007 \quad \text{f) } \frac{1}{10} \times 1001 = 100,1$$

47. El perímetro de un triángulo equilátero es de 37,8 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

$$37,8 : 3 = 12,6 \text{ cm.}$$

48. El perímetro de un cuadrado es de 29,04 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

$$29,04 : 4 = 7,26 \text{ cm.}$$

49. Descubre la estrategia. Multiplicar por 0,5; 0,25. Realiza las multiplicaciones siguientes. Explica cómo multiplicar fácilmente por 0,5 y por 0,25.

a) $16 \times 0,5 = 8$; $84 \times 0,5 = 42$; $62 \times 0,5 = 31$

Multiplicar por 0,5 equivale a dividir por 2.

b) $28 \times 0,25 = 7$; $40 \times 0,25 = 10$; $280 \times 0,25 = 70$

Multiplicar por 0,25 equivale a dividir por 4.

50. Descubre la estrategia. Dividir por 0,5; 0,25. Calcula los cocientes siguientes. Explica cómo dividir fácilmente por 0,5 o por 0,25.

a) $9 : 0,5 = 18$; $25 : 0,5 = 50$; $7,5 : 0,5 = 15$

Dividir por 0,5 equivale a multiplicar por 2.

b) $15 : 0,25 = 60$; $1 : 0,25 = 4$; $16,5 : 0,25 = 66$

Dividir por 0,25 equivale a multiplicar por 4.

51. Estimar un resultado es dar de forma rápida un valor aproximado del mismo. Es “hacerse una idea” de qué resultado se va a obtener. Por ejemplo, el resultado de $51 \times 1,99$ es del orden de $50 \times 2 = 100$ y este valor es una buena estimación del resultado real, que sería 101,49. Ahora tu, completa:

a) $99 \times 20,02$ es del orden de $100 \times 20 = 2000$

b) $239 \times 1,95$ es del orden de $240 \times 2 = 480$

c) $410 \times 0,11$ es del orden de $410 \times 0,1 = 41$

d) $18 \times 9,845$ es del orden de $18 \times 10 = 180$

52. Escribe las aproximaciones por exceso de los números siguientes con órdenes de aproximación hasta las centésimas:

$$3,4154 \Rightarrow 3,42$$

$$2,0001 \Rightarrow 2,01$$

$$23,71473 \Rightarrow 23,72$$

$$0,33333 \Rightarrow 0,34$$

53. Completa las aproximaciones que faltan teniendo en cuenta que en cada fila hay una cifra decimal más.

$$37,1 < 37,123456789 < 37,2$$

$$37,12 < 37,123456789 < 37,13$$

$$37,123 < 37,123456789 < 37,124$$

$$37,1234 < 37,123456789 < 37,1235$$

$$37,12345 < 37,123456789 < 37,12346$$

54. Completa:

Número	Aproximación	Tipo	Orden
16,028	16,03	por exceso	centésimas
12,304284	12,3	defecto	décimas
156,98467	157	exceso	unidades
1,161616	1,16162	exceso	cienmilésimas

55. Haz un redondeo hasta las centésimas de los números siguientes:

$$35,47; 0,43; 2,91; 0,56$$

56. Redondea hasta las milésimas los números:

$$3,142; 0,256; 343,796; 18,182$$

57. Completa la tabla con valores de aproximación hasta las centésimas.

Número	Aprox. Defecto	Aprox. Exceso	Redondeo
28,4315	28,43	28,44	28,43
1,3895	1,38	1,39	1,39
200,004	200,00	200,01	200,00
3,9960	3,99	3,40	3,40
0,011	0,01	0,02	0,01
2,4957	2,49	2,50	2,50

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Interpretar y desarrollar potencias de base entera y exponente natural.
- Elaborar estrategias personales de cálculo mental con potencias sencillas.
- Conocer y utilizar las operaciones con potencias de la misma base para facilitar los cálculos escritos.
- Expresar números haciendo uso de la notación científica.
- Utilizar la calculadora para la realización de cálculos numéricos y decidir sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos y de la exigencia de los resultados.
- Conocer y hacer uso del algoritmo para el cálculo de raíces cuadradas exactas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Saber nombrar los elementos que componen una potencia.
- Conocer el significado de la potencia y calcularla.
- Utilizar las potencias de 10, escribir con notación científica los números que lo requieran.
- Reconocer los prefijos que nos indican potencias de 10.
- Utilizar el algoritmo para multiplicar, dividir potencias y elevar una potencia a otra potencia.
- Realizar operaciones con potencias cuando no tiene la misma base pero sí el mismo exponente.
- Utilizar la potencia como inversa de la raíz.
- Calcular raíces exactas y no exactas utilizando el algoritmo de la raíz.
- Leer y entender un problema, efectuando las operaciones necesarias para su resolución.
- Analizar la veracidad del resultado.
- Dar el resultado de forma correcta y clara.

CONTENIDOS

• Conceptos (“saber”)

- Significado y uso de las potencias de base entera y exponente natural.
- Algunas potencias notables: de exponente 0, de exponente 1.
- Escritura de números muy grandes utilizando potencias de diez.
- Operaciones con potencias.
- Producto de potencias con la misma base.
- Cociente de potencias de la misma base.
- Potencia de potencia.
- Potencia de un producto.
- Cuadrados perfectos y raíz cuadrada.
- La raíz cuadrada a mano.

• Procedimientos (“Saber hacer”)

- Interpretación y utilización de las potencias de base entera y exponente natural.
- Elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental con potencias sencillas.
- Utilización de las operaciones con potencias de la misma base –multiplicación y división– para facilitar los cálculos escritos.
- Expresión de números utilizando la notación científica.
- Utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos.
- Utilización de los algoritmos para realizar cálculos de raíces cuadradas.

• Actitudes (“Saber ser”)

- Reconocimiento y valoración crítica de la utilidad de la calculadora para la realización de cálculos e investigaciones numéricas.
- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas.
- Flexibilidad para enfrentarse a situaciones numéricas desde distintos puntos de vista.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptores		
	1. Utilizar los algoritmos para operar con potencias. 2. Utiliza la potencia como inversa de la raíz. 3. Aplicar el algoritmo para efectuar la raíz cuadrada.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el método para multiplicar potencias con la misma base y potencias con el mismo exponente.	- Efectúa correctamente las operaciones con potencias. - Identifica los elementos que intervienen en cada operación.	- Ejercicios 7, 8 y 9 (pág. 81) - Ejercicio 10, 11 y 12 (pág. 82)
	2. Conoce el método para dividir potencias con la misma base y potencias con el mismo exponente.	- Sabe aplicar el algoritmo correctamente dependiendo que sea la base igual o el exponente igual.	
	3. Efectúa correctamente la potencia elevada a otra potencia.	- Sabe efectuar la potencia de potencia y expresar el resultado en forma de potencia.	
	4. Aplica el orden establecido en las operaciones combinadas.	- Realiza correctamente las operaciones combinadas. - Reconoce la necesidad del uso de los paréntesis.	- Ejercicio 13 (pág. 82)
	5. Conoce el mecanismo para calcular una raíz cuadrada exacta.	- Utiliza los cuadrados perfectos, para deducir las raíces cuadradas sencillas.	- Ejercicio 14 y 15 (pág. 83)
	6. Utiliza la calculadora para calcular algunas raíces cuadradas.	- Calcula raíces cuadradas con la calculadora. - Comprueba en la calculadora que la operación inversa de la raíz cuadrada, es la potencia al cuadrado.	- Ejercicio 16 (pág. 83)
	7. Aplica el algoritmo del cálculo de una raíz cuadrada.	- Es capaz de aplicar el algoritmo y calcula raíces cuadradas.	(Pág. 84 y 85)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores		
	1. Reconocer la nomenclatura de potencia y sus elementos. 2. Leer las potencias y calcularlas. 3. Utilizar las potencias de 10, escribir con notación científica los números que lo requieran. 4. Utilizar los prefijos que nos indican potencias de 10.		
	◦ Desempeño		
	1. Expresa los elementos de una potencia.	- Reconoce la base, el exponente y la potencia. - Sabe la definición de potencia y lo expresa correctamente.	- Ejercicios 1 y 2 (pág. 78)
	2. Lee correctamente una potencia.	- Es capaz de leer y de escribir una potencia.	
	3. Calcula una potencia.	- Calcula el valor de una potencia, aplicando su definición. - Conoce los casos particulares de a^0 y a^1 .	
	4. Reconoce las potencias de 10.	- Utiliza las potencias de 10 en la expresión de cantidades numéricas como un millón, diez mil, etc....	- Ejercicio 31, 32 (pág. 89)

CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	5. Utiliza la notación científica para la expresión de números muy grandes o muy pequeños.	- Reconoce cuando un número está expresado en notación científica. - Escribe un número en notación científica y expresa con todas sus cifras un número que viene en notación científica.	- Ejercicio 41 (pág. 89)
	6. Expresa un número natural como una descomposición con potencias de 10.	- Utiliza la expresión polinómica de un número.	- Ejercicios 5 (pág. 80)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores 1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Aplicar las operaciones adecuadas para la obtención de la solución. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende	- Lee con detenimiento y determina las operaciones que hay que efectuar. - Organiza con un orden lógico los procedimientos.	- Ejercicio 56, 57, 58, 61 (pág. 90)
	2. Comprueba el resultado	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- En todos los ejercicios y ejemplos propuestos.

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores 1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan aplicar el recurso adecuado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicio 30, 39 y 40 (pág. 89)
	2. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	- Ejercicio 56, 57, 58, 59, 61 (pág. 90)

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer en los enunciados situaciones de la vida real, que nos ayuda a comprenderla y a resolver problemas que nos podemos encontrar en ella. 2. Reconocer la presencia de las potencias y raíces en su entorno. 3. Identifica la notación científica en datos extremadamente grandes o extremadamente pequeños.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza correctamente las situaciones reales en la resolución de problemas.	- Resuelve los problemas buscando situaciones reales paralelas a los enunciados planteados.	- Ejercicios 56, 57, 58, 61 y 62 (pág. 90)
	2. Reconoce la necesidad de determinados cálculos con potencias y raíces.	- Sabe aplicar los cálculos a problemas relacionados con la vida real.	
	3. Entiende la importancia de la notación científica.	- Reconoce en determinados datos la utilidad de la notación científica.	- Ejercicios 38, 39 y 40 (pág. 89)

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN...	◦ Descriptor		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas		
	◦ Desempeño		
	1. Conocer situaciones reales y donde se realizan.	- Relaciona magnitudes como perímetro, longitud y área.	- Ejercicios 38, 39, 40, 61 y 62 (pág. 89 y 90)
	2. Observa la necesidad de que los datos estén expresados en notación científica.	- Trabaja con magnitudes de distancias entre Tierra y Sol, Sol y Luna, etc, para utilizar notación científica. - Relaciona unidades de masa y de volumen expresadas en notación científica.	

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y hacerlo con soltura.	- A lo largo del tema
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso, lo analiza y obtiene estrategias.	
	3. Mejora la motivación.	- Se siente satisfecho por la labor bien hecha. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Conocer los orígenes de las potencias y raíces. 2. Reconocer la evolución de los números y su necesidad.		
	◦ Desempeño		
	1. Reconoce la importancia de las potencias para se utilizadas en la notación científica. 2. Analiza la evolución desde las culturas anteriores de la aproximación de la raíz cuadrada.	- Sabe en que momentos y con que exactitud se utilizan. - Reconoce cuando se redondean.	- Hoja de inicio de tema 5.

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Extender y aplicar los conceptos de potencias y raíces. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos		
	◦ Desempeño		
	1. Tiene la iniciativa necesaria para investigar y resolver un problema.	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos.	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que se había propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 76 - 77. Las potencias y la raíz cuadrada

TEMA 5

LAS POTENCIAS Y LA RAÍZ CUADRADA

Para medir las distancias astronómicas se necesitan manejar números muy grandes y para ello la notación en forma de potencia se hace prácticamente imprescindible. Pienso que la distancia de la Tierra a su estrella más cercana, el Sol, es de unos 150 millones de Kilómetros, es decir 150.000.000 Km, o lo que es lo mismo $15 \cdot 10^7$ Km.

En Mesopotamia, región situada entre los ríos Tigris y Éufrates (actualmente Irak), floreció desde el cuarto milenio antes de Cristo la civilización babilónica. Sus habitantes poseían un sistema de escritura, la escritura cuneiforme, que ha llegado a nosotros en miles de tablillas.

En dichas tablillas se ha podido constatar que sus matemáticas eran bastante completas, llegando incluso a ingeniar un proceso que les permitía obtener valores muy aproximados de la raíz cuadrada de un número.



SOLUCIONARIO

Copia y completa la tabla:

	$\times 10$	$\times 100$	$\times 1000$	$\times \frac{1}{10}$	$\times \frac{1}{100}$	$\times \frac{1}{1000}$
23	230	2300	23000	2,3	0,23	0,023
0,75	7,5	75	750	0,075	0,0075	0,00075
4,8	48	480	4800	0,48	0,048	0,0048
324	3240	32400	324000	32,4	3,24	0,324

Copia y completa la tabla:

	Se escribe	Se calcula	Su valor es
Área de un cuadrado de lado 4 cm	4^2	4×4	16 cm^2
Volumen de un cubo de arista 4 cm	4^3	$4 \times 4 \times 4$	64 cm^3
Área de un cuadrado de lado 2 m	2^2	2×2	4 m^2
Área de un cuadrado de lado 2,5 m	$2,5^2$	$2,5 \times 2,5$	$6,25 \text{ m}^2$
Volumen de un cubo de arista 1,5 cm	$1,5^3$	$1,5 \times 1,5 \times 1,5$	$3,375 \text{ cm}^3$

DE 6º A 1º

MULTIPLICACIONES POR 10, 100, 1000, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$

Copia y completa la tabla:

	$\times 10$	$\times 100$	$\times 1000$	$\times \frac{1}{10}$	$\times \frac{1}{100}$	$\times \frac{1}{1000}$
11						
130						
15						
125						

CUADRADOS Y CUBOS

Sabes que 3×3 se escribe 3^2 y se lee "3 al cuadrado", pero es el valor del área de un cuadrado de lado 3.

También sabes que $3 \times 3 \times 3$ se escribe 3^3 y se lee "3 al cubo", pero es el valor del volumen de un cubo de lado 3.

Copia y completa la tabla:

	Se escribe	Se calcula	El valor es
Área de un cuadrado de lado 4 cm	4^2	4×4	16 cm ²
Volumen de un cubo de lado 4 cm	4^3	$4 \times 4 \times 4$	64 cm ³
Área de un cuadrado de lado 2 m			
Área de un cuadrado de lado 2.5 m			
Volumen de un cubo de lado 1.5 cm			

LAS POTENCIAS

DESCRIBE AL INTRUÍDO

Entre las listas siguientes de números encuentra cuál no es una potencia del número indicado:

De 2	2	4	8	16	24	32
De 5	5	10	25	125	625	
De 3	3	9	27	81	243	300
De -7	-7	49	-49	343		

Entre las listas siguientes de números encuentra cuál no es una potencia del número indicado:

De 2	2	4	8	16	24	32
De 5	5	10	25	125	625	
De 3	3	9	27	81	243	300
De -7	-7	49	-49	343		

► Pág. 78. 1 Concepto de potencia

1 Concepto de potencia

Las expresiones $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ es el producto de cinco factores iguales a 3. Su valor es 243.

Para simplificar la escritura de $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ se utiliza el concepto matemático de potencia, que se escribe 3^5 . La expresión 3^5 es una potencia de base 3 y exponente 5.

Al igual:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9; \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16; \quad 1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

RECUERDA, QUE...

1^x es 1, se eleva 1 a cualquier potencia es 1.
 2^x es 2 elevado a la cuarta potencia es, simplemente, 2 elevado a la cuarta.

¡OJO!

No se es un número entera y no es un número natural.

Se dice que 3^5 es una potencia de base 3 y exponente 5.

Se pueden leer 3^5 como 3 a la 5, 3 al 5 o 3 a 5.

La expresión 3^5 se lee así:

¡CUIDADO! Debes prestar atención a si hay o no paréntesis.

$-(2^3) = -(2 \times 2 \times 2) = -8; \quad -(3^2) = -(3 \times 3) = -9$

EJERCICIOS

1 Completa en tu cuaderno utilizando las potencias:

a) 3 elevado a 4 es $3^4 = 81$
 b) 8 al cuadrado es $8^2 = 64$
 c) 5 elevado al cubo es $5^3 = 125$
 d) La potencia de base 2 y exponente 1 es $2^1 = 2$
 e) 6 elevado a 3 es $6^3 = 216$
 f) (-4) elevado a 2 es $(-4)^2 = 16$

2 Completa:

Potencia	Desarrollo	Valor
2^4	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	16
10^6	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	1 000 000
5^5	$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	3125
$(-3)^3$	$(-3) \times (-3) \times (-3)$	-27
7^2	7×7	49

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición de vocabulario.

Es necesario desterrar los clásicos: $2^4 = 8$; $5^2 = 10$; etc

Diversas escrituras de un mismo número.
Ejercicio 2.

SOLUCIONARIO**1. Completa en tu cuaderno utilizando las potencias:**

- a) 3 elevado a 4 = $3^4 = 81$
 b) 8 al cuadrado = $8^2 = 64$
 c) 5 elevado al cubo = $5^3 = 125$
 d) La potencia de base 2 y exponente 1 es $2^1 = 2$
 e) 6 elevado a 3 es $6^3 = 216$
 f) (-4) elevado a 2 es $(-4)^2 = 16$

2. Completa:

Potencia	Desarrollo	Valor
2^4	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	16
10^6	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	1 000 000
5^5	$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	3125
$(-3)^3$	$(-3) \times (-3) \times (-3)$	-27
7^2	7×7	49

► Pág. 79. 2 Las potencias de 10

2 Las potencias de 10

Si a una potencia normal le ponemos 10ⁿ se iguala a la misma cantidad seguida de n ceros.

$10^2 = 100$ (seguido de 2)

Puedes usar las potencias de 10 para escribir fácilmente números grandes.

Escritura normal	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Escritura con potencias	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Recuerda del tema anterior que:

Multiplicar un número entero por una potencia de 10 equivale a añadirle tantos ceros como indica el exponente.

$5 \times 1000000000 = 5000000000 = 5 \times 10^9$
 $325 \times 1000000 = 325000000 = 325 \times 10^6$

Multiplicar un número decimal por una potencia de 10 equivale a mover la coma hacia la derecha tantos lugares como indica el exponente.

$3,25 \times 10^2 = 325$ $4,8 \times 10^2 = 480$
 $2,345 \times 10^3 = 2345$ $0,0345 \times 10^4 = 345$

EJERCICIOS

3. Identifica las parejas de números iguales:

$0,4^2 \times 10^3$ $3,5 \times 10^3$ 2×10^4 160
 3500 $10^2 \times 10^2 \times 10$ 1000000 200×10^2

4. Utiliza potencias de 10 para expresar las siguientes medidas astronómicas:

Año luz	Distancia de la Tierra a la Luna	Distancia de la Tierra al Sol	Radio medio de la Tierra	Longitud de la Vía Láctea
9 460 000 000 000 km	385 000 km	150 000 000 km	6 363 000 m	3 000 000 000 años luz

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Utilización de potencias de 10 con exponentes positivos.

Nunca está de más insistir en la diferencia entre $(-a)^n$ y $-a^n$.

La lectura de números grandes puede ser una dificultad para los alumnos. Ejercicio 4.

SOLUCIONARIO

3. Identifica las parejas de números iguales:

$$3500 = 3,5 \times 10^3 \quad 160 = 0,4^2 \times 10^3$$

$$1000000 = 10^2 \times 10^3 \times 10 \quad 2 \times 10^4 = 200 \times 10^2$$

4. Utiliza potencias de 10 para expresar las siguientes medidas astronómicas:

Año luz	9 460 000 000 000 km	946×10^{10} km
Distancia de la Tierra a la Luna	385 000 km	385×10^3 km
Distancia de la Tierra al Sol	150 000 000 km	15×10^7 km
Radio medio de la Tierra	6 363 000 m	$6\,363 \times 10^3$ m
Diámetro de la Vía Láctea	3 000 000 000 años luz	3×10^9 años luz

► Pág. 80.

LAS POTENCIAS Y LA RAÍZ CUADRADA

Expresión polinómica de un número natural

Observa:

$$27435 = 2 \times 10000 + 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1 =$$

$$= 2 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

Esta última es la expresión polinómica del número 27435.

EJERCICIOS

1 Da la descomposición polinómica de los números:

a) 234 b) 5062 c) 1040 d) 526230

2 Calcula mentalmente:

a) 4×10^2 b) $2 \times 10^3 + 4 \times 10^2$ c) $5 \times 10^5 + 4 \times 10^4$ d) $3 \times 10^4 + 2 \times 10^3$

Prefijos

Estos prefijos se han incorporado a nuestro lenguaje habitual.

Prefijo	deca	hecto	kilo	mega	giga	tera	petra	exa
Simbolos	da	h	k	M	G	T	P	E
Valor	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}	10^{18}

Aut: 2 Mts = 2×10^6 m = 2000 000 m = 2000 km
 5 Ts = 5×10^{12} s = 5 000 000 000 000 segundos
 8 Pg = 8×10^{15} g = Ocho mil millones de toneladas

Notación científica

Escríbelos en notación científica, como el producto de un número decimal por una potencia de 10.

El número decimal debe tener solamente una cifra no nula a la izquierda.

450 000 000 = $4,5 \times 10^8$
notación decimal notación científica

Tu calculadora científica presenta este tipo de escritura cuando el resultado sobrepasa los límites de su pantalla.

Observa que si calculas $2500 \times 3000 \div 4000$ obtienes $1,5 \times 10^{10}$ para:

$$2500 \times 3000 \div 4000 = 1,5 \times 10^{10} = 15 000 000 000$$
SOLUCIONARIO**5. Da la descomposición polinómica de los números:**

- a) $234 = 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$
 b) $5062 = 5 \times 10^3 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^0$
 c) $1040 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^1$
 d) $526230 = 5 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

6. Calcula mentalmente:

- a) $4 \times 10^2 = 400$
 b) $2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 = 2400$
 c) $6 \times 10^4 + 4 \times 10^6 = 4060000$
 d) $7 \times 10^4 - 7 \times 10^3 = 63000$

► Pág. 33. 3 Adición y sustracción de números enteros

TEMA 5

3 Operaciones con potencias

A) Multiplicación de potencias con la misma base:

Observa: $2^3 \times 2^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

Para multiplicar potencias de la misma base, se suma la misma base y se conserva los exponentes.

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

B) División de potencias con la misma base:

Observa que: $2^5 \div 2^2 = 2^3$, por tanto: $2^5 \div 2^2 = 2^{5-2}$

Para dividir potencias de la misma base se resta la misma base y se conserva los exponentes.

$$2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$$

Además que: $\frac{2^5}{2^2} = 2$, por tanto: $\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3$ y como el resultado de una potencia debe ser positivo, decimos que $(2^5 \div 2^2)$

C) Potencia de una potencia:

Observa: $(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 2^{3 \times 2}$

Para elevar una potencia a otra potencia, se multiplica la misma base y se conserva los exponentes.

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$$

EJERCICIOS

1 Realiza las siguientes divisiones de potencias y da el resultado más simple posible:

a) $\frac{2^5}{2^3}$ b) $\frac{10^6}{10^2}$ c) $\frac{1 \cdot 49^5}{1 \cdot 49^3}$ d) $\frac{1 \cdot 10^{10}}{1 \cdot 10^5}$ e) $\frac{8^4}{2^4}$

2 Escribe como una sola potencia:

a) $\frac{2^5 \times 2^3}{2^2}$ b) $\frac{1 \cdot 2^4 \times 1 \cdot 2^3}{1 \cdot 2^2}$ c) $\frac{2^5 \times 2^2 \times 5}{2^3}$ d) $\frac{1 \cdot 2^5}{1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3}$

3 Expresa como una sola potencia:

a) $1 \cdot 2^3 \times 1 \cdot 2^5$ b) $2^5 \times 2^3 \div 2 \times 2^2$ c) 10^{10} d) $10 \times 10^2 \times 10^5$ e) 10^{10}

c) $\frac{(-4)^6}{(-4)^4} = (-4)^2 = 16$

d) $\frac{(-6)^{10}}{(-6)^7} = (-6)^3 = -216$

e) $\frac{x^8}{x^2} = x^6$

8. Mismo ejercicio:

a) $\frac{3^2 \times 3^5}{3^4} = \frac{3^7}{3^4} = 3^3 = 27$

b) $\frac{(-2)^4 \times (-2)^3}{(-2)^2} = \frac{(-2)^7}{(-2)^2} = (-2)^5 = -32$

c) $\frac{5^0 \times 5^2 \times 5}{5^3} = \frac{5^3}{5^3} = 5^0 = 1$

d) $\frac{-7^6}{(-7)^3 \times (-7)} = \frac{-7^6}{(-7)^4} = \frac{-7^6}{7^4} = -7^2 = -49$

9. Expresa como una sola potencia:

a) $(-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = 256$

b) $2^3 \times 3^2 \times 2 \times 3^2 = 2^4 \times 3^4 = 6^4 = 1296$

c) $(4^2)^3 = 4^6 = 4096$

d) $10 \times 10^4 \times 10^2 = 10^7$

e) $(7^5)^0 = 7^0 = 1$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Se podrá debatir los preconceptos de los alumnos antes de dar las propiedades. (Autonomía e iniciativa personal)

Es importante que los alumnos adquieran los enunciados verbales de las propiedades. (Competencia lingüística)

Puede ser la ocasión para el uso de ciertas teclas de la calculadora. Ejercicios 8 y 9.

SOLUCIONARIO

7. Realiza las siguientes divisiones de potencias y da el resultado más simple posible:

a) $\frac{3^4}{3^2} = 3^2 = 9$

b) $\frac{10^8}{10^6} = 10^2 = 100$

► Pág. 82. 4 Otras operaciones con potencias

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Hacer ver que no hay operación definida como tal para $(a + b)^n$, para $a^n \times b^m$ ni para $\frac{a^n}{b^m}$.

SOLUCIONARIO

10. Expresa como una sola potencia y como producto de potencias:

- a) $(3 \times 4)^3 = 12^3 = 3^3 \times 4^3$
 b) $(10 \times 5)^4 = 50^4 = 10^4 \times 5^4$
 c) $(4 \times 2 \times 3)^5 = 24^5 = 4^5 \times 2^5 \times 3^5 = 2^{10} \times 2^5 \times 3^5 = 2^{15} \times 3^5$
 d) $(10^2 \times 10)^2 = (10^3)^2 = 10^6 = 10^4 \times 10^2$

11. Completa los cuadrados en blanco:

- a) $(3 \times 5)^3 = 15^3$
 b) $(4 \times 3)^2 = 12^2$
 c) $(2 \times 3 \times 2)^5 = 12^5$
 d) $(2 \times 2)^3 = 2^6$

12. Calcula y da el resultado como una fracción:

- a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$
 b) $\left(\frac{-5}{2}\right)^4 = \frac{(-5)^4}{2^4} = \frac{625}{16}$
 c) $\left(2 - \frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{8-3}{4}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$

LAS POTENCIAS Y LA RAÍZ CUADRADA

4 Otras operaciones con potencias

A) Potencia de un producto
 (Observa: $15 = 3 \times 5$; $15^2 = 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$)
 Para elevar al cuadrado a una potencia se elevan por separado cada uno de los factores.

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

B) Potencia de una fracción
 (Observa: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3^2}{2^2}$)
 Para elevar al cuadrado a una potencia se elevan al cuadrado tanto el numerador como el denominador.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Prioridad de operaciones
 En una serie de operaciones combinadas:
 - Se realizan en primer lugar las operaciones entre paréntesis.
 - En ausencia de paréntesis se calculan en primer lugar las potencias, luego las multiplicaciones o divisiones y por último las adiciones o sustracciones.

EJERCICIOS

10. Expresa como una sola potencia y como producto de potencias:
 a) $(3 \times 4)^3$ b) $(10 \times 5)^4$ c) $(4 \times 2 \times 3)^5$ d) $(10^2 \times 10)^2$

11. Completa los cuadrados en blanco:
 a) $(3 \times 5)^3 = 15^3$ b) $(4 \times 3)^2 = 12^2$ c) $(2 \times 3 \times 2)^5 = 12^5$ d) $(2 \times 2)^3 = 2^6$

12. Calcula y da el resultado como una fracción:
 a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ b) $\left(\frac{-5}{2}\right)^4$ c) $\left(2 - \frac{3}{4}\right)^3$ d) $\left(\frac{22}{7}\right)^0$

13. Calcula:
 a) $(29 - 3 \times 2^3) \times (15 - 3^2)$
 b) $3 \times 5^2 - 5 \times 3^2 + 10$
 c) $2 + 3 \times 4 \times 5^2 - 6^2$
 d) $16 : 4 \times 3 - 4^2 + 4 \times 3^0$

$$\text{d) } \left(\frac{22}{7}\right)^0 = 1$$

$$\text{e) } \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^8 = \frac{2^8}{5^8} = \frac{256}{390625}$$

$$\text{f) } \left(\frac{3}{4}\right)^8 : \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^7 = \frac{3^7}{4^7} = \frac{2187}{16384}$$

13. Calcula:

- a) $(29 - 3 \times 2^3) \times (15 - 3^2) = (29 - 24) \times (15 - 9) = 5 \times 6 = 30$
 b) $3 \times 5^2 - 5 \times 3^2 + 10 = 3 \times 25 - 5 \times 9 + 10 = 75 - 45 + 10 = 40$
 c) $2 + 3 \times 4 \times 5^2 - 6^2 = 2 + 12 \times 25 - 36 = 2 + 300 - 36 = 266$
 d) $16 : 4 \times 3 - 4^2 + 4 \times 3^0 = 4 \times 3 - 16 + 4 \times 1 = 12 - 16 + 4 = 0$

► Pág. 83. 5 Raíz cuadrada

TEMA 5

5 Raíz cuadrada

En el interior de cada uno de los cuadrados siguientes está oculta su raíz. Observa:

1.

Área	1	4	9	16	25
Lado	1	2	3	4	5

A partir de la operación «elevar al cuadrado» se define la operación inversa a la que llamaremos **raíz cuadrada** y su símbolo será $\sqrt{\quad}$.

Así, $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$; $\sqrt{81} = 9$ porque $9^2 = 81$.

$\sqrt{25}$ es la **raíz cuadrada** de 25. En general, $\sqrt{a}$ es la raíz cuadrada de a .

La raíz cuadrada de un número positivo a es un número positivo b , cuyo cuadrado sea a , lo escribiremos:

La ecuación $x^2 = a$ tiene solución $x^2 = a$ si $a \geq 0$.

La tecla $\sqrt{\quad}$ de tu calculadora permite obtener un valor aproximado de la raíz cuadrada de un número positivo.

Al hallar $\sqrt{25}$ obtenemos 5,477123555 pero este número es solo una aproximación de la raíz cuadrada de 25 pues, evidentemente, $(5,477123555)^2$ no es igual a 25 ya que es un decimal que termina en 5.

SABÍAS QUE...

El símbolo $\sqrt{\quad}$ se usa habitualmente de la forma $\sqrt{\quad}$ ya se puede usar una sola raíz.

EJERCICIOS

1. Completa:

a) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ b) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ c) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$ d) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

2. ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta.

a) $\sqrt{16} = 8$ b) $\sqrt{0,4} = 0,2$ c) $\sqrt{1} = 1$ d) $\sqrt{81} = 9$ e) $\sqrt{6} = 3$ f) $\sqrt{144} = 12$

3. Utiliza la calculadora para dar un redondeo a milésimas de las siguientes raíces.

a) $\sqrt{300}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{32794}$ d) $\sqrt{2011}$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Tras la introducción del concepto se puede discutir sobre “encontrar, si es posible, un número cuyo cuadrado sea 3”. Se puede intervenir comentando que no será entero pues $1^2 = 1$ y $2^2 = 4$; posteriormente haciéndoles ver que la última cifra de un cuadrado es 1; 4; 5; 6 o 9; etc. y posteriormente incidiendo en el valor que se obtiene con calculadora. (Aprender a aprender)

Pensamos que el cálculo de la raíz cuadrada “a mano” puede ser útil para fomentar el cálculo mental, hacer estimaciones, ensayo y error; etc.

SOLUCIONARIO

14. Completa:

a) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

b) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

c) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$

d) $\sqrt{2^6} = \sqrt{(2^3)^2} = 2^3 = 8$

15. ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta:

a) $\sqrt{16} = 8$ Falso porque $\sqrt{16} = 4$ o $8^2 \neq 16$

b) $\sqrt{0,4} = 0,2$ Falso porque $0,2^2 = 0,04 \neq 0,4$

c) $\sqrt{1} = 1$ Verdadero porque $1^2 = 1$

d) $\sqrt{81} = 9$ Verdadero porque $9^2 = 81$

e) $\sqrt{6} = 3$ Falso porque $3^2 = 9 \neq 6$

f) $\sqrt{144} = 12$ Verdadero porque $12^2 = 144$

16. Utiliza la calculadora para dar un redondeo a milésimas de las siguientes raíces:

a) $\sqrt{300} \approx 17,321$

b) $\sqrt{72} \approx 8,485$

► Pág. 88. Ejercicios

LAS POTENCIAS Y LA RAÍZ CUADRADA

EJERCICIOS

POTENCIAS

1. Vocabulario

a) Copia y completa:

4³ se lee "4 al cubo"; 4 es la base de la potencia.
 3⁴ se lee "3 a la cuarta"; 4 es el exponente de la potencia.
 4. ¿Es cierto que 4³ = 64?

b) Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

De 2	2; 4; 8; 16; 20
De 3	3; 6; 9; 27; 33

2. Cálculo mental

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

3. Completa la tabla

n	4	16	25	49	64	81
m	2	4	5	7	8	9

4. Completa la tabla con los valores de m y n

m	2	4	5	7	8	9
n	4	16	25	49	64	81

5. Calcula mentalmente

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

6. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

7. Calcula

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

8. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

9. Calcula mentalmente

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

10. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

11. Calcula

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

12. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

13. Calcula

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

14. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

15. Calcula

a) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25
 b) 3⁵ = 243; 4⁴ = 256; 6² = 36; 7³ = 343
 c) 10³ = 1000; 1000² = 1 000 000; 1000³ = 1 000 000 000
 d) 4³ = 64; 3⁴ = 81; 2¹⁰ = 1024; 5² = 25

16. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

a) De 2: 2; 4; 8; 16; 20
 b) De 3: 3; 6; 9; 27; 33

SOLUCIONARIO**17. Vocabulario.****a) Copia y completa:**

4³ se lee "4 al cubo"; 4 es la base de la potencia.

3⁴ se lee "3 a la cuarta"; 4 es el exponente de la potencia.

b) ¿Es cierto que 43 < 34? Si porque 4³ = 64 y 3⁴ = 81

18. Entre los números dados hay algunos que no son potencias del número indicado, ¿cuáles?

De 2	2; 4; 8; 16; 20
De 3	3; 6; 9; 27; 33

De 7	1; 7; 14; 49; 70
De 10	20; 100; 1 000; 4

de 2 el 20 porque 20 = 5 × 2²

de 3 el 33 porque 33 = 3 × 11

de 7 el 70 porque 70 = 7 × 2 × 5

de 10 el 20 y el 4000 porque 20 = 2 × 10 y 4000 = 2² × 10³

19. Cálculo mental.

a) 2³ = 8; -2³ = -8; (-1)¹²⁵ = -1;

4⁰ = 1; 5² = 25

b) 3³ = 27; 3⁴ = 81; (-3)² = 9;

0⁵ = 0; (-1)⁰ = 1; 5³ = 125

c) $(-3)^3 = -27$; $1996^0 = 1$; $1^{1996} = 1$;
 $(-1)^{1997} = -1$; $-3^4 = -81$
d) $0^{46} = 0$; $114^0 = 1$; $(-5,24)^1 = -5,24$;
 $(-4)^3 = -64$; $\left(3 \times \frac{2}{3}\right)^5 = 2^5 = 32$

20. Sin hallar su valor, ¿cuál es el signo de los siguientes números?

$(-2,3)^{19} \rightarrow$ negativo $-8^4 \rightarrow$ negativo
 $-2,3^{19} \rightarrow$ negativo $(-5,4)^8 \rightarrow$ positivo
 $-(-5)^3 \rightarrow$ positivo

21. Completa con = o $\neq$

a) $5^2 = 25$; $0^4 = 0$; $3^2 \neq 6$
b) $(-2)^4 = 2^4$; $(-3)^3 = -3^3$; $7^0 = 1$
c) $4^2 = 2^4$; $6^2 \neq 2^6$; $5^6 = 25^3$
d) $10^3 \neq 30$; $8^2 = 2^6$; $-6^2 \neq 36$

22. Completa con <, > o =

a) $1^7 < 7^1$; $5^2 < 2^5$
b) $8^2 = 2^6$; $(2+2)^2 > 2^2 + 2^2$
c) $(3+5)^2 > 3^2 + 5^2$; $(5+16)^1 = 5^1 + 16^1$
d) $9^2 = 3^4$; $(-2)^6 > 6^2$

23. Completa la tabla:

a	2	-3	0,5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
a^2	4	9	0,25	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
a^3	8	-27	0,125	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$
a^4	16	81	0,0625	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

24. Completa la tabla (usa tu calculadora).

x	3	15	-3	2,5	1,2	-4,8
y	6	5	10	3	7	5
x^y	729	759375	59049	15,625	3,5831808	-2548,03968

25. ¿Cuántas ostras hay en 12 cajones que contienen cada uno 12 cajas, si cada caja contiene 12 docenas de ostras?

$12 \times 12 \times 12 = 12^3 = 1728$

26. Completa la tabla para el valor de x indicado:

	2^x	x^2	-2^x	$(-2)^x$
$x = 0$	1	0	-1	1
$x = 1$	2	1	-2	-2
$x = 2$	4	4	-4	4
$x = 3$	8	9	-8	-8

27. Mismo ejercicio:

	4^x	x^4	$(-x)^4$	$(-4)^x$
$x = 0$	1	0	0	1
$x = 1$	4	1	1	-4
$x = 2$	16	16	16	16
$x = 3$	64	81	81	-64

28. Calcula:

$A = (-3)^2 + 2^3 + (-5)^3 = 9 + 8 - 125 = -108$
 $B = -2^3 - (-2)^4 - (-2)^5 = -8 - 16 + 32 = 8$
 $C = 5^3 - 4^3 - 3^3 - 2^3 = 125 - 64 - 27 - 8 = 26$
 $D = 6^2 - 2^5 + (-3)^3 - 1^{143} = 36 - 32 - 27 - 1 = -24$
 $E = 1^{20} \times 17^0 \times (-5)^2 \times 2^2 = 1 \times 1 \times 25 \times 4 = 100$
 $F = (-40)^0 \times 2^3 \times 5^3 \times 6 = 1 \times 8 \times 125 \times 6 = 6000$
 $G = 35^{42} \times 0^{15} = 35^{42} \times 0 = 0$
 $H = (-5)^2 \times (-1)^{25} \times (-6)^0 = 25 \times (-1) \times 1 = -25$

29. ¿Cuáles de las siguientes expresiones se pueden escribir como una potencia? Escríbela cuando sea posible.

a) $4 + 4 + 4 = 12 \rightarrow$ no se puede
b) $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$
c) $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
d) $4 + 4 + 4 + 4 + 3 + 3 = 25 = 5^2$
e) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 = 6^2$

33. Indica el valor de a en las siguientes igualdades:

- a) $50 \times 10^a = 5000 = 50 \times 10^2 \Rightarrow a = 2$;
 $5,4 \times 10^a = 540\,000 = 5,4 \times 10^5 \Rightarrow a = 5$
 b) $325 \times 10^a = 325 = 325 \times 10^0 \Rightarrow a = 0$;
 $3 \times 10^a = 30\,000\,000 = 3 \times 10^7 \Rightarrow a = 7$
 c) $0,2 \times 10^a = 2 = 0,2 \times 10^1 \Rightarrow a = 1$;
 $0,056 \times 10^a = 560\,000 = 0,056 \times 10^7 \Rightarrow a = 7$

34. Calcula $12,5 \times 8$, luego $12,54 \times 84$.

$$12,5 \times 8 = 100 \text{ luego } (12,5 \times 8)^4 = 100^4 = (10^2)^4 = 10^8$$

35. Calcula $6,25 \times 1,6$, luego $6,25^5 \times 1,6^5$.

$$6,25 \times 1,6 = 10 \text{ luego } (6,25 \times 1,6)^5 = 10^5$$

36. Haz la descomposición polinómica de los siguientes números:

$$\begin{aligned} 3\,450 &= 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 \\ 12\,403 &= 1 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 \\ 62 &= 6 \times 10 + 2 \times 10^0 \\ 32\,542 &= 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10 + 2 \times 10^0 \\ 2\,345\,067 &= 2 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + \\ &\quad + 6 \times 10 + 7 \times 10^0 \\ 100\,641 &= 1 \times 10^5 + 6 \times 10^2 + 4 \times 10 + 1 \times 10^0 \\ 2\,001 &= 2 \times 10^3 + 1 \times 10^0 \\ 34\,782\,016 &= 3 \times 10^7 + 4 \times 10^6 + 7 \times 10^5 + 8 \times 10^4 + \\ &\quad + 2 \times 10^3 + 1 \times 10 + 6 \times 10^0 \end{aligned}$$

37. Escribe los números:

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0 = \\ &= 32591 \\ B &= 6 \times 10^7 + 5 \times 10^5 + 8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 2 \times 10^0 = \\ &= 60\,586\,002 \\ C &= 8 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = \\ &= 8\,300\,759 \\ D &= 3 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 7 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 35\,079 \end{aligned}$$

38. Datos.

- La distancia media de la Tierra al Sol es de 150 millones de kilómetros.
- La distancia de la Tierra a la Luna es 385 000 km.
- La estrella Sirio está situada a 80 000 000 000 km de la Tierra.

Escribe estos datos en notación científica.

$$\begin{aligned} \text{Distancia de la Tierra al Sol: } &1,5 \times 10^8 \text{ km.} \\ \text{Distancia de la Tierra a la Luna: } &3,85 \times 10^5 \text{ km} \\ \text{Distancia de la Tierra a Sirio: } &8 \times 10^{13} \text{ km} \end{aligned}$$

39. La ballena, el colibrí, la Tierra y el Sol.

- a) Sabiendo que el peso de un colibrí es 2 g y el de una ballena azul $1,5 \times 10^5$ kg. ¿cuántos colibríes serán necesarios para que su peso sea igual al de una ballena azul?
- a) $1,5 \times 10^5 \text{ kg} = 1,5 \times 10^8 \text{ g}$.
 $1,5 \times 10^8 : 2 = 7,5 \times 10^7$. Hacen falta 75 millones de colibríes.

b) La masa de la Tierra es 6×10^{24} kg y la del Sol es 2×10^{30} kg. Compara, según tu criterio, ambas cantidades.

b) $2 \times 10^{30} : 6 \times 10^{24} = 3,33 \times 10^5$. El Sol es 333333 veces mayor que la Tierra.

40. La unidad astronómica (u. a.) es la distancia media de la Tierra al Sol, y son 150 millones de kilómetros.

a) Copia y completa:

$$\begin{aligned} 1 \text{ u.a.} &= 1500 \times 10^5 \text{ km;} \\ 1 \text{ u.a.} &= 150 \times 10^6 \text{ km;} \\ 1 \text{ u.a.} &= 15 \times 10^7 \text{ km;} \\ 1 \text{ u.a.} &= 1,5 \times 10^8 \text{ km;} \\ 1 \text{ u.a.} &= 0,15 \times 10^9 \text{ km;} \end{aligned}$$

b) De todas las expresiones anteriores, ¿cuál es la que está escrita en notación científica?

$$\text{La penúltima: } 1 \text{ u.a.} = 1,5 \times 10^8 \text{ km.}$$

41. Escribe los siguientes números en notación científica:

$$\begin{aligned} a &= 645000 = 6,45 \times 10^5 \\ b &= 43 = 4,3 \times 10 \\ c &= 1020000 = 1,02 \times 10^6 \\ d &= 845 \times 10^6 = 8,45 \times 10^8 \\ e &= 12000000 = 1,2 \times 10^7 \\ f &= 4500 \times 2000 = 9 \times 10^6 \\ g &= 35,6 \times 10^5 = 3,56 \times 10^6 \\ h &= 10000000 = 1 \times 10^7 \end{aligned}$$

42. Efectúa las operaciones expresando el resultado como una sola potencia:

$$\begin{aligned} \text{a) } 4^2 \times 4^3 &= 4^5 = (2^2)^5 = 2^{10} \\ \text{b) } 2^2 \times 2^3 \times 2 \times 2^5 &= 2^{11} \\ \text{c) } 7^4 \times 7 \times 7^5 &= 7^{10} \\ \text{d) } 3^3 \times 3^2 \times 3^5 &= 3^{10} \\ \text{e) } 5^2 \times 5^3 \times 5 \times 5^4 &= 5^{10} \\ \text{f) } \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \left(\frac{2}{3}\right)^6 \\ \text{g) } (-2)^3 \times (-2)^4 \times (-2) \times (-2)^2 &= (-2)^{10} \end{aligned}$$

43. Completa:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^7 \times x^2 &= x^9; \quad x^6 \times x^6 = x^{12}; \quad x \times x^9 = x^{10} \\ \text{b) } x^3 \times x^5 &= x^8; \quad x^a \times x^3 = x^{(a+3)}; \quad x^2 \times x^a = x^{(2+a)} \\ \text{c) } x^{11} \times x &= x^{12}; \quad x^4 \times x^2 = x^6; \quad x^5 \times x^0 = x^5 \\ \text{d) } x^5 \times x^2 &= x^7; \quad x^4 \times x^2 = x^6; \quad x^6 \times (x^2)^3 = x^{12} \end{aligned}$$

44. Calcula “rápidamente” los números siguientes:

$$\begin{aligned} A &= 5^3 \times 7 \times 2^3 = 7 \times (5 \times 2)^3 = 7000; \\ B &= 9 \times (0,5)^6 \times 2^6 = 9 \times 1^6 = 9; \\ C &= 25^3 \times 3 \times 4^3 = 3 \times (25 \times 4)^3 = 3 \times 10^6 = \\ &= 3000000; \\ D &= 3^3 \times 50^2 \times 2^2 = 27 \times (50 \times 2)^2 = 27 \times 10^4 = \\ &= 270000 \end{aligned}$$

► Pág. 90. Ejercicios

LAS POTENCIAS Y LA RAÍZ CUADRADA

41. Efectúa las operaciones siguientes expresando el resultado como una sola potencia:

$$a) \frac{3^5}{3^2} = 3^3 \quad b) \frac{3^6}{3^4} = 3^2 \quad c) \frac{2^5}{2^3} = 2^2$$

$$d) \frac{5^3}{5} = 5^2 \quad e) \frac{2^3 \times 2^4}{2^2} = \frac{2^7}{2^2} = 2^5$$

$$f) \frac{(2^2)^3 \times 2}{2^4} = \frac{2^6 \times 2}{2^4} = \frac{2^7}{2^4} = 2^3$$

$$g) \frac{7 \times 7^4}{7^3} = \frac{7^5}{7^3} = 7^2$$

$$h) \frac{4^2 \times 4^4}{4^6} = \frac{4^6}{4^6} = 4^0 = 1$$

42. Completa:

$$a) 2^3 \times 2^4 = 2^7 \quad b) 3^2 \times 3^5 = 3^7 \quad c) 5^3 \times 5^2 = 5^5$$

$$d) 7^2 \times 7^3 = 7^5 \quad e) 10^4 \times 10^1 = 10^5 \quad f) 2^5 \times 2^2 = 2^7$$

$$g) 4^2 \times 4^3 = 4^5 \quad h) 6^3 \times 6^4 = 6^7$$

43. Efectúa las operaciones siguientes:

$$a) (2^3)^2 = 2^6 \quad b) (3^2)^3 = 3^6 \quad c) (5^2)^2 = 5^4$$

$$d) \left((3^2)^2 \right)^2 = 3^8$$

44. Efectúa las operaciones siguientes expresando el resultado como una sola potencia:

$$a) (2^3)^2 \times 2^4 = 2^6 \times 2^4 = 2^{10} \quad b) (3^2)^3 \times 3^5 = 3^6 \times 3^5 = 3^{11}$$

$$c) (5^2)^2 \times 5^3 = 5^4 \times 5^3 = 5^7 \quad d) (7^3)^2 \times 7^4 = 7^6 \times 7^4 = 7^{10}$$

45. Efectúa las operaciones siguientes expresando el resultado como una sola potencia:

$$a) 2^3 \times 2^4 = 2^7 \quad b) 3^2 \times 3^5 = 3^7 \quad c) 5^3 \times 5^2 = 5^5$$

$$d) 7^2 \times 7^3 = 7^5 \quad e) 10^4 \times 10^1 = 10^5 \quad f) 2^5 \times 2^2 = 2^7$$

$$g) 4^2 \times 4^3 = 4^5 \quad h) 6^3 \times 6^4 = 6^7$$

46. Completa:

$$a) x^{12} : x^9 = x^3 \quad b) x^{13} : x^5 = x^8 \quad c) x^a : x^3 = x^{a-3}$$

$$d) x^2 \times x = x^3 \quad e) x^0 \times x^3 = x^3 \quad f) x^5 \times x = x^6$$

$$g) (x^3)^2 \times x = x^7 \quad h) x^4 \times x^2 = (x^3)^2$$

47. Efectúa las operaciones siguientes:

$$a) (2^2)^3 = 2^6 \quad b) (3^2)^3 = 3^6$$

$$c) (5^2)^2 = 5^4 \quad d) \left((3^2)^2 \right)^2 = 3^8$$

48. Completa:

$$a) (a^2)^3 = a^6 \quad b) (a^3)^4 = a^{12}$$

$$c) (a^5)^2 = a^{10} \quad d) (a^4)^3 = a^5 \times a^7$$

$$e) (a^2 b^3)^2 = a^4 b^6 \quad f) (a^2 b^3 c^5)^4 = a^8 b^{12} c^{20}$$

$$g) (a^1 b^4)^3 = a^3 b^{12} \quad h) (a^3 b^2 c^4)^2 = a^6 b^4 c^8$$

49. Calcular:

$$a) 4 + 3 \times 2^3 = 4 + 3 \times 8 = 4 + 24 = 28$$

SOLUCIONARIO

45. Efectúa las operaciones siguientes expresando el resultado como una sola potencia:

$$a) \frac{3^5}{3^2} = 3^3 \quad b) \frac{3^6}{3^4} = 3^2 \quad c) \frac{2^5}{2^3} = 2^2$$

$$d) \frac{5^3}{5} = 5^2 \quad e) \frac{2^3 \times 2^4}{2^2} = \frac{2^7}{2^2} = 2^5$$

$$f) \frac{(2^2)^3 \times 2}{2^4} = \frac{2^6 \times 2}{2^4} = \frac{2^7}{2^4} = 2^3$$

$$g) \frac{7 \times 7^4}{7^3} = \frac{7^5}{7^3} = 7^2$$

$$h) \frac{4^2 \times 4^4}{4^6} = \frac{4^6}{4^6} = 4^0 = 1$$

46. Completa:

$$a) x^{12} : x^9 = x^3 \quad b) x^{13} : x^5 = x^8 \quad c) x^a : x^3 = x^{a-3}$$

$$d) x^2 \times x = x^3 \quad e) x^0 \times x^3 = x^3 \quad f) x^5 \times x = x^6$$

$$g) (x^3)^2 \times x = x^7 \quad h) x^4 \times x^2 = (x^3)^2$$

47. Efectúa las operaciones siguientes:

$$a) (2^2)^3 = 2^6 \quad b) (3^2)^3 = 3^6$$

$$c) (5^2)^2 = 5^4 \quad d) \left((3^2)^2 \right)^2 = 3^8$$

48. Completa:

$$a) (a^2)^3 = a^6 \quad b) (a^3)^4 = a^{12}$$

$$c) (a^5)^2 = a^{10} \quad d) (a^4)^3 = a^5 \times a^7$$

$$e) (a^2 b^3)^2 = a^4 b^6 \quad f) (a^2 b^3 c^5)^4 = a^8 b^{12} c^{20}$$

$$g) (a^1 b^4)^3 = a^3 b^{12} \quad h) (a^3 b^2 c^4)^2 = a^6 b^4 c^8$$

49. Calcular:

$$a) 4 + 3 \times 2^3 = 4 + 3 \times 8 = 4 + 24 = 28$$

- b) $(4 + 3) \times 2^3 = 7 \times 8 = 56$
 c) $2 \times 5^2 - 4^2 = 2 \times 25 - 16 = 50 - 16 = 34$
 d) $2 \times (5 - 4)^2 = 2 \times 1^2 = 2$
 e) $6 \times 2^3 - 5 \times 8 = 6 \times 8 - 5 \times 8 = 48 - 40 = 8$
 f) $6 \times (2^3 - 5 \times 8) = 6 \times (8 - 40) = 6 \times (-32) = -192$
 g) $4 \times (3^2 - 5) \times 5 = 4 \times 4 \times 5 = 80$
 h) $(4 \times 3^2 - 5) \times 5 = (36 - 5) \times 5 = 31 \times 5 = 155$

50. Realiza las siguientes operaciones y da el resultado más simple posible:

- a) $\frac{4^2 \times 4^4}{4^3} = \frac{4^6}{4^3} = 4^3$ $\frac{2^6 \times 2^5 \times 2}{2^7 \times 2^3} = \frac{2^{12}}{2^{10}} = 2^2$
 b) $\frac{3,6^2 \times 3,6^5}{3,6 \times 3,6 \times 3,6^4} = \frac{3,6^7}{3,6^6} = 3,6$
 $\frac{2,5 \times 2,5^2 \times 2,5^3}{2,5^4} = \frac{2,5^6}{2,5^4} = 2,5^2$
 c) $\frac{(-2)^7 \times (-2)^3 \times (-2)}{(-2)^6 \times (-2)^5} = \frac{(-2)^{11}}{(-2)^{11}} = (-2)^0 = 1$
 $\frac{8^6 \times 8^0 \times 8^3}{(8^2)^4} = \frac{8^9}{8^8} = 8$

51. Expresa como una sola potencia:

- a) $(2 \times 6)^3 = 12^3$; $(5 \times 3)^4 = 15^4$;
 $(3 \times 2 \times 7)^2 = 42^2$; $(7^2 \times 7)^5 = 7^{15}$
 b) $3^3 \times 5^3 = (3 \times 5)^3 = 15^3$; $2^4 \times 3^4 = (2 \times 3)^4 = 6^4$;
 $2^2 \times 5^2 \times 10^2 = (2 \times 5)^2 \times 10^2 = 10^2 \times 10^2 = 10^4$;
 $b^5 \times c^5 \times 2^5 = (2 \times b \times c)^5$

52. Completa los cuadrados en blanco:

- a) $(5 \times 2)^4 = 10^4$; $(3 \times 7)^3 = 21^3$;
 b) $(6 \times 6^3)^3 = 6^{12}$; $(2,5 \times 4)^3 = 10^3$

53. ¿Es cierto que $1 + 3 + 32 + 33 + 34$ es el cuadrado de un número entero? ¿De cuál?

Sí, es el cuadrado de un número entero. Del 11.

54. Completa:

- a) $2^2 = 4$; $\sqrt{2^2} = 2$
 b) $3^2 = 9$; $\sqrt{3^2} = 3$
 c) $11^2 = 121$; $\sqrt{11^2} = 11$
 d) $(3,2)^2 = 10,24$; $\sqrt{10,24} = 3,2$

55. Halla la raíz cuadrada “a mano” de los números:

- a) $\sqrt{2116} = 46$ b) $\sqrt{8464} = 92$
 c) $\sqrt{24964} = 158$ d) $\sqrt{145924} = 382$
 e) $\sqrt{408321} = 639$ f) $\sqrt{831744} = 912$
 g) $\sqrt{95481} = 309$ h) $\sqrt{36100} = 190$
 i) $\sqrt{1018081} = 1009$

56. Se quieren colocar 400 sillas en un teatro, si el recinto es cuadrado, ¿cuántas sillas pondremos por fila?

- a) ¿Cuántas filas habrá?
 b) ¿Cuántas sillas necesitaríamos más si pusie-

ramos una silla más por fila y una fila más?

Pondremos $\sqrt{400} = 20$ sillas por fila

- a) Habrá 20 filas.
 b) Se necesitarían $21^2 = 441$, sillas, es decir 41 sillas más.

57. ¿Por qué con 412 baldosas no puede formarse un cuadrado de 21 baldosas de lado?, ¿cuántas faltarían?

Porque 412 no tiene raíz cuadrada exacta, faltaría 19 baldosas para que nos diera un total de 441 ya que $\sqrt{441} = 21$.

58. ¿Cuál es el menor número que hay que añadir a 200 para obtener un cuadrado perfecto?

Hay que añadir 25, para que nos de 225 que es el cuadrado perfecto de 15.

59. En la expresión $(4 + x)^2 = a$, encuentra el valor de x cuando $a = 36$, cuando $a = 100$ y cuando $a = 0$. ¿Hay algún valor de x si $a = -25$?

$$(4 + x)^2 = a$$

$$\text{Si } a = 36$$

$$(4 + x)^2 = 36 \Rightarrow 4 + x = \pm 6 \Rightarrow x = 2 \text{ y } x = -10$$

$$\text{Si } a = 100$$

$$(4 + x)^2 = 100 \Rightarrow 4 + x = \pm 10 \Rightarrow x = 6 \text{ y } x = -14$$

$$\text{Si } a = 0$$

$$(4 + x)^2 = 0 \Rightarrow 4 + x = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$\text{Si } a = -25$$

$(4 + x)^2 = -25$ y es imposible que una potencia cuadrada nos de un número negativo.

60. Encuentra en cada caso los números x tales que:

$$\text{a) } 5x^2 = 45 \Rightarrow x = 3 \text{ y } x = -3$$

$$\text{b) } x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ y } x = -3$$

$$\text{c) } 6(x^2 - 23) = 12 \Rightarrow x^2 - 23 = 2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$\text{d) } 6(x^2 - 12) = -18 \Rightarrow x^2 - 12 = -3 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

61. La pirámide de Keops tiene un volumen estimado de 2500000 m^3 y el embalse del Tranco de Beas $5 \times 10^8 \text{ m}^3$. ¿Sabrías compararlos?

$$2500000 = 25 \times 10^5 = 2,5 \times 10^6 = 0,25 \times 10^7 = 0,025 \times 10^8 \text{ m}^3$$

Tendrá mayor volumen el embalse del Tranco de Beas con $5 \times 10^8 \text{ m}^3$

62. Completa la tabla siguiente en la que aparecen datos relativos a un cuadrado (usa tu calculadora).

Lado (en cm)	Perímetro (en cm)	área (en cm^2)
5	20	25
7	28	49
11	44	121
26	104	676
45	180	2025

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Identificar series proporcionales.
- Obtener e interpretar coeficientes de proporcionalidad de dos series proporcionales.
- Reconocer las propiedades de las series proporcionales.
- Identificar y resolver situaciones proporcionales de la vida ordinaria.
- Formular y resolver problemas relacionados con la proporcionalidad: porcentajes, cálculo de un cuarto proporcional, etc.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Comprender el significado de la razón entre dos números.
- Saber cuando la igualdad de razones es una proporción.
- Determinar un elemento de una proporción, conocidos los tres restantes.
- Reconocer cuando dos magnitudes son directamente proporcionales.
- Aplicar las propiedades de las series proporcionales.
- Saber plantear una regla de tres.
- Realizar un reparto directamente proporcional.
- Calcular el porcentaje de una cantidad.
- Leer y entender un enunciado para aplicar correctamente el método que nos permita resolverlo.
- Ser críticos en el resultado obtenido.
- Escribir correctamente la solución del problema.

CONTENIDOS

- **Conceptos** ("saber")
 - Identificación de series proporcionales.
 - Coeficiente de proporcionalidad.
 - Expresión algebraica de una proporcionalidad.
 - Cálculo de un cuarto y de un tercero proporcional.
 - Porcentajes.
 - Repartos proporcionales.
- **Procedimientos** ("Saber hacer")
 - Presentación de situaciones claras de proporcionalidad.
 - Elaboración de series proporcionales.
 - Obtención del coeficiente de proporcionalidad e interpretación de dicho coeficiente.
 - Aplicación de porcentajes como caso particular de una proporcionalidad.
 - Formulación y resolución de problemas de repartos proporcionales.
 - Utilización de la calculadora para la obtención de resultados numéricos, decidiendo sobre la conveniencia de su uso en función de la complejidad de los cálculos.
 - Utilización de diferentes procedimientos (factor de conversión, regla de tres, gráficos, tantos por algo...) para efectuar cálculos de proporcionalidad.
 - Identificación en la vida cotidiana del uso de la proporcionalidad entre diferentes tipos de magnitudes y de la terminología de algunas de ellas.
- **Actitudes** ("Saber ser")
 - Reconocimiento y valoración de una proporcionalidad como método para resolver problemas.
 - Curiosidad por identificar comportamientos proporcionales extraídos del entorno del alumno.
 - Valoración crítica y en su justo término de los resultados que se pueden extraer de una situación de proporcionalidad y comprensión, por tanto, de la no generalización de los mismos a situaciones no proporcionales.
 - Gusto por la representación clara y ordenada del proceso seguido y de los resultados obtenidos.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
LENGUAJE MATEMÁTICO	◦ Descriptor		
	1. Comprender el significado de la razón entre dos números. 2. Expresar una proporción. 3. Reconocer las magnitudes directamente proporcionales.		
	◦ Desempeño		
	1. Determina la razón entre dos números.	- Encuentra la razón entre dos números. - Busca parejas de números que tengan la misma razón. - Completa series con magnitudes proporcionales	- Ejercicio 1 (pág. 112)
	2. Entiende que una proporción es una igualdad de números con una misma razón.	- Determina cuando una igualdad de fracciones es una proporción. - Calcula un cuarto proporcional. - Verifica las propiedades de las series proporcionales	- Ejercicio 4 (pág. 115) - Ejercicio 3 (pág. 114)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	3. Reconoce cuando dos magnitudes son directamente proporcionales.	- Calcula tablas de proporcionalidad directa.	
	◦ Descriptor		
	1. Plantear un regla de tres. 2. Realizar repartos directamente proporcionales. 3. Calcular porcentajes.		
	◦ Desempeño		
	1. Entiende el esquema para resolver una regla de tres.	- Plantea correctamente una regla de tres directa.	- Ejemplo 4 (pág. 115)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	2. Aplica los conocimientos de proporcionalidad en un reparto.	- Efectúa un reparto directamente proporcional.	- Ejemplo 5 (pág. 116)
	3. Determina como calcular un tanto por ciento.	- Calcula un tanto por ciento, deduciéndolo de una proporcionalidad directa. - Comprueba la simplicidad de los cálculos sistematizándolos.	- Ejemplo 6, 7 y 8 (pág. 117)
	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Leer con detenimiento y determinar la pregunta que se nos plantea en el problema.	- Ejercicios 5, 6, 7 y 8 (pág. 116)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Valora correctamente si estamos ante una proporción, regla de tres, un reparto o un porcentaje.	- Ejercicios 19, 33, 34, 36, 39, 48. (pág. 121 y 122)
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA			
COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber que quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 6
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Diferencia los datos de las incógnitas. - Reconoce la tipología del ejercicio.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer situaciones de proporcionalidad en nuestro entorno habitual.		
	◦ Desempeño		
	1. Resuelve problemas con datos relacionados con su entorno.	- Obtiene información y da soluciones a problemas con los que se puede encontrar en su día a día.	- En los problemas de enunciados

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN...	◦ Descriptor		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Obtiene cambio de monedas de divisas. - Relaciona las velocidades con tiempos. - Calcula un descuento aplicado sobre un artículo. - Calcula premios y repartos bajo condiciones determinadas.	- Problemas del tema 6 (pág. 120, 121 y 122)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura.	- A lo largo del tema
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación.	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y...	◦ Descriptores		
	1. Conocer situaciones resueltas con proporciones. 2. Aplicar sobre un plano, una escala.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones de proporcionalidad.	- Sobre un mapa y aplicando la escala es capaz de calcular distancias.	- Hoja de inicio de tema 6

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir una opción. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos		
	◦ Desempeño		
	1. Proponer metas accesibles.	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analizar los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexionar si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 110 - 111. La proporcionalidad directa

TEMA 6

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Diariamente nos encontramos con situaciones que presentan proporcionalidad directa: la velocidad de un vehículo y el espacio recorrido son magnitudes directamente proporcionales (a doble velocidad, doble espacio recorrido, por ejemplo); el espacio recorrido y su consumo de combustible (cuando el vehículo va a velocidad constante).



Aunque la información dada en términos de porcentajes tiene cada vez una presencia más habitual, es en el tiempo de rebajas cuando tradicionalmente prende la práctica totalidad de los escaparates comerciales.





SOLUCIONARIO

En cada caso señala la o las respuestas correctas:

¿Cuáles son los números iguales a $\frac{38}{80}$?

No hay ninguno.

¿En qué expresiones puedes reemplazar los puntos por el signo =?

B, D y E

¿Cuál es el número a tal que $0,5 \times a = 6$?

B

¿Cuál es el número b tal que $6 \times b = 12 \times 4$?

A y C

¿Cuánto vale el 25% de 84?

A, B, C, D y E.

DE 6º A 1º

UNA TABLA 5 × 5

En cada caso señala la o las respuestas correctas:

	A	B	C	D	E
¿Cuántos son los números iguales a $\frac{25}{100}$?	20	50	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	0,2
¿En qué momento puedes encontrar los puntos por el signo +?	$\frac{3}{5} - \frac{8}{10}$	$\frac{12}{20} - \frac{11}{20}$	$\frac{2}{3} - \frac{30}{30}$	$\frac{3}{11} - \frac{10}{22}$	$\frac{7}{2} - \frac{37}{4}$
¿Cuál es el número a tal que $0,2 \cdot x = 4$?	$0,2 \cdot 8$	$8 \cdot 0,2$	8	2	$\frac{5}{0,4}$
¿Cuál es el número a tal que $8 \cdot 8 = 12 \cdot x$?	8	$\frac{6}{12 \cdot 8}$	$\frac{12 \cdot 8}{5}$	$8 \cdot 6$	24
¿Cuál es el valor de 25% de 84?	$84 \cdot 0,25$	$\frac{84 \cdot 25}{100}$	$\frac{84 \cdot 20}{100}$	21	$0,84 \cdot 25$

ESCALAS

Las distancias sobre un mapa son **proporcionales** a las distancias reales.

La escala de un mapa es el cociente **(distancia sobre el plano) : (distancia real)** (tanto en la misma unidad).

En un mapa a escala 1 : 30 000 las distancias sobre el mapa son 30 000 veces más pequeñas que las reales o también las distancias reales son 30 000 veces más grandes que las distancias sobre el mapa.

Contesta a las siguientes preguntas:

- Si en un mapa a escala 1 : 10 000 la distancia entre dos puntos es de 8 cm, entonces la distancia real es _____ cm = _____ m = _____ km.
- La distancia real entre dos puntos es de 3,5 km, ¿cuál será la distancia en un mapa a escala 1 : 10 000?
- ¿Cuál será la escala de un mapa en la que dos puntos situados en la realidad a 25 km están en el mapa a una distancia de 10 cm?



Contesta a las siguientes preguntas:

- Si en un mapa a escala 1 : 50 000 la distancia entre dos puntos es de 8 cm, entonces la distancia real es 400 000 cm = 4 000 m = 4 km.
- La distancia real entre dos puntos es de 3,5 km, ¿cuál será la distancia en un mapa a escala 1 : 10 000?
0,35 m = 35 cm
- ¿Cuál será la escala de un mapa en la que dos puntos situados en la realidad a 25 km están en el mapa a una distancia de 10 cm?
1 : 250 000

► Pág. 112. 1 Razón y proporción

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1 Razón y proporción

La razón entre dos números a y b es la cociente $\frac{a}{b}$.

La razón entre los números 16 y 8 es 2, pues $\frac{16}{8} = 2$. La razón entre los números 8 y 16 es $\frac{1}{2}$, pues $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

Los números a, b, c y d forman una proporción si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a se llama a y b son a y b y c y d .

Los números 12, 4, 15 y 5, escritos en este orden, en diez que forman una proporción, pues $\frac{12}{4} = \frac{15}{5} = 3$.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a \cdot d = b \cdot c$

Los números 3, 9, 8 y 24 forman una proporción pues $\frac{3}{9} = \frac{8}{24}$ y además, se verifica que $3 \cdot 24 = 8 \cdot 9 = 72$.

Los términos a y d se llaman **extremos** de la proporción, los términos b y c se llaman **medios**.

En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

EJEMPLO

Si los números 2, 5, x y 20 forman una proporción, ¿cuál es el número x ?
Como estos cuatro números forman una proporción tienen que cumplir:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{20} \rightarrow 2 \cdot 20 = 5 \cdot x \text{ de donde } x = \frac{2 \cdot 20}{5} = 8$$

EXERCICIO

1. Escribe todas las proporciones que puedas con los números 6, 9, 14 y 21.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del vocabulario específico.
Consolidar el concepto de igualdad de productos en cruz como verificación de una proporción.
Cambiar el orden de los elementos de una proporción para evidenciar diferentes situaciones.
Sugerir aportaciones de los alumnos que sirvan como ejemplos o como contraejemplos
(Comunicación lingüística)

SOLUCIONARIO

1. Escribe todas las proporciones que puedas con los números 6, 9, 14 y 21.

$$\frac{6}{9} = \frac{14}{21}; \frac{9}{6} = \frac{21}{14}; \frac{14}{6} = \frac{21}{9}; \frac{6}{14} = \frac{9}{21}$$

► Pág. 113. 2 Magnitudes directamente proporcionales

TEMA 6

2 Magnitudes directamente proporcionales

Las magnitudes son directamente proporcionales cuando cada una de ellas se obtiene multiplicando el valor correspondiente de la otra por un mismo número no nulo. Este número se llama **coeficiente de proporcionalidad**.

En general, una tabla como la siguiente:

Magnitud X	x_1	x_2	x_3
Magnitud Y	y_1	y_2	y_3

es una **tabla de proporcionalidad directa** cuando existe un número k tal que: $y_1 = k \cdot x_1$; $y_2 = k \cdot x_2$; $y_3 = k \cdot x_3$.

Si las magnitudes X e Y son directamente proporcionales se verifica que: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}$.

RECORDA QUE...
Magnitud es todo aquello que puede ser medido y, por tanto, expresado mediante números.

RECORDA QUE...
El número k es el **coeficiente de proporcionalidad**.

EJEMPLO

Si un billete de lavaca cuesta 1,20 €, la siguiente tabla te permite conocer el importe a pagar según el número de billetes que compres.

Nº billetes (x)	1	5	10	25	30
Cantidad a pagar (y)	1,20	6	12	30	36

Cada cantidad de la segunda fila se obtiene multiplicando la correspondiente de la primera por 1,20. Se dice que 1,20 es el **coeficiente de proporcionalidad** para obtener el precio del número de billetes comprados.

Las magnitudes número de billetes y cantidad a pagar son directamente proporcionales.

Observa que $\frac{1}{1,20} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \dots$ y entre estas magnitudes existe la relación $y = 1,20x$.

EJERCICIO

Completa la siguiente tabla de proporcionalidad directa y determina la constante de proporcionalidad.

x	1	3	5	7
y	5	15	25	35

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Los ejercicios finales del 16 al 21 pueden ser útiles para consolidar este concepto.

El alumno suele encontrar dificultad para verbalizar situaciones proporcionales.

Es importante identificar correctamente las magnitudes utilizadas.

El alumno debe encontrar la existencia de un “multiplicador”. Ejemplo 2

2. Completa las siguientes tablas de proporcionalidad directa y determina la constante de proporcionalidad.

x	1	3	5	7
y	5	15	25	35

Constante de proporcionalidad: 5

x	4	6	2	10
y	2	3	1	5

Constante de proporcionalidad: $\frac{1}{2}$

x	4	10	8	12
y	6	15	12	18

Constante de proporcionalidad: $\frac{3}{2}$

► Pág. 114. 3 Propiedades de las series proporcionales

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

3 Propiedades de las series proporcionales

Observa las series proporcionales que tienen a continuación y las operaciones que se indican:

Entonces los elementos de las series directamente proporcionales se verifican:

5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240

Donde x y y son directamente proporcionales cuando al aumentar uno el doble, el triple, ... etc., la otra aumenta también el doble, el triple, ... etc.

EJERCICIO

1 Completa las siguientes tablas de proporcionalidad utilizando exclusivamente las propiedades anteriores:

a)	2	5	7	12	35	14	21
	7	17,5	24,5	42	122,5	49	73,5

b)	14	20	10	34	44	6	200
	5,6	8	4	13,6	17,6	2,4	80

c)	4	1	16	12	8	13	6
	6	1,5	24	18	12	19,5	9

d)	3	6	-6	-18	9	-2	-20
	-9	-18	18	54	-27	6	60

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Consolidar las propiedades que se incluyen con el ejemplo 3.

Es importante resaltar que, en general, es $\frac{a}{b} \neq \frac{a+k}{b+k}$

En ejemplo 3, valorar la conveniencia de determinar el coeficiente de proporcionalidad.

SOLUCIONARIO

3. Completa las siguientes tablas de proporcionalidad utilizando exclusivamente las propiedades anteriores:

a)

2	5	7	12	35	14	21
7	17,5	24,5	42	122,5	49	73,5

b)

14	20	10	34	44	6	200
5,6	8	4	13,6	17,6	2,4	80

c)

4	1	16	12	8	13	6
6	1,5	24	18	12	19,5	9

d)

3	6	-6	-18	9	-2	-20
-9	-18	18	54	-27	6	60

► Pág. 115. 4 Cuarto proporcional. Regla de tres directa

4 Cuarto proporcional. Regla de tres directa

Cada uno de los términos de una proporción se llama **cuarto proporcional**. Observa cómo obtener un cuarto proporcional.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
$x = \frac{b \cdot c}{a}$	$x = \frac{a \cdot d}{c}$	$x = \frac{a \cdot d}{c}$	$x = \frac{b \cdot c}{a}$

EJEMPLO

1 Observa cómo obtener el cuarto proporcional en las proporciones siguientes:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{4} &= \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 12}{3} = 16 & \text{b) } \frac{5}{3} &= \frac{-6}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot (-6)}{5} = -3,6 \\ \text{c) } \frac{8}{5} &= \frac{2}{10} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25 & \text{d) } \frac{7}{4} &= \frac{3}{6} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{7} = 1,7 \end{aligned}$$

En una proporción, el procedimiento para obtener un cuarto proporcional se conoce como **regla de tres**.

EJEMPLO

1 Si un coche que va a velocidad constante y tarda 4 horas en recorrer 420 kilómetros, calcular el tiempo que tardará en recorrer 280 kilómetros.

Puesto que las magnitudes espacio recorrido y tiempo son directamente proporcionales se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Si para hacer 420 km tarda 4 horas} &\Rightarrow \frac{420}{4} \\ \text{Para hacer 280 km tardará } x \text{ horas} &\Rightarrow \frac{280}{x} \end{aligned} \Rightarrow \text{se le proporción correspondiente es}$$

$$\frac{420}{280} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 280}{420} = 4 \text{ horas}$$

Por tanto, tardará 4 horas en recorrer 280 kilómetros.

EJERCICIOS

1 Demuestra el término que falta en cada una de las siguientes proporciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3,2}{15} &= \frac{8}{x} & \text{b) } \frac{5}{16} &= \frac{x}{2} & \text{c) } \frac{2}{8} &= \frac{8}{x} & \text{d) } \frac{8,8}{9} &= \frac{10}{x} \end{aligned}$$

115

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

El alumno suele adquirir fácilmente la mecánica de este concepto.

Para la aplicación a situaciones prácticas es fundamental la correcta ubicación de las magnitudes que se relacionan.

Concepto de proporción basado en la igualdad de fracciones.

4. Determina el término que falta en cada una de las siguientes proporciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3,2}{15} &= \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 8}{3,2} = \frac{120}{3,2} = 37,5 \\ \text{b) } \frac{-5}{16} &= \frac{x}{2} \rightarrow x = \frac{-5 \cdot 2}{16} = \frac{-10}{16} = \frac{-5}{8} = -0,625 \\ \text{c) } \frac{x}{9} &= \frac{8}{5} \rightarrow x = \frac{9 \cdot 8}{5} = \frac{72}{5} = 14,4 \\ \text{d) } \frac{6,8}{x} &= \frac{10}{5} \rightarrow x = \frac{6,8 \cdot 5}{10} = 3,4 \end{aligned}$$

► Pág. 116. 5 Repartos directamente proporcionales

SOLUCIONARIO

5. Receta para hacer tortitas para cuatro personas. Si vienen diez amigos a merendar, ¿qué cantidad de cada ingrediente tendré que poner?

Como la receta está pensada para cuatro personas, si vienen 10 habrá que multiplicar las cantidades por 2,5

$$\text{pues } \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Así pues:

harina:	$100 \times 2,5 = 250 \text{ g}$
huevo:	$1 \times 2,5 = 2,5 \text{ g}$
aceite:	$10 \times 2,5 = 25 \text{ g}$
azúcar:	$20 \times 2,5 = 50 \text{ g}$
leche:	$125 \times 2,5 = 312,5 \text{ cl}$
levadura en polvo:	$10 \times 2,5 = 25 \text{ g}$

6. Julia jugaba 3 € a la lotería y le ha correspondido un premio de 45 €. Su hermana María también jugaba el mismo número y le ha correspondido un premio de 67,5 €. ¿Cuánto jugaba María?

La proporción es:

juego gana

$$\left. \begin{array}{l} 3 \longrightarrow 45 \\ x \longrightarrow 67,5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 67,5}{45} = 4,5$$

María jugaba 4,5 euros.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La reducción a la unidad, en el texto es $\frac{N}{S}$, ayuda a formalizar este concepto.

SOLUCIONARIO

7. Hemos comprado 60 euros de lotería entre Pascual y yo. Yo he puesto 40 euros y Pascual 20 y nos ha tocado 240 euros de premio. ¿Qué cantidad de dinero nos corresponde a cada uno?

Como deberá cobrar más quien más puso, habrá que repartir 240 euros en partes directamente proporcionales a 40 y 20. Por tanto, como $40 + 20 = 60$ haremos

$$\text{Para mí: } \frac{240}{60} \times 40 = 160 \text{ €;}$$

$$\text{Para Pascual: } \frac{240}{60} \times 20 = 80 \text{ €}$$

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1 Receta para hacer tortitas para cuatro personas:

100 g de harina	20 g de azúcar
1 huevo	125 cl de leche
10 g de aceite	10 g de levadura en polvo

Si quieres hacer tortitas a merendar, ¿qué cantidad de cada ingrediente tendrás que poner?

2 Julia jugaba 3 € a la lotería y le ha correspondido un premio de 45 €. Su hermana María también jugaba el mismo número y le ha correspondido un premio de 67,5 €. ¿Cuánto jugaba María?

5 Repartos directamente proporcionales

EJEMPLO

1 En un edificio de viviendas se ha colocado una antena colectiva por un importe de 3000 € para dar servicio a tres escaleras A, B y C. Si en la escalera A viven 14 familias, en la B viven 20 y en la C viven 16, ¿cuánto corresponde pagar a cada escalera?

En la comunidad hay un total de $14 + 20 + 16 = 50$ familias. Si así hubiera más escaleras con 50 familias, cada una pagaría: $\frac{3000}{50} = 60$ euros.

Como el dinero a pagar por cada escalera es directamente proporcional al número de familias y cada familia debe pagar 60 euros, se tiene:

Escalera A: $14 \times 60 = 840$ €. Escalera B: $20 \times 60 = 1200$ €. Escalera C: $16 \times 60 = 960$ €.

En consecuencia, la suma de las tres cantidades da el total a pagar: $840 + 1200 + 960 = 3000$ €.

Para repartir una cantidad N en partes directamente proporcionales a otras cantidades A, B, C, ... debes primero calcular la suma $S = A + B + C + \dots$ y después obtener el reparto de la forma:

Para A: $\frac{N}{S} \cdot A$ Para B: $\frac{N}{S} \cdot B$ Para C: $\frac{N}{S} \cdot C$, etc.

EXERCICIOS

2 Hemos comprado los euros de lotería entre Pascual y yo. Yo he puesto 40 euros y Pascual 20 y nos ha tocado 240 euros de premio. ¿Qué cantidad de dinero nos corresponde a cada uno?

3 Un padre desea repartir 60 euros entre sus tres hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 10, 8 y 6 años. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

8. Un padre desea repartir 60 euros entre sus tres hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 10, 8 y 6 años. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Como $10 + 8 + 6 = 24$, haremos.

Para el de 10 años: $\frac{60}{24} \times 10 = 25$ €; para el de 8 años:

$$\frac{60}{24} \times 8 = 20 \text{ €; para el de 6 años: } \frac{60}{24} \times 6 = 15 \text{ €}$$

► Pág. 117. 6 Porcentajes

6 Porcentajes

Si una cantidad N lo expresamos dividido en 100 partes y de ellas tomamos x partes, se dice que has tomado el x por cien de N . Se escribe $x\%$.

$$x\% \text{ de una cantidad } N \text{ es } \frac{x \times N}{100}$$

$$\text{El } 20\% \text{ de } 350 \text{ es } \frac{20 \times 350}{100} = 70.$$

$$\text{El } 7,5\% \text{ de } 42 \text{ es } \frac{7,5 \times 42}{100} = 3,15.$$

En los ejemplos siguientes podrás ver cómo aplicar la proporcionalidad para calcular o aplicar un porcentaje.

EJEMPLOS

- 1 De los 475 alumnos de un IES, 162 son de 1º. ¿Qué porcentaje representan?

Se trata de encontrar una proporción:

Alumnos 1º	67%	100
Total Iº	162	x

$$\text{Así: } \frac{67\%}{100} = \frac{162}{x} \Rightarrow x = \frac{162 \times 100}{67} = 241$$

Los 162 alumnos de 1º representan un 241% del total.

- 2 El precio de un determinado producto ha pasado de 40 € a 44,8 €. ¿En qué tanto por cien se ha incrementado?

En este caso aplicamos la proporcionalidad suponiendo un precio "inicial" de 100 €.

Precio inicial	40	100
Precio final	44,8	x

$$\text{Así: } \frac{40}{44,8} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{44,8 \times 100}{40} = 112$$

Este resultado indica que el precio final se ha incrementado un 12%.

- 3 De todos los habitantes de un pueblo, 80 se dedican a la ganadería, lo cual supone un 16%. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo?

Al conocer un porcentaje, tenemos como referencia una población de 100 habitantes.

Población total	100	x
Ganaderos	80	16

$$\text{Así: } \frac{100}{80} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = \frac{100 \times 16}{80} = 200$$

El pueblo tiene, pues, un total de 200 habitantes.

117

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Siempre es importante, en los casos prácticos, establecer relaciones de proporcionalidad con relación al 100. Ejemplos 6, 7 y 8.

Consideramos importantes los ejercicios finales nº 48 y 49.

► Pág. 120. Ejercicios

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

EJERCICIOS

SERIES PROPORCIONALES

1. Completa las siguientes tablas de proporcionalidad directa.

a)

3	A	14,5			
7,5			41	50	2,5

b)

7		46	
3,5	8		14,25

2. Encuentra cuáles de las tablas siguientes son tablas de proporcionalidad directa. En los casos en que sí lo sean, determina el coeficiente de proporcionalidad.

a)

3,6	5,4	8,1	10,2
10,4	18	25,6	40,8

b)

6,5	4,6	6,7
12	46	27

c)

14	38	9	2
40	128	20	18

d)

50	5,2	106	66,2
11,2	4	27	10,09

3. Resuelve los problemas que se plantean.

a) Un coche hace el viaje Madrid - Nueva York en 8 horas. ¿Cuánto tiempo tardará en hacer el mismo camino el mismo coche?

b) Un coche hace el viaje Madrid - Nueva York en 8 horas. ¿Cuánto tiempo tardará en hacer el mismo camino un coche que va a la mitad de velocidad?

c) Sabiendo que por cada 4 euros se dan 5 dólares, ¿cuántos dólares se dan por cada 20 euros?

d) Se sabe que de cada 100 kg de harina se obtienen 70 litros de aceite. ¿Qué cantidad de harina hace falta para obtener 1200 litros de aceite? ¿Cuántos litros se obtienen al obtener 2500 kg de harina?

SITUACIONES PROPORCIONALES

4. Halla el valor de x para que las columnas A, B y C de la siguiente proporción:

a) Encuentra la tabla.

A	12	1,5		
B	6	18		108
C		4,5		
D			7,2	14,4

b) Encuentra el valor.

La tabla siguiente quiere ser una tabla de proporcionalidad directa entre los números de columnas. Encuentra los valores que faltan.

14	7	4	2	14	6
40	15	11	7	50	12

SOLUCIONARIO

9. Completa las siguientes tablas de proporcionalidad directa:

a)

3	8	10,5	16,4	20	1
7,5	20	26,5	41	50	2,5

b)

7	16	46	20,5
3,5	8	23	10,25

10. Encuentra cuáles de las tablas siguientes son tablas de proporcionalidad directa. En los casos en que sí lo sean determina el coeficiente de proporcionalidad.

a)

2,6	4,5	9,4	10,2
10,4	18	37,6	40,8

Sí es una tabla de proporcionalidad directa con $k = 4$

b)

4,5	4,6	4,7
45	46	47

También lo es con coeficiente $k = 10$

c)

16	20	0	2
80	120	0	16

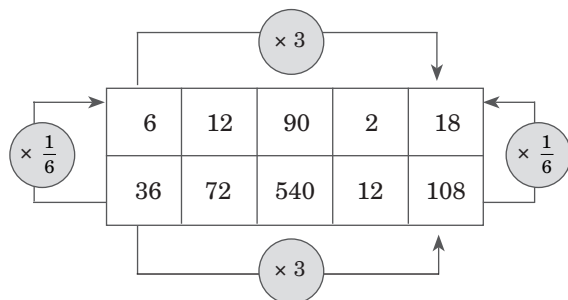
No lo es pues $\frac{16}{80} \neq \frac{20}{120}$

d)

50	32	108	40,2
12,5	8	27	10,05

Si lo es con coeficiente $k = 0,25$.

11. Sustituye los puntos por números:



12. Halla x para que:

a) la razón entre x y 6 sea 1,5

$$\frac{x}{6} = 1,5 \quad \text{si } x = 1,5 \times 6 = 9$$

b) la razón entre 7 y x sea $\frac{1}{3}$

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{3} \quad \text{si } x = 7 \times 3 = 21$$

13. Halla el valor de x para que los números 3, x , 9, 24 formen una proporción.

$$\frac{3}{x} = \frac{9}{24} \quad \text{si } x = \frac{3 \times 24}{9} = 8$$

14. Observa la tabla. Complétala sabiendo que la serie A es directamente proporcional a la serie B, a la serie C y a la serie D.

A	4	12	3,2	26	100
B	6	18	4,8	39	150
C	1,5	4,5	1,2	9,75	37,5
D	9	27	7,2	58,5	225

15. Encuentra el error. La tabla siguiente quiere ser una tabla de proporcionalidad directa pero contiene dos errores. Encuéntralos.

24	9	6	2	16	4
84	35	21	7	56	13

El coeficiente es $k = 3,5$ y los errores son $\frac{9}{35}$ y $\frac{4}{13}$

16. Marcial tiene 10 años y mide 1,20 m. ¿Es posible determinar la talla de Marcial cuando tenga 20 años? Justifica la respuesta.

No hay proporcionalidad entre la talla y la edad.

17. Un automóvil lleva una velocidad constante de 75 km/h.

a) ¿Qué distancia recorre en 35 minutos?

$$\text{Como } 35 \text{ minutos} \Rightarrow \frac{35}{60} = \frac{7}{12} \text{ horas}$$

$$e = v \cdot t = 75 \cdot \frac{7}{12} = \frac{525}{12} \text{ km} = 43,75 \text{ km}$$

b) ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 97,5 km?

$$t = \frac{e}{v} = \frac{97,5}{75} = 1,3 \text{ h} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$$

18. Un avión hace el vuelo Madrid - Nueva York en 8 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían en hacer el mismo trayecto 4 aviones?

Cada avión tardaría 8 horas.

19. Sabiendo que por cada 4 euros nos dan 5 dólares, ¿cuántos dólares obtendremos al cambiar 62 euros?

Se puede plantear la proporción: $\frac{4}{5} = \frac{62}{x}$ de donde:

$$x = \frac{5 \times 62}{4} = 77,5 \text{ dólares}$$

20. Se sabe que de cada 100 kg de naranjas se obtienen 35 litros de zumo.

a) ¿Qué cantidad de naranjas hacen falta para obtener 1200 litros de zumo?

kg naranja litros zumo

$$\left. \begin{array}{l} 100 \longrightarrow 35 \text{ l.} \\ x \longrightarrow 1200 \text{ l.} \end{array} \right\} x = \frac{100 \times 1200}{35} = 3428,57 \text{ kg}$$

b) ¿Cuántos litros se pueden obtener con 2550 kg de naranjas?

kg naranja litros zumo

$$\left. \begin{array}{l} 100 \longrightarrow 35 \\ 2550 \longrightarrow y \end{array} \right\} y = \frac{35 \times 2550}{100} = 892,5 \text{ litros}$$

► **Pág. 121. Ejercicios**

TEMA 6

11 La siguiente tabla resume los valores de C (calor) en las zonas. Preencha los datos en el diagrama de la red.

Calor	0	0		20
Temperatura	1		6	10

a) Completar.
b) ¿Es una tabla de proporcionalidad?

CUARTO PROPORCIONAL REGLA DE TRES

12 Ajustamiento de un resorte.

Se supone que el alargamiento de un resorte es proporcional a la masa suspendida en su extremo.

Construye una ley de ajuste para el resorte, si el resorte tiene una longitud de 11 cm y cuando se le suspende una masa de 200 g mide 18,3 cm.

a) ¿Cuánto mide cuando se suspende una masa de 300 g?
b) ¿Cuál es la masa correspondiente al el resorte mide 18 cm?

13 Cálculo y estimación de los siguientes valores de proporcionalidad directa.

3	5	123	3
8,1	0	x	4,9
p = 3	23	19	a = 3
ad	12	c	21

14 Entre una granja y una casa hay un camino de 3000 m² por un lado y 18'30" hacia el otro. Si se construye un camino de 750 m² al segundo 1000 m² y al tercero el resto, ¿qué terreno debe ser vendido?

15 Cuando se compran 75 dólares por 1,25 €. ¿Cuánto pagan siempre 5 dólares? Justifica la respuesta.

16 Un avión lleva una velocidad constante y recorre 123 kilómetros en un hora, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido a las dos horas?

17 Tercero proporcional.

x	2
3	y

En la tabla de proporcionalidad

El número $x = \frac{6 \cdot 4}{3}$ es dicho de tercero y $y = \frac{6^2}{3}$ es dicho de que x y y son proporcionales a los números 3 y 6 (los números).

Hallar los terceros proporcionales a los números:

$$3 : 4 = 6 : \quad 4 : 3 = 12 : \quad 2 : 3 = 6 :$$

18 Una rueda de 2.500 vueltas en 14 segundos y 28 segundos. ¿Cuánto tardará en dar 5 vueltas?

19 Un objeto pesa 100 N por un volumen de 3 dm³. ¿Cuánto tardará para volar a 17 dm³?

20 La bolsa de papel de 25 gramos cuesta 0,10 €. ¿Cuánto tardará de papel de 10 gramos cuando se usa de 0,12 €? ¿Cuál es la compra más económica?

21 En España existen de Asturias al sur unas 1000 de capacidad de gallos y vacas en 5'30" hora. ¿Cuánto tardará en 7'5" hora?

22 Entre una granja y una casa hay un camino de 3000 m² por un lado y 18'30" hacia el otro. Si se construye un camino de 750 m² al segundo 1000 m² y al tercero el resto, ¿qué terreno debe ser vendido?

23 Cuando se compran 75 dólares por 1,25 €. ¿Cuánto pagan siempre 5 dólares? Justifica la respuesta.

24 Un avión lleva una velocidad constante y recorre 123 kilómetros en un hora, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido a las dos horas?

121

SOLUCIONARIO

21. La siguiente tabla expresa las edades de Carlos y su hermana Patricia en distintos momentos de su vida.

a) Complétala.

<i>Carlos</i>	6	8	9	15	24
<i>Patricia</i>	1	3	4	10	19

b) ¿Es una tabla de proporcionalidad?

No corresponde a una tabla de proporcionalidad.

22. Alargamiento de un muelle. Se supone que el alargamiento de un muelle es proporcional a la masa suspendida en su extremo.

Cuando no hay ninguna masa suspendida, el

muelle tiene una longitud de 12 cm y cuando se le suspende una masa de 250 g mide 14,5 cm.

a) ¿Cuánto medirá cuando se suspenda una masa de 400 g?

Para una masa de 250 g el estiramiento es de 2,5 cm.

La regla de tres es: gramos cm

$$\left. \begin{array}{l} 250 \longrightarrow 2,5 \\ 400 \longrightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{400 \times 2,5}{250} = 4 \text{ cm}$$

El muelle medirá 16 cm

b) ¿Cuál es la masa suspendida si el muelle mide 18 cm?

La regla de tres es: gramos cm

$$\left. \begin{array}{l} 250 \longrightarrow 2,5 \\ y \longrightarrow 6 \end{array} \right\} y = \frac{250 \times 6}{2,5} = 600 \text{ g}$$

Hay un estiramiento de 6 cm para una masa de 600 g.

23. Calcula x en cada una de las siguientes tablas de proporcionalidad directa.

3	5
8,4	x
12,5	3
x	4,8
$x + 5$	23
60	12
15	$x - 3$
7	21

$$x = \frac{5 \times 8,4}{3} = 14$$

$$x = \frac{12,5 \times 4,8}{3} = 20$$

$$x = \frac{60 \times 23}{12} - 5 = 110$$

$$x = \frac{15 \times 21}{7} + 3 = 48$$

24. Entre tres amigos compran un terreno de 3000 m² por un valor 18750 euros. El primero ha comprado 750 m², el segundo 1000 m² y el tercero el resto. ¿Cuánto deberá pagar cada uno?

El cociente $\frac{18750}{3000} = 6,25$ nos da el precio de 1 m².

Primero: $750 \times 6,25 = 4687,5$ €

Segundo: $1000 \times 6,25 = 6250$ €

Tercero: $18750 - (4687,5 + 6250) = 7812,5$ €.

25. Carlos ha comprado 15 chicles por 2,25 €. Juan quiere comprar 8 chicles, ¿cuánto le costarán?

chicles	euros	
15	→	2,25
8	→	x

$$x = \frac{8 \times 2,25}{15} = 1,2 \text{ €}$$

26. Un ciclista lleva una velocidad constante y recorre 115 kilómetros en tres horas, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido a las dos horas?

horas	km	
3	→	115
2	→	x

$$x = \frac{2 \times 115}{3} = 76,67 \text{ km}$$

27. Tercero proporcional.

a	b
b	x

En la tabla de proporcionalidad el número $x = \frac{b \times b}{a}$, es decir, el número $x = \frac{b^2}{a}$ se dice que es el tercero proporcional a los números a y b (en este orden). Halla un tercero proporcional a los números:

a) 9 y 6 $x = \frac{6^2}{9} = 4$ b) 4 y 12 $x = \frac{12^2}{4} = 36$

c) 5 y 8. $x = \frac{8^2}{5} = 12,8$

28. Una rueda da 2 300 vueltas en 13 minutos y 29 segundos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas?

Pasando el tiempo a segundos:

$$13 \text{ min } 29 \text{ s} = 13 \times 60 + 29 = 809 \text{ s}$$

La regla de tres es:

vuelta tiempo

2300	→	809 s
x	→	7200 s

$$x = \frac{2300 \times 7200}{809} = 20469,72 \text{ vueltas}$$

pues 2 horas = $2 \times 60 \times 60 = 7200 \text{ s}$.

29. Un obrero percibió 150 € por su trabajo de 5 días. ¿Cuánto hubiera ganado trabajando 17 días?

Días euros

5	→	150
17	→	x

$$x = \frac{17 \times 150}{5} = 510 \text{ €}$$

30. La bolsa de pipas de 25 gramos cuesta 0,10 €. Cuatro bolsas de pipas de 10 gramos cuestan en total 0,18 €. ¿Cuál es la compra más económica?

Veamos cuánto cuestan 40 gramos en ambos supuestos.

gramos dinero

25	→	0,10
40	→	x

$$x = \frac{0,10 \times 40}{25} = 0,16 \text{ €}$$

Como cuatro bolsas de 10 g (40 g) cuestan 0,18, es más económica la primera compra.

31. En Estados Unidos de América se usa como unidad de capacidad el galón y equivale a 3,785 litros. ¿Cuántos galones son 757 litros?

galones libros

1	→	3,785
x	→	757

$$x = \frac{757}{3,785} = 200 \text{ galones}$$

32. Cuatro socios acuerdan repartirse 9450 euros de forma directamente proporcional a la cantidad invertida. Si su inversión fue de 2000, 3000, 4000 y 12000, respectivamente, ¿qué cantidad corresponde a cada uno?

Como $2000 + 3000 + 4000 + 12000 = 21000$ en-

tonces corresponde $\frac{9450}{21000} = 0,45$ euros por cada

euro invertido, y será:

Al de 2000 $\Rightarrow 2000 \times 0,45 = 900 \text{ €}$

Al de 3000 $\Rightarrow 3000 \times 0,45 = 1350 \text{ €}$

Al de 4000 $\Rightarrow 4000 \times 0,45 = 1800 \text{ €}$

Al de 12000 $\Rightarrow 12000 \times 0,45 = 5400 \text{ €}$

33. Carolina ha tardado 45 minutos en pintar una pared de su habitación, que mide 6 m². ¿Cuánto tardará en pintar otra pared de 8,5 m²?

superficie tiempo

6	→	45
8,5	→	x

$$x = \frac{45 \times 8,5}{6} = 63,75 \text{ min} = 1 \text{ h } 35 \text{ min } 45 \text{ s}$$

34. Tres socios han invertido en una empresa 6000, 8000 y 14000 euros, respectivamente. Como los beneficios han sido de 112000 euros deciden repartírselos de forma proporcional a la cantidad invertida. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Como $\frac{112000}{6000 + 8000 + 14000} = \frac{112000}{28000} = 4$ a cada

inversor le corresponde 4 euros por cada uno invertido

Al de 6000 $\Rightarrow 6000 \times 4 = 24000 \text{ €}$

Al de 8000 $\Rightarrow 8000 \times 4 = 32000 \text{ €}$

Al de 14000 $\Rightarrow 14000 \times 4 = 56000 \text{ €}$

► Pág. 222. Ejercicios

LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

PORCENTAJES

31. Halla x sabiendo que:
 - 1. el 25 % de x es 8. 4. el 85 % de x es 680
 - 2. el 50 % de x es 50. 5. el 36 % de x es 153
 - 3. el 36 % de x es 153. 6. el 85 % de x es 680
 - 7. el 85 % de x es 680. 8. el 40 % de x es 48
32. En un partido de la NBA el jugador número 22 de los Bulls de Chicago encestó 16 canastas de 22 intentos. Expresa su anotación en porcentaje.
33. Del total de libros de una librería que vende internamente, cual es el porcentaje que dedica a su venta?
34. Completa en tu cuaderno:
 - 1. 10 es el ... % de 500. 5. 40 es el ... % de 200
 - 2. 12 es el ... % de 20. 6. 1 es el ... % de 10
 - 3. 40 es el ... % de 120. 7. 14,4 es el ... % de 80
35. En un examen, María ha acertado correctamente 10 preguntas de 25. Calcula su calificación sobre 10 y sobre 100.
36. Una cámara fotográfica digital tiene un precio final incluido el IVA correspondiente al IVA de 201 euros. ¿Cuál es el precio inicial sin el IVA?
37. En una determinada semana del año, Carlos ha vendido la cantidad indicada por 10 y su primo, Sebastián, que le vende su mercancía proporcionalmente a la de Carlos, a 14 . ¿Cuál es la venta de su primo?
38. El precio de un artículo es de 10 €. En la tienda (Muebles) hace un descuento del 15 % y luego le añaden una más del 20 %. En la tienda (Supermercado) hacen un descuento del 20 % y luego le añaden una más del 15 %. ¿En cuál de las dos tiendas se debe comprar para pagar menos?
39. Juan recibe 1100 € al mes y en la primera semana de agosto le llega un pago de 100 €. ¿Cuál es la suma total?
40. El 80% de los alumnos de una clase se ha ido de vacaciones y en el resto han quedado 7 alumnos. ¿Cuántos alumnos forman el grupo?
41. ¿Qué porcentaje representan los descuentos siguientes?

$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$
10 %	80 %	5 %	20 %	10 %
42. Una parte de la sala de la escuela cubren ahora con 12 metros y la otra con la primera cubren 14 metros que le quedan. Halla el valor de cada parte.
43. El precio de un artículo es de 4 €.
 - a) Si se aplica sucesivamente un 10 % y posteriormente un nuevo precio se incrementa un 25 %, ¿cuál es su precio final?
 - b) Cuanto más se aplica el precio final superior a porcentaje el precio inicial es 10 % ¿cuál es el precio final?
44. El precio de un artículo es 15 €.
 - a) Si se incrementa su precio un 10 %, ¿cuál es el nuevo precio?
 - b) Calcula 10 % de 15. ¿Qué observas?
 - c) ¿Cuál es el precio del mismo artículo cuando se incrementa su precio un 10 %?
 - d) Calcula 10 % de 100. ¿Qué observas?
 - e) Encuentra una regla para obtener directamente el nuevo valor de una cantidad C que ha sido incrementado un 10 %.
45. El precio de un artículo es de 10 €.
 - a) Si se reduce su precio un 15 %, ¿cuál es el nuevo precio?
 - b) Multiplica 10 por 0,85. ¿Qué observas?
 - c) Si se reduce sucesivamente el precio un 10 % y un 5 %, ¿cuál es el nuevo precio?
 - d) Multiplica 10 por 0,95. ¿Qué observas?
 - e) Encuentra una regla para obtener directamente el nuevo valor de una cantidad C que ha sido disminuido un 10 %.
46. Si una población disminuye de 4000 a 3600 habitantes, ¿a qué porcentaje ha disminuido?

SOLUCIONARIO

35. Halla x sabiendo que:

a) el 25 % de x es 8 $\Rightarrow \frac{25x}{100} = 8 \quad x = \frac{8 \times 100}{25} = 32$

b) el 50 % de x es 50 $\Rightarrow$

$$\frac{50x}{100} = 50 \quad x = \frac{50 \times 100}{50} = 100$$

c) el 36 % de x es 153 $\Rightarrow$

$$\frac{36x}{100} = 153 \quad x = \frac{153 \times 100}{36} = 425$$

d) el 85 % de x es 680 $\Rightarrow$

$$\frac{85x}{100} = 680 \quad x = \frac{680 \times 100}{85} = 800$$

e) el 40 % de x es 48 $\Rightarrow$

$$\frac{40x}{100} = 48 \quad x = \frac{48 \times 100}{40} = 120$$

f) el 15 % de x es 3,75 $\Rightarrow$

$$\frac{15x}{100} = 3,75 \quad \frac{3,75 \times 100}{15} = 25$$

36. En un partido de la NBA el jugador número 22 de los Bulls de Chicago encestó 16 canastas de 22 intentos. Expresa su anotación en porcentaje.

nº intentos nº canastas

$$\begin{array}{ccc} 22 & \longrightarrow & 16 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \quad x = \frac{16 \times 100}{22} = 72,72 \%$$

37. Del total de horas de clase que tienes semanalmente, ¿cuál es el porcentaje que dedicas a matemáticas?

Respuesta abierta.

38. Completa en tu cuaderno:

- a) 24 es el ... % de 500;

$$\frac{24}{500} = \frac{x}{100} \quad x = \frac{24 \times 100}{500} = 4,8 \%$$

- b) 48 es el ... % de 320

$$\frac{48}{320} = \frac{y}{100} \quad y = \frac{48 \times 100}{320} = 15 \%$$

- c) 32 es el ... % de 50

$$\frac{32}{50} = \frac{z}{100} \quad z = \frac{32 \times 100}{50} = 64 \%$$

- d) 1 es el ... % de 10

$$\frac{1}{10} = \frac{t}{100} \quad t = 10 \%$$

- e) 66 es el ... % de 120

$$\frac{66}{120} = \frac{x}{100} \quad x = \frac{66 \times 100}{120} = 55$$

- f) 14,4 es el ... % de 48

$$\frac{14,4}{48} = \frac{x}{100} \quad x = \frac{14,4 \times 100}{48} = 30$$

39. En un examen, Silvia ha contestado correctamente 16 respuestas de 22. Calcula su calificación sobre 10 y sobre 100.

Lo hacemos con sendas reglas de tres.

nº preguntas nº aciertos

$$\left. \begin{array}{l} 22 \longrightarrow 16 \\ 10 \longrightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{16 \times 10}{22} \approx 7,27$$

nº preguntas nº aciertos

$$\left. \begin{array}{l} 22 \longrightarrow 16 \\ 100 \longrightarrow y \end{array} \right\} y = \frac{16 \times 100}{22} \approx 72,72$$

40. Una cámara fotográfica digital tiene un precio final (incluido el 16% correspondiente al IVA) de 261 euros. ¿Cuál es el precio inicial sin el IVA?

Basta con ver que si costaba 100 € sin IVA, con IVA nos hubiera costado 116.

con IVA sin IVA

$$\left. \begin{array}{l} 116 \longrightarrow 100 \\ 261 \longrightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{261 \times 100}{116} = 225 \text{ €}$$

41. En un determinado momento del día, Carlos ha medido la sombra producida por él y su padre. Sabiendo que la sombra es directamente proporcional a la altura y que Carlos mide 140 cm, ¿cuál es la altura de su padre?

Si x es la altura del padre, se puede escribir la siguiente proporción:

$$\frac{210}{140} = \frac{270}{x} \Rightarrow x = \frac{270 \times 140}{210} = 180 \text{ cm}$$

42. El precio de un artículo es de 16 €.

En la tienda «Mercabarat» hacen un descuento del 15 % y luego le añaden una tasa del 20 %.

En la tienda «Superbarat» hacen un descuento del 20 % y luego le añaden una tasa del 15 %.

¿En cuál de las dos tiendas es más recomendable realizar la compra?

Mercabarat: descuento del 15 % $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 16 \times 0,85 = 13,6$$

Se añade tasa del 20 % $\Rightarrow 13,6 \times 1,20 = 16,32 \text{ €}$

Precio final: 16,32 €

Superbarat: descuento del 20 % $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 16 \times 0,80 = 12,8$$

Se añade tasa del 15 % $\Rightarrow 12,8 \times 1,15 = 14,72 \text{ €}$

Precio final: 14,72 €

Es más recomendable la tienda Superbarat.

43. Juan cobra 1198 € al mes y se le propone un aumento de salario a elegir entre:

- a) un 1 % al mes

$$\text{El 1 \% de 1198} = \frac{1198 \times 1}{100} = 11,98$$

El nuevo sueldo mensual es = 1198 + 11,98 = 1209,98

El sueldo anual es: 1209,98 $\times$ 12 = 14519,76 €

- b) un 3 % al trimestre

$$\text{Un 3 \% al trimestre es } \frac{1198 \times 3 \times 3}{100} = 107,82$$

El nuevo sueldo trimestral es = 1198 $\times$ 3 + 107,82 = 3701,82

El sueldo anual es: 3701,82 $\times$ 4 = 14807,28 €

- c) un 14 % al año

El sueldo anual es 1198 $\times$ 12 = 14376

$$\text{Un 14 \% de aumento es: } 14376 + \frac{14376 \times 14}{100} = 16388,64 \text{ €}$$

Es mejor oferta la c.

44. El 80% de los alumnos de una clase se ha ido de excursión y en el aula han quedado 7 alumnos. ¿Cuántos alumnos forman el grupo?

Como se queda el 20 % aplicamos la fórmula:

$$\text{El total } N \text{ es } N = \frac{P \times 100}{t} \text{ siendo } t \text{ el porcentaje y } P$$

$$\text{la parte, luego } N = \frac{7 \times 100}{20} = 35$$

El grupo lo forman 35 alumnos.

45. ¿Qué porcentaje representan las fracciones siguientes?

$$\frac{1}{10} \text{ es el "diez por cien"}$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 \text{ es el "setenta y cinco por cien"}$$

$$\frac{9}{20} = 0,45 \text{ es el "cuarenta y cinco por cien"}$$

$$\frac{2}{5} = 0,40 \text{ es el "cuarenta por cien"}$$

$$\frac{3}{5} = 0,60 \text{ es el "sesenta por cien"}$$

46. Dos piezas de la tela de la misma calidad tienen: una 52 metros y la otra 36; la primera cuesta 3 € más que la segunda. Halla el valor de cada pieza.

Como el precio es directamente proporcional a la longitud; si el precio de la pieza de 36 m es x :

$$\frac{x}{36} = \frac{x+3}{52} \Rightarrow 52x = 36(x+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 52x = 36x + 108 \Rightarrow 16x = 108 \Rightarrow x = \frac{108}{16} = 6,75 \text{ €}$$

La de 36 m vale 6,75 € y la de 52 m vale 9,75 €

De otra forma:

Un incremento de 16 m ($52 - 36$) lleva un incremento de 3 € en el precio, luego:

$$\left. \begin{array}{l} 16 \text{ m} \rightarrow 3 \text{ €} \\ 36 \text{ m} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{36 \times 3}{16} = 6,75$$

La pieza de 36 m vale 6,75 y la de 52 m vale 9,75 €

47. El precio de un artículo es de 4 €.

a) Si su precio aumenta un 10 % y posteriormente su nuevo precio se aumenta un 25 %, ¿cuál es su precio final?

b) Carmen dice: «el precio final equivale a aumentar el precio inicial un 35 %» ¿estás de acuerdo?

a) $4 + 10 \% \text{ de } 4 = 4 \times 1,10 = 4,40 \text{ €}$

Si a 4,40 se aumenta un 25 % $\Rightarrow 4,40 \times 1,25 = 5,5 \text{ €}$

b) Un aumento del 35 % a 4 es: $4 \times 1,35 = 5,4 \text{ €}$

Carmen se equivoca.

48. El precio de un artículo es 15 €.

a) Si se incrementa su precio en un 15 %, ¿cuál es el nuevo precio?

b) Calcula $15 \times 1,15$. ¿Qué observas?

c) ¿Cuál es el precio del mismo artículo anterior si se incrementa su precio en un 6%?

d) Calcula $15 \times 1,06$. ¿Qué observas?

e) Intenta dar una regla para obtener directamente el nuevo valor de una cantidad C que ha sido incrementada en un x %.

a) Nuevo precio: $15 + \frac{15 \times 15}{100} = 15 + 2,25 = 17,25 \text{ €}$

b) $15 \times 1,15 = 17,25$. Ambos valores coinciden.

c) incremento del 6 %: $15 + \frac{15 \times 6}{100} = 15 + 0,9 = 15,9 \text{ €}$

d) $15 \times 1,06 = 15,9 \text{ €}$

De nuevo coinciden ambos valores.

e) El nuevo valor de C es $C \times \left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

49. El precio de un artículo es 35 €.

a) Si se rebaja su precio un 15 %, ¿cuál es el nuevo precio?

b) Multiplica $35 \times 0,85$. ¿Qué observas?

c) Si en el mismo artículo se rebaja su precio un 8 %, ¿cuál es el nuevo precio?

d) Multiplica $35 \times 0,92$. ¿Qué observas?

e) Intenta dar una regla para obtener directamente el nuevo valor de una cantidad C que ha sido disminuída en un x %.

a) Rebaja del 15 %: $35 - \frac{35 \times 15}{100} = 35 - 5,25 = 29,75 \text{ €}$

b) $35 \times 0,85 = 29,75 \text{ €}$

Ambas cantidades coinciden.

c) Rebaja del 8 %: $35 - \frac{35 \times 8}{100} = 35 - 2,8 = 32,2 \text{ €}$

d) $35 \times 0,92 = 32,2$

De nuevo coinciden ambas cantidades.

e) El nuevo valor de C es $C \times \left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

50. Si una población disminuye de 8600 a 6880 individuos. ¿En qué porcentaje ha disminuido?

Regla de tres:

cantidad inicial		cantidad final
8600	$\longrightarrow$	6880
100	$\longrightarrow$	x

$$\Rightarrow x = \frac{6880 \times 100}{8600} = 80$$

Luego se ha disminuido en un 20 % pues de 100 pasarían a ser 80.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Representar matemáticamente situaciones utilizando diferentes tipos de lenguaje (verbal, gráfico, numérico), estableciendo correspondencias entre los mismos.
- Calcular el valor numérico de una expresión algebraica.
- Utilizar la propiedad distributiva para transformar expresiones algebraicas en otras equivalentes.
- Interpretar los distintos significados del signo igual.
- Transformar igualdades en otras equivalentes.
- Adquirir los automatismos necesarios para resolver ecuaciones sencillas.
- Verificar la validez de las soluciones obtenidas.
- Estimar resultados y valorar si una determinada respuesta es o no razonable.
- Transformar enunciados al lenguaje algebraico.
- Saber explicar oralmente el proceso seguido en la resolución de un problema.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Saber traducir enunciados simples al lenguaje algebraico.
- Aplicar correctamente las prioridades de cálculo para obtener el valor numérico de una expresión algebraica.
- Utilizar la propiedad distributiva para transformar expresiones algebraicas.
- Distinguir los diferentes significados del signo igual.
- Utilizar correctamente el vocabulario específico (miembros, incógnita, solución, etc).
- Saber aplicar las transformaciones de equivalencia adecuadas para obtener igualdades equivalentes a otras.
- Adquirir los automatismos necesarios para resolver ecuaciones sencillas.
- Verificar la validez de las soluciones obtenidas.
- Utilizar el lenguaje algebraico como modo de expresión de enunciados.
- Estimar resultados y valorar si una determinada respuesta es o no razonable.

CONTENIDOS

- **Conceptos ("saber")**
 - El lenguaje algebraico
 - Valor numérico de una expresión algebraica.
 - Expresiones algebraicas semejantes.
 - Igualdades, identidades y ecuaciones.
 - Resolución de ecuaciones.
- **Procedimientos ("Saber hacer")**
 - Representación numérica de situaciones utilizando diferentes tipos de lenguajes, estableciendo la correspondencia entre los mismos.
 - Cálculo del valor numérico de una expresión algebraica.
 - Utilización de la propiedad distributiva para transformar expresiones algebraicas en otras equivalentes.
 - Transformación de igualdades en otras equivalentes.
 - Verificación de la validez de las soluciones obtenidas.
 - Estimación de resultados y valoración de si una determinada respuesta numérica es o no razonable.
 - Transformación al lenguaje algebraico de enunciados que se puedan resolver mediante ecuaciones.
 - Planteamiento –en grupo- de problemas algebraicos y discusión de las diferentes ecuaciones propuestas hasta obtener la verdadera.
 - Explicación oral del proceso seguido en la resolución de problemas.
- **Actitudes ("Saber ser")**
 - Apreciar la simplicidad y el rigor del lenguaje algebraico para la descripción de situaciones.
 - Reflexionar sobre la validez de la o las soluciones obtenidas en la resolución de problemas.
 - Apreciar que el lenguaje simbólico o algebraico permite representar distintas situaciones y obtener conclusiones generales.
 - Gusto por la presentación ordenada y clara de los cálculos y sus resultados.

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
LENGUAJE MATEMÁTICO	◦ Descriptor		
	1. Utilizar los símbolos, las operaciones y el lenguaje técnico formal.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el lenguaje matemático.	- Interpreta el lenguaje simbólico y formal de las matemáticas. - Entiende su relación con el lenguaje natural. - Trabaja con expresiones simbólicas y fórmulas.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132)
PENSAMIENTO Y RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	2. Traduce el lenguaje natural a lenguaje formal y matemático.	- Entiende las equivalencias entre un lenguaje y otro. - Es crítico en la exactitud del lenguaje formal.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132)
	◦ Descriptor		
	2. Ampliar la extensión de un concepto. 3. Comprender las operaciones matemáticas con variables. 4. Determinar la utilidad de las expresiones algebraicas. 5. Las ecuaciones nos resuelven situaciones reales.		
	◦ Desempeño		
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	1. Generaliza los resultados de las propiedades.	- Realiza las operaciones con expresiones algebraicas semejantes. - Utiliza la propiedad distributiva, teniendo en cuenta los conceptos de potencias estudiados anteriormente.	- Ejemplos 3 y 4 (pág. 128)
	2. Ve la utilidad de atribuir valores numéricos a las variables.	- Estudia expresiones que reflejen áreas o perímetros de polígonos y analizar su importancia.	- Epígrafe 2 y ejemplo 2 (pág. 127)
	3. Determina la utilidad de las ecuaciones.	- Aplica los criterios para la resolución de una ecuación. - Analiza la validez del resultado obtenido.	- Ejemplo 6 (pág. 130) - Ejemplo 7 y 8 (pág. 131)
	◦ Descriptor		
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	6. Comprender el enunciado de un problema. 7. Interpretarlo y transformarlo en lenguaje matemático. 8. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determinar la incógnita del problema que se plantea. - Transforma el lenguaje escrito en lenguaje matemático, dando lugar a una ecuación.	- Resolución de problemas (pág. 132)
	2. Resuelve ecuaciones.	- Automatiza la resolución de ecuaciones.	- Ejemplos 7 y 8 (pág. 131)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	- Ejemplos 9, 10 y 11 (pág. 132)

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA			
COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan expresarlas en lenguaje algebraico. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplo 9, 10 y 11 (pág. 132 y 133)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Diferencia los datos de las incógnitas. - Determina la variable que le otorga a la incógnita y enuncia su significado.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132 y 133)
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132 y 133)

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer que las matemáticas en general y el álgebra en particular tiene un papel fundamental en nuestra sociedad.		
	◦ Desempeño		
	1. Los problemas nos acercan a la vida.	- Comprueba que a través de los enunciados podemos analizar situaciones reales de la vida cotidiana.	- En los problemas de enunciados.

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptores		
	1. Analizar nuestro entorno a través del enunciado de un problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Relaciona magnitudes de perímetro y área con las longitudes de parcelas. - Relaciona las velocidades con los tiempos. - Relaciona edades y tiempos. - Conoce premios y repartos bajo condiciones determinadas.	- Problemas del tema 7 (pág. 138)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Diferencia los datos de las incógnitas. - Determina la variable que le otorga a la incógnita y enuncia su significado.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132 y 133)
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia, utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	- Ejemplo 1 (pág. 126) - Ejemplos 9,10 y 11 (pág. 132 y 133)

COMPETENCIA DIGITAL Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Relacionar el lenguaje algebraico con el lenguaje de programación.		
	◦ Desempeño		
	1. Codifica el lenguaje algebraico.	- Reconoce que el lenguaje algebraico es codificar la información que nos da el ejercicio.	- En los ejemplos 9, 10 y 11 (pág. 132)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER**◦ Descriptores**

1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio.
2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas.
3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.

◦ Desempeño

1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura.	- A lo largo del tema
2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso y lo analiza para obtener confianza en lo que hace.	- A lo largo del tema
3. Mejora la motivación.	- Se siente satisfecho por la labor bien hecha. - Cuida la expresión y la presentación.	- A lo largo del tema

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA**◦ Descriptores**

1. Conocer los orígenes del Álgebra.
2. Reconocer la antigüedad de los conocimientos que ahora manejamos.

◦ Desempeño

1. Reconoce la antigüedad del Álgebra.	- Conoce las principales civilizaciones donde se empieza a hablar de Álgebra - Sabe a quien se le atribuye el comienzo del Álgebra.	- Hoja de inicio de tema.
2. Conoce códigos relacionados con el Álgebra.	- Es capaz de descifrar textos y encontrar soluciones a un acertijo matemático que plantea Diofanto de Alejandría.	- Hoja de inicio de tema.

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	• Descriptores		
	1. Entender el álgebra como medio para simplificar la búsqueda de soluciones. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos.		
	• Desempeño		
	1. Propone metas accesibles.	- Es perseverante ante un ejercicio y busca situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicar el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto.	- A lo largo del tema

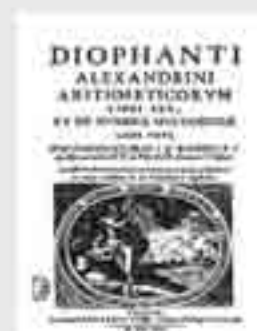
► Pág. 124 - 125. El álgebra y su lenguaje

TEMA 7

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

El lenguaje es una parte de los matemáticos en la que se usan hitos para representar magnitudes y relaciones aritméticas. Se tiene constancia de que los *mathemata syntaxis* así como los *mathimata*, desde el siglo XVII a. C., ya usaban técnicas algebraicas para resolver ecuaciones.

Entre los matemáticos de la antigüedad, Elifonso de Alipondria es considerado uno de los padres del Algebra. Se piensa que vivió entre los años 210 a 290 aproximadamente. Fue uno de los más grandes matemáticos griegos y su ciencia que era su propia familia se escribió un tratado que, al ser traducido a los números de alifonso, permitieron deslizar la edad a la que vivió.



¹For a discussion of the "new" and "old" institutionalism, see DiMaggio and Powell (1983).

En esta unidad aprenderás a resolver problemas como el planteado aquí. El álgebra te ayudará a traducir un lenguaje ordinario en una ecuación y, además, a resolverla.

El epítapho anterior se puede traducir a la ecuación:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Podrías comprobar que Diófanta murió a los 84 años.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Puede ser interesante debatir sobre el origen de la palabra "Álgebra".

Se sugiere la búsqueda de material que permita observar la evolución del lenguaje algebraico.

DE 6º A 1º

TABLA 6 X 5

En cada una de las siguientes cuestiones indica si la respuesta es correcta:

		RESPUESTAS			
		A	B	C	D
1	$1000 \times (0,5 - 0,7)$ es igual a:	$500 - 700$	$30 + 7$	-600	$30 - 10$
2	$x(4 + y)$ es igual a:	$4x + y$	$4x + y$	$4xy$	$x + 4y$
3	La expresión $A + n + n + n + n$ se puede escribir:	$A + 4n$	$A + n4$	$n + 4 \times A$	$A + 2 + n$
4	$14a + a$ es igual a:	15	a	$14a$	14
5	"Ponido un número x , le sumo 2 y, luego triplico el resultado obtenido". El resultado se escribe:	$x + 2 + 3$	$3x + 2$	$(x + 2) \times 3$	$3(x + 2)$
6	Si $x = -2$, la expresión $B = 2x$ vale:	4	12	-4	-12

VOCABULARIO

$3 \times 4 + 5$ es la suma de dos términos, 3×4 y 5 . Es una suma pues la última operación que se efectúa para el cálculo es una adición.

a) Indica con una cruz si cada operación es una suma, una diferencia o un producto.

b) Calcula cada expresión sustituyendo, si es necesario, a por 2,5 y b por 8.

	SUMA	DIFERENCIA	PRODUCTO	RESULTADO DE CADA
$12 + 6 \times 2$				
$3,4 \times (4,6 + 5,4)$				
$32 : 8 - 5$				
$(6 - a) - (3 + b)$				
$5,6b - 2a$				

SOLUCIONARIO

En cada una de las siguientes cuestiones indica la o las respuestas correctas:

1. A y C
2. A
3. A, B y C
4. C
5. C y D
6. B

a) Indica con una cruz si cada operación es una suma, una diferencia o un producto.

b) Calcula cada expresión sustituyendo, si es necesario, a por 2,5 y b por 8.

$12 + 6 \times 2 = 24$. Suma.

$3,4 \times (4,6 + 5,4) = 34$. Producto.

$32 : 8 - 5 = -1$. Diferencia.

$(6 - a) - (3 + b) = -7,5$. Diferencia.

$5,6b - 2a = 39,8$. Diferencia.

► Pág. 126. 1 El lenguaje algebraico

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

1 El lenguaje algebraico

Comenzamos con la frase: *la edad de un padre es triple que la de su hijo*. ¿Cómo expresamos esta relación?

Si llamamos p a la edad del padre y h a la del hijo, escribimos $p = 3 \cdot h$ o simplemente $p = 3h$. Esta forma de expresar la información dada se llama **lenguaje algebraico**.

EJEMPLO

1 Observa una serie de frases y su correspondiente traducción al lenguaje algebraico:

Lenguaje ordinario	Abreviatura de las letras	Lenguaje algebraico
La suma de dos números	Si los números son x y y	$x + y$
La cuarta parte de un número	Si el número es p	$\frac{p}{4}$
El edad dentro de 8 años	Si mi edad es x	$x + 8$
El cuadrado de un número más el doble de este	Si los números son a y b	$a^2 + 2 \cdot b$

Las expresiones anteriores son expresiones algebraicas.

Una expresión algebraica es un conjunto de números y letras ligadas entre sí por operaciones matemáticas.

Normas para escribir expresiones algebraicas.

1ª El factor numérico se escribe delante. Dela factor se llama **coeficiente** y la resta **parte literal**.

Por ejemplo: aunque la expresión $a^3 \cdot 3 = 3$ es correcta se escribe $3 \cdot a^3 = 3a^3$. El coeficiente es 3 mientras que $a^3 = a^3$ es la parte literal.

2ª El signo de multiplicación no suele ponerse.

Es decir, la expresión $3 \cdot a = 4$ se escribe simplemente $3a = 4$ o se pone nunca $3 \cdot 4$.

EJERCICIO

1 Traduce al lenguaje algebraico las siguientes frases:

- Perímetro de un triángulo equilátero de lado x .
- La suma de los cuadrados de dos números.
- La mitad de la suma de dos números.
- La edad de una persona hace 5 años.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Valorar la simplicidad del lenguaje simbólico.

Incorporación progresiva de nuevos términos: *expresión algebraica, coeficiente, parte literal*.

• Criterios de evaluación específicos: 1

SOLUCIONARIO

1. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes frases:

- Perímetro de un triángulo equilátero de lado x :
 $3x$
- La suma de los cuadrados de dos números:
 $x^2 + y^2$

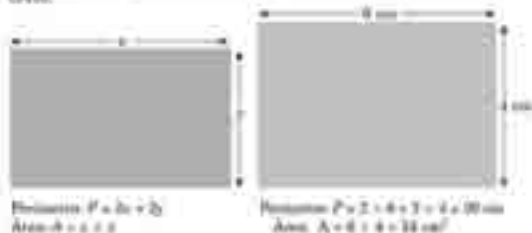
- La mitad de la suma de dos números: $\frac{x + y}{2}$
- La edad de una persona hace 5 años: $x - 5$

► Pág. 127. 2 Valor de una expresión algebraica

2 Valor numérico de una expresión algebraica

El valor numérico de una expresión algebraica es el que se obtiene cuando se le da un valor a las letras que aparecen y se realizan las operaciones indicadas.

Observa los rectángulos siguientes: el de la izquierda es un rectángulo cualquiera mientras que el de la derecha es uno concreto.



En el de la izquierda, si sustituir las letras por números se obtienen los valores numéricos del perímetro y el área.

EJEMPLO

1 Halla el valor numérico de cada una de las expresiones siguientes para los valores de las letras indicados:

a) $A = x^2 - 2x + 8$ para $x = 3$ y para $x = -2$ b) $B = 3ab - a^2 + 2b$ para $a = 2$ y $b = -1$

c) Para $x = 2$ en $A = 2^2 - 2 \cdot 3 + 8 = 4 - 6 + 8 = 6$

Para $x = -2$ en $A = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 8 = 4 + 4 + 8 = 16$

b) Para $a = 2$ y $b = -1$ en $B = 3 \cdot 2 \cdot (-1) - 2^2 + 2 \cdot (-1) = -6 - 4 - 2 = -12$

En todos los casos debes tener presente las reglas de los signos y el orden de prioridad de las operaciones.

EJERCICIO

3 Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores de las letras dados:

a) $P = a + 2b - 4c$ para $a = 3$ y $b = 5$

b) $Q = 4a^3 - 2a^2 + 5a - 10$ para $a = 2$

c) $R = a^2 + b^2 - a^2b$ para $a = 2$ y $b = -1$

d) $S = 3a + 4b + 5c - 2d$ para $a = 4$ y $b = -2$

b) $Q = 4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 10 = 4 \cdot 8 - 2 \cdot 4 + 10 - 10 = 32 - 8 = 24$

c) $R = 3^2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1)^2 + 32 \cdot (-1)^2 = -9 - 3 + 9 = -3$

d) $S = (4 + 3)^2 - (4 - 3)^2 = 7^2 - 1^2 = 49 - 1 = 48$

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Resaltar la diferencia entre un enunciado concreto ($3 + 7 = 7 + 3$) y un enunciado general ($a + b = b + a$). Se pueden proponer ejercicios tipo “verdadero o falso” para corregir determinados vicios de cálculo:

• $3 - x = 0$ para $x = -3$

• $-3^2 = 9$

• $6 + 8x = 14x$

• El doble de un número x es $2 + x$

• Criterios de evaluación específicos: 1 – 2.

SOLUCIONARIO

2. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores de las letras dados:

a) $P = -3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = -3 + 10 + 15 = 22$

► Pág. 128. 3 Transformación de expresiones algebraicas

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

3 Transformación de expresiones algebraicas

VOCABULARIO

Das expresiones algebraicas que tienen la misma parte literal se llaman que son semejantes.

Las $2x + 4x$ son semejantes.

Las $2x + 4x^2$ no lo son.

Puedes transformar expresiones algebraicas aplicando la propiedad distributiva:

$$b \cdot (a + c) = b \cdot a + b \cdot c \quad ; \quad -(a + b + c) = -a - b - c$$

o de forma más general:

$$(a + b) \cdot (c + d + e + f) = a \cdot c + a \cdot d + a \cdot e + a \cdot f + b \cdot c + b \cdot d + b \cdot e + b \cdot f$$

Estas expresiones siguen siendo válidas si cambias el signo + por el signo -.

Cuando tienes expresiones parecidas puedes o restar las expresiones algebraicas siempre que tengan la misma parte literal. Esta parte a veces se hace llamando a menudo con coeficientes.

EJEMPLOS

1 a) $5x + y - 3x + 2y = 2x + 3y$ b) $4(2x - 3) - 4 + 2x - 4 + 3 + 8x = 12$
 c) $8x + 2x - 10 + 2x = 13x - 10$ d) $5x - 4 = 5x + (-4) = 5x - 4$
 e) $(2 + 4)(3 - y) + 2 + 3 + 2 + 1 - y + 2 + 5 + 3 + 3 - y = 10 - 2y + 3y - xy$

2 Reduce las expresiones:

a) $3x + 2y - 4x + y$ b) $3x + x^2 - 5$ c) $2x^3 + 4x - x^2 - 3x + 3x^2 + 8x$
 d) $3x + 2y - 4x + y + (3 - 4x) + (2 + 1)y - 5x - 3y$
 e) La expresión $3x + x^2 - 5$ no se puede reducir.
 f) $2x^2 + 3x - x^2 - 3x + 4x^2 + 3x - (3 - 2 + 4x) + (3 - 2 + 4x) = 5x^2 + 3x$

EXERCICIOS

2 Desarrolla los siguientes productos y luego reduce:

a) $(x + 3)(x + 2) = 21$ b) $(x + 3)(x + 3) = 31$ c) $(x + 3)(x + 3) = 31$ d) $(x + 3)(x + 3) = 31$

4 Escribe de la forma más simple posible las expresiones siguientes:

a) $3x + y + 2x - 4y = 5x - 3y$ b) $4x + 3x + 4y - 4y = 8x$ c) $2(x + y - z) - 4(x + z - y) = 2x + 2y - 2z - 4x - 4z + 4y = -2x + 6y - 6z$

5 Reduce, cuando sea posible, las siguientes expresiones:

a) $3x + 2x^2 - 5x + x^2 = 3x^2 - 2x$ b) $-5a - ab + 6a + 5ab = a + 4ab$
 c) $3p + p - 4p + p^2 = p^2$ d) $x^2 + x^3 + 2x^3 - x^2 = 2x^3$
 e) $2x - 3y + y^2 - x - 4y = x - 7y + y^2$ f) $3x^2y + 2xy^2 - xy$ no se puede reducir.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Gran cantidad de las operaciones algebraicas utilizan la propiedad distributiva.

Apoyar los resultados algebraicos con valores numéricos

- Criterios de evaluación específicos: 3

SOLUCIONARIO

3. Desarrolla los siguientes productos y luego reduce:

- a) $(x + 3)(x + 2) = x \times x + x \times 2 + 3 \times x + 3 \times 2 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$
- b) $(a + 3)(a - 5) = a \times a + ax(-5) + 3 \times a + 3 \times (-5) = a^2 - 5a + 3a - 15 = a^2 - 2a - 15$.
- c) $(2x + y)(1 - 3x) = 2x \times 1 + 2x \times (-3x) + y \times 1 + y \times (-3x) = 2x - 6x^2 + y - 3xy$
- d) $(x + 4)(x - 4) = x \times x + x \times (-4) + 4 \times x + 4 \times (-4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 - 16$

4. Escribe de la forma más simple posible las expresiones siguientes:

- a) $2(x + y) + 3(x - y) - 4x = 2x + 2y + 3x - 3y - 4x = x - y$
- b) $4a + 3(a + b) - 4(b - 2a) = 4a + 3a + 3b - 4b + 8a = 15a - b$
- c) $2(x + y - z) - 4(x + z - y) = 2x + 2y - 2z - 4x - 4z + 4y = -2x + 6y - 6z$

5. Reduce, cuando sea posible, las siguientes expresiones:

- a) $3x + 2x^2 - 5x + x^2 = 3x^2 - 2x$
- b) $-5a - ab + 6a + 5ab = a + 4ab$
- c) $3p + p - 4p + p^2 = p^2$
- d) $x^2 + x^3 + 2x^3 - x^2 = 2x^3$
- e) $2x - 3y + y^2 - x - 4y = x - 7y + y^2$
- f) $3x^2y + 2xy^2 - xy$ no se puede reducir.

► Pág. 129. 4 Igualdades, identidades y ecuaciones

4 Igualdades, identidades y ecuaciones

Toda expresión en la que intervenga el signo igual (=) se llama **igualdad**. Una igualdad consta de dos miembros, uno a cada lado del signo igual.

$$3x + 5y = 8z + 20$$

Una igualdad algebraica puede ser una **identidad** o una **ecuación**.

La igualdad $3x + 5y = 8z + 20$ es cierta siempre, sea cual sea el valor de las letras x y y , y se dice que es una **identidad**.

La expresión $4 + 2x = 8$ es una igualdad literal que sólo es cierta cuando $x = 2$ (comprobado), y se trata de una **ecuación**.

Una **identidad** es una igualdad literal que se cumple para cualquier valor de las letras.

Una **ecuación** es una igualdad literal que sólo es cierta para determinados valores de las letras.

EJEMPLO

- La expresión $3x + 5 = 8z + 20 + 2x + 4$ es una identidad.
- La expresión $3x + 5 = 8z + 20 + 2x + 4$ es una ecuación.

Se obtiene $x = 2$ para $3 \cdot 2 + 5 = 8 + 20 + 2 \cdot 2 + 4 = 28$.

EJERCICIOS

- En las siguientes igualdades, una identidad o ecuación:
 - $3x + 5 = 8z + 20 + 2x + 4$
 - $10 + 2x = 4x$
 - $3x + 5 + 8z = 20$
 - $x - 5 + 8z = 13 - 2x$
- En las siguientes ecuaciones indica si los números dados son o no solución de las mismas:
 - $3x + 5 = 8z + 20 + 2x + 4$, $x = 2$
 - $4x + 6 = 2x + 4$, $x = 1$
 - $4x + 6 = 2x + 4$, $x = 0$
 - $4x + 6 = 2x + 4$, $x = -1$
- La igualdad $2x^2 + 5 = 2(x + 3) - 3x$ es verdadera para uno de los tres valores siguientes de la letra x : $x = 2$, $x = -1$, $x = -3$. ¿Cuál de ellos es el válido?
- ¿Cuál de los tres números 1, 0 y -2 es solución de la ecuación $3x - 5 = -x - 1$?

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Incorporación de nuevos términos: *igualdad*, *miembro*, *identidad*, *ecuación*, *incógnita*.

El alumno puede proponer sus propios ejemplos.

Una sucesión de ejemplos no es una prueba en matemáticas. Un contraejemplo sí lo es.

- Criterios de evaluación específicos: 4 - 5

SOLUCIONARIO

6. Di si las siguientes igualdades son identidades o ecuaciones:

- $3t + 5 = 1 + 2t + 4 + t \Rightarrow 3t + 5 = 5 + 3t$. Es una identidad.
- $10 + 2x = 4x$. Sólo es cierto si $x = 5$. Es una

ecuación.

- $3a + 1 = 6 - 2a$. Sólo es cierto si $a = 1$. Es una ecuación.
- $x - 5 + 6x = 13 - 2x$. Sólo es cierto si $x = 2$. Es una ecuación.

7. En las siguientes ecuaciones indica si los números dados son o no solución de las mismas.

Sustituyendo en cada expresión el valor dado queda:

- $3 - 5 \cdot 2 = 4 \cdot 2 - 15$; $x = 2 \Rightarrow -7 = -7$; $x = 2$ es solución.
- $4 \cdot (-1) + 6 = 2 \cdot (-1) + 4 \Rightarrow 2 = 2$; $a = 1$ es solución.
- $4 \cdot (-1) + 8 \neq 8 \cdot (-1) + 4 \Rightarrow 4 \neq -4$; $t = -1$ no es solución.
- $5 \cdot 0,4 = 2$; $x = 0,4$ es solución.

8. La igualdad $2x^2 + 5 = 2(x + 3) - 3x$ es verdadera para uno de los tres valores siguientes de la letra x . $x = 2$, $x = -1$, $x = -3$. ¿Cuál de ellos es el válido?

Para $x = 2$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \times 2^2 + 5 = 8 + 5 = 13 \\ 2(2 + 3) - 3 \times 2 = 10 - 6 = 4 \end{array} \right\} x = 2 \text{ no es válido.}$$

Para $x = -1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \times (-1)^2 + 5 = 2 + 5 = 7 \\ 2(-1 + 3) - 3 \times (-1) = 4 + 3 = 7 \end{array} \right\} x = -1 \text{ es el válido.}$$

Para $x = -3$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \times (-3)^2 + 5 = 18 + 5 = 23 \\ 2(-3 + 3) - 3 \times (-3) = 0 + 9 = 9 \end{array} \right\} x = -3 \text{ no es válido.}$$

9. ¿Cuál de los tres números 1, 0 y -2 es solución de la ecuación $3x - 5 = -x - 1$?

$x = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \times 1 - 5 = -2 \\ -1 - 1 = -2 \end{array} \right\} \text{ el 1 es solución.}$$

$x = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \times 0 - 5 = -5 \\ -0 - 1 = -1 \end{array} \right\} \text{ el 0 no es solución.}$$

$x = -2$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \times (-2) - 5 = -11 \\ -(-2) - 1 = 1 \end{array} \right\} \text{ el -2 no es solución.}$$

► Pág. 130 - 131. 5 Resolución de ecuaciones

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

5 Resolución de ecuaciones

Una ecuación es una igualdad en la que una cantidad es desconocida.
Resolver una ecuación es encontrar los valores que hacen verdadera la igualdad.
Estos valores se llaman soluciones de la ecuación.

Tradicionalmente se designa x a la cantidad desconocida o incógnita.

Pueden utilizarse las siguientes reglas, llamadas transformaciones de equivalencia, para resolver una ecuación:

TRANSFORMACIONES DE EQUIVALENCIA →

1ª. Sumar o restar x a los dos miembros de una ecuación un mismo número o una misma expresión literal.
2ª. Multiplicar o dividir los dos miembros por un número no nulo o por una expresión literal distinta de cero.

Estas transformaciones sirven para reducir la ecuación original a otra más simple del tipo $ax = b$, cuyo solución es el número $x = \frac{b}{a}$, o a una del tipo $a + x = b$, cuyo solución es $x = b - a$.

EJEMPLO

1 Resuelve la ecuación $4x - 6 = 2x + 4$

Usaremos las transformaciones de equivalencia para conseguir dejar los términos que contienen a la incógnita en un miembro y los que no en el otro:

1ª. Sumamos 6 a los dos miembros: $4x - 6 + 6 = 2x + 4 + 6$, es decir: $4x = 2x + 10$.

2ª. Restamos $2x$ a ambos miembros: $4x - 2x = 2x + 10 - 2x$, y expresado queda: $2x = 10$.

3ª. Dividimos los dos miembros de la ecuación por 2: $\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ y simplificado obtenemos: $x = 5$.

4ª. La solución de la ecuación es $x = 5$.

RECUERDA QUE...

Si la ecuación contiene fracciones se recomienda multiplicar todos los términos por el mismo número múltiplo de los denominadores.

Observa que lo que se consigue al aplicar la primera transformación de equivalencia es cambiar los términos de miembros simplemente cambiando de signo.

En efecto de la ecuación $4x - 6 = 2x + 4$ se obtiene $4x - 2x = 4 + 6$, es decir: $2x = 10$.

Consecuentemente se puede decir que "lo que está sumado pasa al otro miembro restando y lo que está restando pasa al otro miembro sumando". Esta operación se llama **trasponer términos**.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Las ecuaciones dan sentido a la escritura literal.

Se pueden consolidar las transformaciones de equivalencia mediante ejemplos numéricos.

• **Criterios de evaluación específicos:** 1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 7 - 8

SOLUCIONARIO

10. Explica qué transformaciones han permitido obtener, en cada caso, la segunda ecuación a partir de la primera.

- $3 + 6x = 5 \Rightarrow 6x = 2$. Restar 3 a los miembros
- $7 = 2x - 3 \Rightarrow 10 = 2x$. Sumar 3 a los dos miembros.
- $8x + 4 = 6 + 2x \Rightarrow 4x + 2 = 3 + x$. Dividir por 2 los dos miembros.
- $1 - 5x = 6 \Rightarrow -5 = 5x$. Sumar $5x$ y restar 6 a los dos miembros.

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $2x - 6 = 8 \Rightarrow 2x = 8 + 6 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$
- $3 + 9x = -6 \Rightarrow 9x = -6 - 3 \Rightarrow 9x = -9 \Rightarrow x = -1$

TEMA 7

EJEMPLOS

1. Resuelve la ecuación: $\frac{x}{2} + 3 = 2x - \frac{3x}{4}$

1. Multiplicamos la ecuación por 4 para eliminar el denominador y simplificamos el resultado:

$$\frac{4x}{2} + 30 = 12x - \frac{12x}{4} \Rightarrow 2x + 30 = 12x - 3x$$

2. Transformamos la expresión agrupando términos:

$$2x + 30 = 12x - 3x \Rightarrow 2x + 30 = 9x - 3x \Rightarrow -7x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

3. La solución es $x = \frac{2}{7}$.

2. Resuelve la ecuación: $x + 3(2 - 2x) = 3 + 4 + 6$

En este caso la ecuación contiene operaciones indicadas, por tanto es conveniente realizar estas operaciones en primer lugar y luego resolver la ecuación.

1. Eliminamos paréntesis realizando las operaciones indicadas: $x + 3 \cdot 2 + 6 = 3 + 4 + 6$

2. Transponemos términos: $x + 6 + 6 = 3 + 4 + 6$, de donde $6x = 11$ y por tanto $x = 2$.

3. La solución es $x = 2$.

EJERCICIOS

1. Escribe las transformaciones que permitas obtener, en cada caso, la segunda ecuación a partir de la primera.

a) $3 + 6x = 5 \Rightarrow 6x = 2$

b) $7 - 2x = 3 \Rightarrow 6x = 2x$

c) $8x + 4 = 4 + 2x \Rightarrow 4x + 3 = 3 + x$

d) $1 - 5x + 6 = -5 + 3x$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 4 = 6$

b) $3 + 9x = -6$

c) $2x + 4 = 4 + 2$

d) $2x + 3 = 5x$

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x}{3} + 2 = 1$

b) $\frac{x}{5} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{x}{2} + 1 = 2$

d) $\frac{x}{3} = 2$

4. Mismo ejercicio:

a) $2x + 3 = -2x + 10$

b) $\frac{x}{2} - 3 = 2x - 14$

c) $\frac{x+3}{3} + \frac{1}{2} = x + \frac{5}{2}$

d) $4 - (6 - 2t) + t = 2(t + 2) - 1$

c) $2a + 6 = a + 5 \Rightarrow 2a - a = 5 - 6 \Rightarrow a = -1$
 d) $2 = 3 - 5a \Rightarrow 5a = 3 - 2 \Rightarrow 5a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$

12. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x}{3} = -1 \Rightarrow x = -3$

b) $\frac{x}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 3$

c) $\frac{x}{7} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{x}{7} = 2 - 1 \Rightarrow \frac{x}{7} = 1 \Rightarrow x = 7$

d) $\frac{2}{3}x = -2 \Rightarrow 2x = 2 \cdot -3 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3$

13. Mismo ejercicio:

a) $3a + 5 = -2a + 10 \Rightarrow 3a + 2a = 10 - 5 \Rightarrow 5a = 5$
 $\Rightarrow a = 1$

b) $\frac{x}{2} - 5 = 2x - 14$. Multiplicando toda la ecuación por 2 queda: $x - 10 = 4x - 28 \Rightarrow x - 4x = -28 + 10 \Rightarrow -3x = -18 \Rightarrow x = 6$

c) $\frac{x-2}{3} + \frac{1}{2} = x + \frac{5}{2}$. Como m.c.m. (3, 2) = 6 se

multiplica la ecuación por 6 y queda: $2(x-2) + 3 = 6x + 15 \Rightarrow 2x - 4 + 3 = 6x + 15 \Rightarrow 2x - 6x = 15 + 4 - 3 \Rightarrow -4x = 16 \Rightarrow x = -4$

d) $4 - (6 - 2t) + t = 2(t + 2) - 1 \Rightarrow 4 - 6 + 2t + t = 2t + 4 - 1 \Rightarrow 2t + t - 2t = 4 - 1 - 4 + 6 \Rightarrow t = 5$

► Pág. 132 - 133 **6** Resolución de problemas

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

6 Resolución de problemas

La resolución de problemas supone trabajar el enunciado del mismo al lenguaje algebraico y encontrar la solución de la ecuación resultante.

En general es necesario presentar de forma ordenada y clara los pasos que se realizan en los ejemplos siguientes.

EJEMPLOS

1 Raúl quiere comprar algunos discos para su ordenador y observa que si compra un paquete de 3 unidades todavía le faltan 4 euros, pero para comprar un paquete de 5 unidades le faltan 2 euros, ¿cuál es el precio de un disco y cuántos discos lleva Raúl?

1ª Elige la incógnita. Sea $x =$ precio de un disco.

2ª Plantea la ecuación:

Si al comprar 3 discos le faltan 4 euros, Raúl lleva $3x = 4$ euros.

Si compra 5 discos le faltan 2 euros, entonces Raúl lleva $5x = 2$ euros.

Como en ambos casos el disco que lleva es el mismo, tenemos la ecuación del problema:

$$3x + 4 = 5x + 2$$

3ª Resuelve la ecuación:

$$3x + 4 = 5x + 2 \Rightarrow 3x - 5x = -2 + 4 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-2} = 1 \text{ euro}$$

4ª Comprueba la solución:

Si $x = 1$ resulta $3x = 3 = 1 + 2$ y también $5x = 5 = 2 + 3$, luego cada disco vale 1 euro y Raúl lleva 3 euros.

2 Sumando la edad y el triple de un número, se obtiene 96. ¿De qué número se trata?

1ª Elige la incógnita. El número es el número buscado.

2ª Plantea la ecuación:

La edad del número: x

El triple del número: $3x$

Se debe cumplir: $x + 3x = 96$

3ª Resuelve la ecuación:

$$\frac{x}{1} + 3x = 96 \Rightarrow \text{multiplicamos toda la ecuación por 1 para eliminar denominadores queda:}$$

$$x + 3x = 96 \Rightarrow 4x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{4} = 24$$

4ª Comprueba la solución:

La solución es $x = 24$.

La edad es 24 y el triple del número es 72, luego $24 + 72 = 96$ y la solución es correcta.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Los alumnos pueden plantear problemas similares a los de los ejemplos 9, 10 y 11 con datos propios.

El ejemplo 11 se presta a múltiples situaciones particulares de los alumnos.

• Criterios de evaluación específicos: 7 - 8 - 9 - 10

SOLUCIONARIO

14. Determina un número tal que su triple aumentado en 6 unidades es igual a cinco veces dicho número, disminuido en 10.

Sea $x = n.º$ buscado

Ecuación del problema: $3x + 6 = 5x - 10$

Resolución: $3x - 5x = -10 - 6 \Rightarrow 2x = -16 \Rightarrow x = 8$

15. Un padre tiene 40 años y su hijo 15. ¿Cuán-

tos años deben transcurrir para que la edad del padre sea doble que la del hijo?

Sea $x = n.º$ de años que deben transcurrir.

	hoy	dentro de x años
Padre	40	$40 + x$
Hijo	15	$15 + x$

Ecuación del problema: $40 + x = 2(15 + x)$

Resolución: $40 + x = 30 + 2x \Rightarrow 40 - 30 = 2x - x \Rightarrow x = 10$

Solución: Dentro de 10 años.

16. Determina dos números consecutivos tales que la diferencia entre el menor y la cuarta parte del mayor sea igual a 17.

Dos números consecutivos pueden ser $x, x + 1$.

Ecuación del problema: $x - \frac{x+1}{4} = 17$

TEMA 7

11. Juan tiene 13 años y su padre 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la suma de sus edades sea 77 años?

1ª. Elige la incógnita. Normalmente se toma como incógnita la cantidad que se quiere determinar. Se suele llamar x .

x = número de años que han de transcurrir.

2ª. Plantea la ecuación:

No ayudamos con una tabla:

	Hoy	Después de x años
Juan	13	$13 + x$
Padre	42	$42 + x$

Se debe cumplir: $13 + x + 42 + x = 77$

3ª. Resuelve la ecuación:

$$13 + x + 42 + x = 77 \Rightarrow x + x = 77 - 13 - 42 \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{2} = 11$$

4ª. Comprueba la solución:

La solución es $x = 11$ años.

Después de 11 años Juan tendrá 24 y su padre 53, por tanto $24 + 53 = 77$ y la solución es correcta.

EXERCICIOS

1. Determina un número tal que si a su triple le sumas 6 unidades resulte cinco veces dicho número, por disminuido en 10.

2. Un padre tiene 40 años y su hijo 15. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad del padre sea doble que la del hijo?

3. Determina dos números consecutivos tales que la diferencia entre el mayor y la cuarta parte del mayor sea igual a 17.

4. Encuentra tres números impares consecutivos tales que su suma sea 57.

5. Me faltan 1,8 € para comprar mi revista de informática preferida. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarán 2 €. ¿Cuánto tengo y cuánto me cuesta la revista?

6. Dos albañiles que trabajan asociados cobran 1400 € como pago de un trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó cinco días y el otro solo dos días?

10

Resolución: multiplicando por 4 queda:

$$4x - (x + 1) = 68 \Rightarrow 4x - x - 1 = 68 \Rightarrow 3x = 69 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 23$$

Solución: los números son 23 y 24.

17. Encuentra tres números impares consecutivos tales que su suma sea 57.

Si x es el menor, tres impares consecutivos son $x, x + 2, x + 4$

$$\text{Ecuación del problema: } x + x + 2 + x + 4 = 57$$

$$\text{Resolución: } 3x + 6 = 57 \Rightarrow 3x = 51 \Rightarrow x = 17$$

Solución: los números buscados son 17, 19 y 21

18. Me faltan 1,8 € para comprar mi revista de informática preferida. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarán 2 €. ¿Cuánto tengo y cuánto me cuesta la revista?

x = dinero que tengo

$$\text{precio revista: } x + 1,8 = 2x - 2 \Rightarrow 1,8 + 2 = 2x - x$$

$$\Rightarrow x = 3,8 \text{ €}$$

Tengo 3,8 € y la revista cuesta $3,8 + 1,8 = 5,6 \text{ €}$

19. Dos albañiles que trabajan asociados cobran 1400 € como pago de un trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes que el otro?

Si cada uno cobra de forma proporcional al trabajo hecho, la ecuación es $x + \frac{2x}{5} = 1400$

$$\text{Resolviendo: } 5x + 2x = 1400 \times 5 \Rightarrow 7x = 7000 \Rightarrow$$

$$x = 1000, \text{ uno debe cobrar } 1000 \text{ € y el otro } \frac{2}{5} \text{ de } 1000 = 400 \text{ €}.$$

► Pág. 136. Ejercicios

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

EJERCICIOS

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. VALOR NUMÉRICO.

20. Expresa en el lenguaje ordinario las siguientes expresiones algebraicas:

- $a + \frac{b}{2}$
- $2(p + q)$
- $m - n$
- $x^2 - y^2$
- $(x - y)^2$
- x^2
- $(2x)^2$
- $2p + 5$
- $2x - x^2$

21. Expresa la longitud utilizando el lenguaje ordinario de las figuras siguientes:

a) Perímetro:  Área:  b) Área y perímetro: 

22. Escribe un lenguaje algebraico:

- La suma de la mitad de un número más el triple de otro.
- La diferencia de un número menos el cuadrado de otro.
- El cubo de un número más el triple.
- La mitad de un número, más la cuarta parte de otro.
- El doble de p, más el triple de la cantidad.
- El cuadrado de la suma de dos números.
- La suma de los cuadrados de dos números.
- El número que representa el número que p.

23. Pedro tiene x euros. En cuánto más tiene Juan si:

- Tiene 10 euros más que Pedro.
- Tiene 5 veces tantos que Pedro.
- Tiene el doble de euros que Pedro.
- Tiene la sexta parte de euros que Pedro.
- Tiene 4 veces más que Pedro.

24. Escribe mediante una expresión algebraica el perímetro de las siguientes figuras:

25. Calcula el área y el perímetro de:

- $a = 2 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$.
- $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 1,8 \text{ cm}$.

26. Escribe el área de las siguientes figuras mediante una expresión algebraica:

27. Si 10 kg de manzanas, naranjas y uvas, 10 kg de manzanas y 10 kg de plátanos y 10 kg de plátanos y naranjas y 10 kg de plátanos:

- 10 kg de manzanas.
- 10 kg de plátanos.
- 10 kg de manzanas y 10 kg de plátanos.
- 10 kg de manzanas y 10 kg de plátanos.
- 10 kg de plátanos, 10 kg de manzanas y 10 kg de plátanos.

28. Completa la tabla indicando el valor numérico de cada expresión para los distintos valores de x.

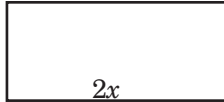
Expresión	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
$2x + 5$				
$3x - 1$				
$x^2 + 2$				
$x^2 + 5x - 3$				

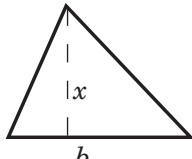
SOLUCIONARIO

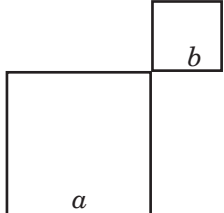
20. Expresa en lenguaje ordinario las siguientes expresiones algebraicas:

- $a + \frac{b}{2}$ es la suma de un número más la mitad de otro.
- $2(p + q)$ es el doble de la suma de dos números.
- $m - n$ es la diferencia de dos números.
- $x^2 - y^2$ es la diferencia de los cuadrados de dos números.
- $(x - y)^2$ es el cuadrado de la diferencia de dos números.
- x^2 es el dolo del cuadrado de un número.
- $(2x)^2$ es el cuadrado del doble de un número.
- $2p + 5$ es la suma del doble de un número más 5.
- $2x - x^2$ es la diferencia entre el doble de un número y su cuadrado.

21. Expresa la magnitud solicitada en cada una de las figuras siguientes:

- a)  Perímetro: $P = x + x + 2x + 2x = 6x$

- b)  Área: $A = \frac{b \cdot x}{2}$

- c)  Área: $a^2 + b^2$
Perímetro: $4a + 4b$

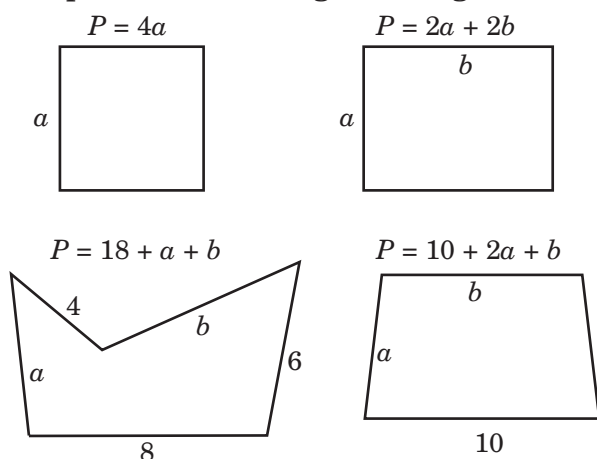
22. Escribe en lenguaje algebraico:

- La suma de la mitad de un número con el triple de otro: $\frac{n}{2} + 3m$
- La diferencia de un número y el cuadrado de otro: $a - b^2$.
- El cubo de un número más su triple: $x^3 + 3x$
- La mitad de un número más la cuarta parte de otro: $\frac{p}{2} + \frac{q}{4}$
- El doble de y más el triple de su cuadrado: $2y + 3y^2$.
- El cuadrado de la suma de tres números: $(a + b + c)^2$.
- La suma de los cuadrados de tres números: $a^2 + b^2 + c^2$.
- El número par siguiente al número par p : $p + 2$.

23. Pedro tiene x euros. Di cuántos tiene Juan si:

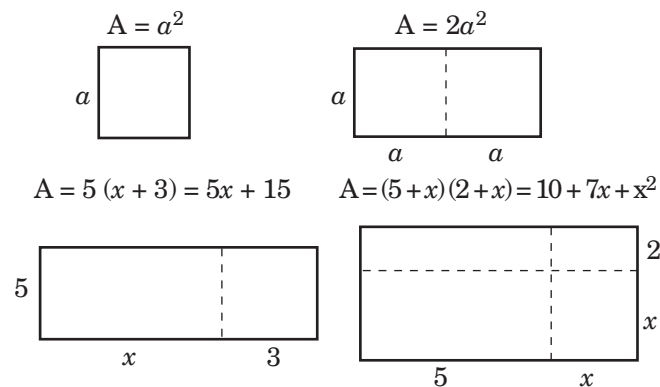
- Tiene 10 euros más que Pedro: $x + 10$.
- Tiene 5 euros menos que Pedro: $x - 5$.
- Tiene el doble de euros que Pedro: $2x$.
- Tiene la sexta parte de euros que Pedro: $\frac{x}{6}$.
- Tiene 4 veces más que Pedro: $4x$.

24. Expresa mediante una expresión algebraica el perímetro de las siguientes figuras:



- $a = 2 \text{ cm}$ $b = 8 \text{ cm}$
 $P = 4a \Rightarrow P = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$
 $P = 2a + 2b \Rightarrow P = 2 \times 2 + 2 \times 8 = 4 + 16 = 20 \text{ cm}$
 $P = 18 + a + b \Rightarrow P = 18 + 2 + 8 = 28 \text{ cm}$
 $P = 10 + 2a + b \Rightarrow 10 + 2 \times 2 + 8 = 22 \text{ cm}$
- $a = 3,5 \text{ cm}$ $b = 2,8 \text{ cm}$
 $P = 4a \Rightarrow P = 4 \times 3,5 = 14 \text{ cm}$
 $P = 2a + 2b \Rightarrow P = 2 \times 3,5 + 2 \times 2,8 = 7 + 5,6 = 12,6 \text{ cm}$
 $P = 18 + a + b \Rightarrow P = 18 + 3,5 + 2,8 = 24,3 \text{ cm}$
 $P = 10 + 2a + b \Rightarrow P = 10 + 2 \times 3,5 + 2,8 = 10 + 7 + 2,8 = 19,8 \text{ cm}$

25. Expresa el área de las siguientes figuras mediante una expresión algebraica.



26. Si el kg de manzanas cuesta x euros, el kg de naranjas y euros y el kg de plátanos z euros indica el precio de:

- 3 kg de manzana: $3x$
- 5 kg de plátanos: $5z$
- 3 kg de naranjas y 2 kg de manzanas: $3y + 2x$
- 10 kg de manzanas y 6 de plátanos: $10x + 6z$
- 3 kg de manzanas, 4 kg de naranjas y 5 kg de plátanos: $3x + 4y + 5z$

27. Completa la tabla calculando el valor numérico de cada expresión para los distintos valores de x :

Valor de x	2	-1	-2	$\frac{1}{2}$
$2x + 3$	7	1	-1	4
$3x - 1$	5	-4	-7	$\frac{1}{2}$
$x^2 + 2$	6	3	6	$\frac{9}{4}$
$x^2 + 3x - 5$	5	-7	-7	$-\frac{13}{4}$

► Pág. 137. Ejercicios

TEMA 7

REDUCCIÓN DE EXPRESIONES

28. Encuentra las parejas de expresiones iguales:

a) $ab + c$	b) $ac + ab$
c) $ab + c$	d) $ab + ac$
e) $ac + b$	f) $ab + ac$

29. Busca al intruso:

a) $26xy$	b) $12 + 6xy$
c) $26xy$	d) $4xy + 5$
e) $26xy + 6xy$	f) $4 + (2xy)$

30. Desarrolla las expresiones siguientes:

a) $5(x + 3)$	b) $12 + (12 + 3x)$
c) $4(1 - a)$	d) $4(2a + 5)$
e) $-6(1 - z)$	f) $4(1 - 3x)$

31. Desarrolla y luego reduce las expresiones siguientes:

a) $5x + 3(2x + 1)$	b) $12 + 5(2x + 3)$
c) $4(1 - a) + 3(2x + 1)$	d) $4(2a + 5) + 3(2x + 1)$
e) $-6(1 - z) + 3(2x + 1)$	f) $4(1 - 3x) + 3(2x + 1)$

32. Mismo ejercicio:

a) $(x + 5)(x + 2)$	b) $(x + 3)(x - 1)$
c) $(b - 5)(b + 2)$	d) $(a + 3)(a - 5)$
e) $(2x + 1)(x + 4)$	f) $(x + 3)^2$

33. Reduce las siguientes expresiones:

a) $6x + 3x - 5x$	b) $x^2 - 2x^2 + 5x^2$
c) $3x^3 - 5x^3 + x^3$	d) $a^2 + 3a^2 + 5a^2$

28. Encuentra las parejas de expresiones iguales:

- a) y f) $a(b - c) = ab - ac$
 c) y d) $a(b + c) = ab + ac$
 b) y e) $a(c - b) = ac - ab$

29. Busca al intruso.

El intruso es $26xy$

30. Desarrolla las expresiones siguientes:

- a) $5(x + 3) = 5x + 15$
 b) $(-2) \times (2 + 3y) = -4 - 6y$
 c) $6(1 - a) = 6 - 6a$
 d) $4(2a + 5) = 8a + 20$
 e) $-6(1 - z) = -6 + 6z$
 f) $8(-3b + 2) = -24b + 16$

31. Desarrolla y luego reduce las expresiones siguientes:

- a) $8 + 3(2x + 1) = 8 + 6x + 3 = 6x + 11$

b) $-2x + 5(2 - x) = -2x + 10 - 5x = 10 - 7x$

c) $8 - (6 - 4x) = 8 - 6 + 4x = 2 + 4x$

d) $-(-3x + 2) + 9 = 3x - 2 + 9 = 3x + 7$

e) $-3(x - 2) + 4(x - 1) = -3x + 6 + 4x - 4 = x + 2$

f) $3(2x - 1) + 6(2 - 3x) = 6x - 3 + 12 - 18x = 9 - 12x$

32. Mismo ejercicio:

a) $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$

b) $(x + 3)(x - 1) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$

c) $(b - 5)(b + 2) = b^2 + 2b - 5b - 10 = b^2 - 3b - 10$

d) $(a + 3)(a - 5) = a^2 - 5a + 3a - 15 = a^2 - 2a - 15$

e) $(2x + 1)(x + 4) = 2x^2 + 8x + x + 4 = 2x^2 + 9x + 4$

f) $(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$

33. Reduce las siguientes expresiones:

a) $6x + 3x - 5x = (6 + 3 - 5)x = 4x$

b) $x^2 - 2x^2 + 5x^2 = (3 - 2 + 5)x^2 = 6x^2$

c) $3x^3 - 5x^3 + x^3 = (3 - 5 + 1)x^3 = -x^3$

d) $a^2 + 3a^2 + 5a^2 = (1 + 3 + 5)a^2 = 9a^2$

- e) $3a + 5a + 7a = (3 + 5 + 7)a = 15a$
 f) $4z^2 - z^2 + 6z^2 - 5z^2 = (4 - 1 + 6 - 5)z^2 = 4z^2$

34. Mismo ejercicio:

- a) $2x + 3x^2 - 5x + 7x^2 = (2 - 5)x + (3 + 7)x^2 = -3x + 10x^2$
 b) $3ab + 2b + 5ab - 4b = 8ab - 2b$
 c) $2 + 5x - 6x^2 + 8 - 3x + x^2 - 1 = 9 + 2x - 5x^2$
 d) $2x^2 + 3x + 5x^2 - x = 7x^2 + 2x$
 e) $3a^2b + 2ab^2 - 5ab + a^2b - ab^2 = 4a^2b + ab^2 - 5ab$
 f) $3m + 2mn + 5m - 6mn + 4 = 8m - 4mn + 4$

35. Todas las ecuaciones siguientes tienen la misma solución excepto una. ¿Cuál?

- a) $3x + 5 = 2 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$
 b) $3x + 8 = 5 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$
 c) $3x = -3 \Rightarrow x = -1$
 d) $3x + 2 = 1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

La d) es la que no tiene la misma solución.

36. Todas las ecuaciones siguientes tienen la misma solución excepto una. ¿Cuál?

- a) y d) $3x - 18 = 7$ y $3(x - 6) = 7$
 b) y f) $\frac{x}{5} - 4 = 2$ y $20 - x = -10$
 c) y e) $10 = 20 - x$ y $x - 2(x - 6) + 8 = 10$

37. Resuelve mentalmente.

- a) $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$
 b) $3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$
 c) $3 + x = 8 \Rightarrow x = 5$
 d) $x - 8 = 10 \Rightarrow x = 18$
 e) $3x = 12 \Rightarrow x = 4$
 f) $\frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$
 g) $2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$
 h) $4x - 20 = 0 \Rightarrow x = 5$
 i) $2x + 3 = 5 \Rightarrow x = 1$

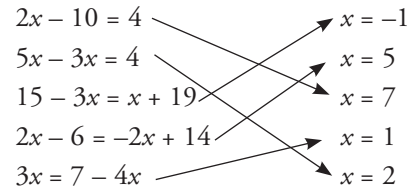
38. Escribe los siguientes enunciados mediante una ecuación y resuélvela después:

- a) Un número más 7 es igual a 5; $x + 7 = 5 \Rightarrow x = 5 - 7 \Rightarrow x = -2$
 b) La diferencia de un número y 3 es igual a 4; $x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7$
 c) El doble de un número es igual a 10; $2x = 10 \Rightarrow x = 5$
 d) La mitad de un número vale 14; $\frac{x}{2} = 14 \Rightarrow x = 28$
 e) La suma del doble de un número y su tercera parte vale 7.
 $2x + \frac{x}{3} = 7 \Rightarrow 6x + x = 21 \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3$
 f) La suma de un número más su mitad, más su cuarta parte, es igual a 14.
 $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 14 \Rightarrow 4x + 2x + x = 56 \Rightarrow 7x = 56 \Rightarrow x = 8$
 g) La diferencia entre un número y su tercera parte es 6.
 $x - \frac{x}{3} = 6 \Rightarrow 3x - x = 18 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9$

- h) El doble de un número más su mitad es 10.

$$2x + \frac{x}{2} = 10 \Rightarrow 4x + x = 20 \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4 = 14$$

39. Asocia cada ecuación con su solución:



40. Completar:

- a) Si $x + 2 = 5$ entonces $x + 2 + 3 = 5 + 3$
 b) Si $x = 7$ entonces $2x = 14$
 c) Si $3x - 6 = 9$ entonces $3x = 6 + 9$
 d) Si $x + y = 6$ entonces $x + y + z = 6 + z$
 e) Si $a + b = 5$ entonces $a + b - 5 = 0$

► Pág. 138. Ejercicios

EL ÁLGEBRA Y SU LENGUAJE

El álgebra ayuda a resolver los problemas

1. Si $2x - 14 = 2$ Si $3x - 1 = 5$

2. Si $7x + 2 = 5x + 10$ Si $2x + 3 + 3x = x + 11$

3. Si $-x = 6$ Si $-x + 5 = 1$

4. Si $-3x + 9 = 3$ Si $2x - 7 = 6x + 1$

5. Si $5x + 2 = 8x + 11$ Si $5x - 8x = 11 - 2$

6. Si $2x - 7 = 6x + 1$ Si $2x - 6x = 1 + 7$

7. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

8. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

9. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

10. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

11. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

12. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

13. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

14. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

15. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

16. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

17. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

18. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

19. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

20. Si $3x + 6 = 4x + 8$ Si $3x - 4x = 8 - 6$

PROBLEMAS

1. El triple de un número es 60. ¿Cuál es el número?

2. El doble de un número menos su mitad es 15. ¿Cuál es el número?

3. La suma de dos números consecutivos es 15. ¿Cuáles son esos números?

4. El perímetro de un cuadrado es 28 cm. ¿Cuánto mide su lado?

5. Pedro tiene el doble de edad que Juan y entre los dos suman 36 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

6. Reunieron 75 euros entre Ana y María. Ana se llevó 15 euros más que María. ¿Cuánto recibió cada una?

7. Ana, Juan y María son de una familia. Entre los tres suman 114 € y 2 hermanos de 30 € que suman 5 euros menos. En total pagaron 20 euros. ¿Cuánto recibió cada uno de los tres?

8. La base de un triángulo es triple que su altura. Si su perímetro mide 36 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

9. Un triángulo tiene dimensiones 10 cm y 7 cm. ¿Cuánto mide su hipotenusa si el área mide 35 cm²?

10. Un rectángulo tiene un área de 180 m² y su perímetro es 54 m. ¿Cuál es la longitud de cada lado?

11. Las tres edades suman 100 años. Si la edad de la madre es el doble de la del hijo y la del padre es el triple de la del hijo. ¿Cuál es la edad de cada uno?

12. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

13. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

14. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

15. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

16. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

17. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

18. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

19. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

20. Un padre tiene 45 años y su hijo 15 años. ¿Cuántos años faltan para que la suma de sus edades sea 100 años?

41. a) $2x - 14 = 2 \Rightarrow x = 2x = 16 \Rightarrow x = 8$

b) $3x - 1 = 5 \Rightarrow x = 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

42. a) $7x + 2 = 5x + 10 \Rightarrow 7x - 5x = 10 - 2 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

b) $2x + 3 + 3x = x + 11 \Rightarrow 2x + 3x - x = 11 - 3 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$

43. a) $-x = 6 \Rightarrow x = -6$

b) $-x + 5 = 1 \Rightarrow 5 - 1 = x \Rightarrow x = 4$

44. a) $-3x + 9 = 3 \Rightarrow 9 - 3 = 3x \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 2$

b) $2x - 7 = 6x + 1 \Rightarrow 2x - 6x = 1 + 7 \Rightarrow -4x = 8 \Rightarrow x = -2$

45. a) $5x + 2 = 8x + 11 \Rightarrow 5x - 8x = 11 - 2 \Rightarrow -3x = 9 \Rightarrow x = -3$

b) $2(x + 1) = 4 \Rightarrow 2x + 2 = 4 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

46. a) $3(x + 2) = 4(x + 2) \Rightarrow 3x + 6 = 4x + 8 \Rightarrow 3x - 4x = 8 - 6$

$$= 8 - 6 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

b) $5(3 - 2x) = 5 - 8x \Rightarrow 15 - 10x = 5 - 8x \Rightarrow -10x + 8x = 5 - 15 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = 5$

47. a) $3(x - 2) = 9 \Rightarrow 3x - 6 = 9 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$

b) $2(x - 1) + 3(2x - 2) = -3 \Rightarrow 2x - 2 + 6x - 6 = -3 \Rightarrow 2x + 6x = -3 + 2 + 6 \Rightarrow 8x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{8}$

48. a) $4(2x - 1) - 2(x - 3) + 3(2 - 3x) = 2 \Rightarrow 8x - 4 - 2x + 6 + 6 - 9x = 2 \Rightarrow 8x - 2x - 9x = 2 + 4 - 6 - 6 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$

b) $\frac{x-1}{2} = 5 \Rightarrow x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11$

49. a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 6 \Rightarrow$ (multiplicamos por 6) $\Rightarrow 3x + 2x + x = 36 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6$

b) $\frac{x}{5} - 5 = -2 \Rightarrow$ (multiplicamos por 5) $\Rightarrow x - 25 = -10 \Rightarrow x = -10 + 25 \Rightarrow x = 15$

50. a) $-8(5 - 2x) = 3(x - \frac{1}{3}) \Rightarrow -40 + 16x = 3x - 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 13x = 39 \Rightarrow x = 3$

b) $3(5 + \frac{x}{3}) = \frac{7}{3} + 2(\frac{1}{3} - \frac{x}{2}) \Rightarrow 15 + x = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} -$
 $-x \Rightarrow 15 + x = 3 - x \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow x = -6$

51. El triple de un número es 60. ¿Cuál es ese número?

$x = n.º$ buscado.

Ecuación del problema: $3x = 60$. Dividiendo por 3:
 $x = 20$.

Solución: $x = 20$

52. El doble de un número menos su mitad es 21. ¿Cuál es ese número?

$x = n.º$ buscado.

Ecuación del problema: $2x - \frac{x}{2} = 21$.

Solución: $4x - x = 42 \Rightarrow 3x = 42 \Rightarrow x = 14$

53. La suma de dos números consecutivos es 15. ¿Cuáles son esos números?

Los números buscados son x y $x+1$

Ecuación del problema: $x + x + 1 = 15 \Rightarrow 2x = 14$
 $\Rightarrow x = 7$.

Solución: los números son 7 y 8

54. El perímetro de un cuadrado es 28 cm. ¿Cuánto mide su lado?

$x =$ longitud del lado del cuadrado

Ecuación del problema: $4x = 28$

Solución: $x = 7$ cm

55. Pedro tiene el doble de edad que Juan y entre los dos suman 36 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

$x =$ edad de Juan, $2x =$ edad de Pedro

Ecuación del problema: $x + 2x = 36$

Resolución: $3x = 36 \Rightarrow x = 12$

Solución: Juan tiene 12 años y Pedro 24 años.

56. Repartimos 75 euros entre Ana y María. Ana se lleva 15 euros más que María. ¿Cuánto recibe cada una?

$x =$ cantidad para María, $x + 15 =$ cantidad para Ana

Ecuación del problema: $x + x + 15 = 75$

Resolución: $2x = 75 - 15 \Rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30$

Solución: Para María 30 €, para Ana 45 €

57. Ana, Juan y Luisa van al circo. Compran una entrada de 1ª fila y 2 entradas de 3ª fila que cuestan 5 euros menos. En total pagaron 26 euros. ¿Cuánto cuesta cada tipo de entrada?

$x =$ precio entrada 1.ª fila; $x - 5 =$ precio entrada 2.ª fila

Ecuación del problema: $x + 2(x - 5) = 26$

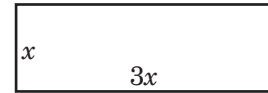
Resolución: $x + 2x - 10 = 26 \Rightarrow 3x = 26 + 10 \Rightarrow$
 $3x = 36 \Rightarrow x = 12$

Solución: Entrada 1.ª fila = 12 €

Entrada 2.ª fila = 7 €

58. La base de un rectángulo es triple que su al-

tura. Si su perímetro mide 16 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

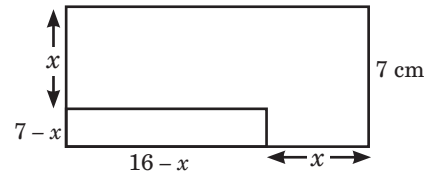


Ecuación del problema: $x + x + 3x + 3x = 16$

Resolución: $8x = 16 \Rightarrow x = 2$

Solución: Las dimensiones son 2 cm y 6 cm

59. Un rectángulo tiene dimensiones 16 cm y 7 cm. ¿Cuántos centímetros se deben quitar en cada lado para obtener otro rectángulo de perímetro 30 cm?

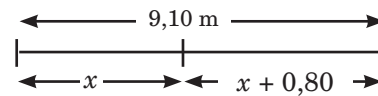


Ecuación del problema: $2(16 - x) + 2(7 - x) = 30$

Resolución: $32 - 2x + 14 - 2x = 30 \Rightarrow -4x = 30 - 32 -$
 $-14 \Rightarrow -4x = -16 \Rightarrow x = 4$

Solución: Se deben quitar 4 cm

60. Tenemos una vara de 9,10 m y se parte en dos trozos. El mayor mide 80 cm más que el otro. Calcula la longitud de los dos trozos.



Los trozos miden x y $x + 0,8$ respectivamente (80 cm = 0,80 m)

Ecuación del problema: $x + x + 0,80 = 9,10$

Resolución: $2x = 9,10 - 0,80 \Rightarrow 2x = 8,30 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 4,15$

Solución: Un trozo mide 4,15 m y el otro 4,95 m

61. Lucas compra una regla, un cuaderno y una goma gastando en total 30 euros. Sabiendo que el cuaderno cuesta la mitad que la regla y que la goma la sexta parte, ¿cuánto cuesta cada objeto?

$x =$ precio de la regla; $\frac{x}{2} =$ precio cuaderno;

$\frac{x}{6} =$ precio goma

Ecuación del problema: $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} = 30$

Resolución: multiplicando por 6 queda:

$6x + 3x + x = 180 \Rightarrow 10x = 180 \Rightarrow x = 18$

Solución: la regla vale 18 €, el cuaderno 9 € y la goma 3 €

62. Un ciclista que va a 18 km/h tarda 45 minutos en alcanzar a otro que le llevaba una ventaja de 6 km. ¿Qué velocidad lleva el que iba delante?



x = espacio recorrido por el segundo ciclista
 C = punto de encuentro. $45 \text{ min} = 0'75 \text{ h}$
 Espacio recorrido por el ciclista que parte de A:
 $6 + x = 18 \cdot 0'75 \Rightarrow 6 + x = 13,5 \Rightarrow x = 7,5 \text{ km}$
 Velocidad del segundo ciclista:

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow v = \frac{7,5}{0'75} = 10 \text{ km/h}$$

- 63. Mezclando 15 kg de arroz de 1 e/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30 e/kg. ¿Cuál era el precio de la segunda clase de arroz?**

Precio 1.^a clase + Precio 2.^a clase = Precio mezcla

$$15 \cdot 1 + 25 \cdot x = 40 \cdot 1,30$$

$$15 + 25x = 52 \Rightarrow 25x = 37 \Rightarrow x = \frac{37}{25} = 1,48$$

Precio segundo arroz 1,48 €/kg

- 64. Varios amigos y amigas se reparten un premio y les toca 15 € a cada uno. Si hubieran sido cuatro amigos más, hubieran tocado a 3 € menos. ¿Cuántos eran para repartir?**

x = n.º de amigos. Premio = $15x$

$$\text{Ecuación: } 15x = 12(x + 4)$$

$$15x = 12x + 48 \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = 16 \text{ amigos}$$

- 65. En un concurso de televisión, Rafa ha dado el doble de respuestas acertadas que Rubén, pero ha acertado tres respuestas menos que Josevi. Sabiendo que entre los tres han acertado 48 respuestas, ¿cuántas ha acertado cada uno?**

Sea x = n.º de respuestas acertadas de Rafa

Por tanto: $\frac{x}{2}$ = n.º respuesta de Rubén

$x + 3$ = n.º respuesta de Josevi

$$\text{Ecuación: } x + \frac{x}{2} + x + 3 = 48$$

$$2x + x + 2x + 6 = 96 \Rightarrow 5x = 90 \Rightarrow x = 18$$

luego Rafa acertó 18, Rubén 9 y Josevi 21

- 66. Arantxa tiene 43 años y dos hijos, uno de 18 y otro de 16 años. ¿Dentro de cuántos años la suma de las edades de los dos hijos será igual a la edad de la madre?**

Sea x = n.º de años que deben transcurrir

$$\text{Ecuación: } 43 + x = 18 + x + 16 + x$$

$$43 - 18 - 16 = x + x - x \Rightarrow 9 = x$$

Dentro de 9 años Arantxa tendrá 52 y sus hijos 27 y 25

- 67. Un padre promete darle 3 € por cada ejercicio que su hijo resuelva bien, pero por cada uno que resuelva mal el hijo le dará al padre 2 €. Ya va por el ejercicio 26 € y el muchacho ha recibido de su padre 38 €. ¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien y cuántos mal?**

Sea x = n.º de ejercicios bien resueltos

El n.º de ejercicios mal resueltos es $26 - x$

$$\text{Ecuación: } 3x - 2(26 - x) = 38$$

$$3x - 52 + 2x = 38 \Rightarrow 5x = 52 + 38 = 90$$

$$x = 18$$

Ha resuelto 18 bien y 8 mal

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Utilizar el vocabulario adecuado para interpretar y transmitir información sobre el tamaño de los objetos.
- Expresar las medidas efectuadas en las unidades y con la precisión adecuada a la situación y al instrumento utilizado.
- Utilizar, de manera diestra, los instrumentos de medida habituales.
- Reconocer las unidades, múltiplos y submúltiplos de longitud, superficie, volumen, capacidad y masa.
- Conocer las principales unidades que se utilizaban en nuestra Comunidad y su equivalencia con las correspondientes en el sistema métrico decimal.
- Formular y resolver problemas relacionados con la medida.
- Utilizar las equivalencias entre volumen, capacidad y masa.
- Conocer nuestro sistema monetario.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Comprender que significa medir y conocer nuestro sistema métrico decimal
- Conocer las unidades de medida de longitud, superficie, volumen, capacidad y masa.
- Ser capaces de pasar de unas unidades a otras utilizando las equivalencias entre ellas.
- Conocer las “equivalencias agua”
- Utilizar correctamente las equivalencias en nuestro sistema monetario y entender el cambio de moneda.
- Leer y entender un enunciado para aplicar correctamente el método que nos permita resolverlo.
- Ser críticos en el resultado obtenido.
- Escribir correctamente la solución del problema.

CONTENIDOS

- **Conceptos (“saber”)**
 - Unidades de masa.
 - Relación entre las unidades de capacidad, masa y volumen.
 - El euro.
 - Otras medidas.
 - Unidades de medidas tradicionales en diversas zonas.
- **Procedimientos (“Saber hacer”)**
 - Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir información sobre el tamaño de los objetos.
 - Expresión de las medidas efectuadas en las unidades y con la precisión adecuada a la situación y al instrumento utilizado.
 - Expresión de medidas temporales: formas compleja y decimal.
 - Utilización diestra de los instrumentos de medida habituales.
 - Estimación de la medida de objetos.
- **Actitudes (“Saber ser”)**
 - Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno.
 - Incorporación al lenguaje cotidiano de los términos de medida para describir objetos y espacios.
 - Valoración crítica de las informaciones sobre la medida de las cosas, de acuerdo con la precisión y unidades en que se expresan y con las dimensiones del objeto a que se refieren.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
UTILIZAMOS NÚMEROS Y UNIDADES	◦ Descriptor		
	1. Comprender que significa medir y conocer nuestro sistema métrico decimal. 2. Conocer las unidades de medida. 3. Conocer las unidades de medida y sus equivalencias para las superficies. 4. Utilizar las equivalencias entre volumen, capacidad y masa.		
	◦ Desempeño		
	1. Reconoce la importancia de medir una magnitud.	- Conoce situaciones en las que una unidad de medida es imprescindible.	- Epígrafe 1 (pág. 142)
	2. Conoce el sistema métrico decimal con sus unidades, múltiplos y submúltiplos, para longitudes, capacidades, masas, superficies y volúmenes.	- Expresa una magnitud en diferentes unidades de medida.	- Ejemplo 1 (pág. 143) - Ejemplo 2 (pág. 144) - Ejemplo 3 (pág. 146) - Ejemplo 4 (pág. 147)
	3. Conoce las equivalencias para superficies.	- Expresa las superficies en áreas, hectáreas y centiáreas y su equivalencia con los metros cuadrados.	- Ejercicio 5 (pág. 145)
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	4. Utiliza la equivalencia entre volumen, capacidad y masa de agua	- Conoce las equivalencias solo aplicables a agua. - Expresa las magnitudes en diferentes unidades equivalentes.	- Ejercicio 10 (pág. 149)
	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre que unidad es la adecuada en cada situación 2. Conocer nuestro sistema monetario.		
	◦ Desempeño		
	1. Encuentra la unidad adecuada al dato que nos puedan dar.	- Convierte unas unidades en otras, sabiendo que tienen que ser las adecuadas.	- Ejemplo 5 (pág. 145)
	2. Conoce nuestra moneda oficial, sus múltiplos, submúltiplos y equivalencias.	- Maneja correctamente los cálculos con monedas.	- Epígrafe 4 (pág. 150)
	3. Entiende el cambio de moneda.	- Aplica correctamente el cambio de divisas.	- Ejemplo 6 (pág. 150)

COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Leer con detenimiento y determinar la pregunta que se nos plantea en el problema.	- Ejercicios 23, 24, 25, 44, 45, 46, 52, 54, 55 (pág. 155 y 156)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Valora correctamente las unidades a utilizar y determina las operaciones a realizar.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber que quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 6
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema	- Diferencia los datos de las incógnitas. - Reconoce la tipología del ejercicio.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer el uso de las unidades de medida en nuestro entorno habitual.		
	◦ Desempeño		
	1. Resuelve problemas con datos relacionados con su entorno.	- Obtiene información y da soluciones a problemas con los que se puede encontrar en su día a día.	- En los problemas de enunciados

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptores		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Relaciona magnitudes utilizadas para calcular masas, volúmenes, capacidades.	- Problemas 45, 46, 47, 51, 52, 53, 55 y 56 (pág. 156)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias,	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura.	- A lo largo del tema
	2. Mejora la atención,	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación,	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer que las unidades son imprescindibles en nuestra vida. 2. Conocer variedades de medida según la zona y la época.		
	◦ Desempeño		
	1. Analiza situaciones con unidades.	- Reconoce situaciones habituales donde utilizamos las unidades de medir.	- Hoja de inicio de tema 8
	2. Observa unidades utilizadas en determinadas zonas.	- Aplica las equivalencias a unidades en determinadas zonas.	- Epígrafe 5 (pág. 151)

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir la opción adecuada para resolver los ejercicios. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos		
	◦ Desempeño		
	1. Proponer metas accesibles	- Ser perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Dedicarle el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analizar los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexionar si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto.	- A lo largo del tema

► Pág. 140 - 141. El sistema métrico decimal

TEMA 8

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL



En las actividades deportivas van ligados de forma inseparable al concepto de medida. Cualquier récord supone una medición expresada en las unidades que ofrece nuestro Sistema Métrico Decimal.

Los instrumentos de medida han variado su diseño a lo largo del tiempo: de los balanzas comunes a las balanzas de máxima precisión, de la cuerda a los modernos sistemas de telemetría, etc...



DE 6º A 1º

De México a Madrid hay 352 km.
La receta de las galletas es: 120 gr. de mantequilla, 50 gr. de azúcar y 170 gr. de harina.
El pico más alto de la cordillera Pirenaica es el Aneto con 3423 metros de altura.
Mi casa mide 95 m² de superficie.
En la botella de agua tengo 1,5 dm.

Nosotros utilizamos el sistema métrico decimal en nuestras mediciones. ¿Qué medimos?

Medimos longitudes, superficies, volúmenes, masa y capacidades.
Las unidades de longitud, masa y capacidad van de 10 en 10, de manera que cada unidad es 10 veces mayor que la inmediatamente inferior. Las de superficie van de 100 en 100 y las de volumen de 1000 en 1000.

CONVERSIÓN

Pasa 623 mm a centímetros y a decímetros.
Con la escala de las unidades de capacidad se obtiene:

litro	dl	cl	l	dl	cl	ml
		0	4	3		

623 mm = 623 mm = 0,623 dm

PRACTICA

Pasa 3423 metros a kilómetros.
Completa la tabla:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm

3423 m = _____

Pasa 9556 metros cuadrados (m²) a hectómetros cuadrados (hm²).
Completa la tabla, fíjate que las unidades de superficie van de 100 en 100.

Km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²

9556 m² = _____

Pasa 1456 hectómetros cúbicos (hm³) a metros cúbicos (m³).
Completa la tabla, fíjate que esta vez las unidades van de 1000 en 1000.

Km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³

1456 hm³ = _____

SOLUCIONARIO

Pasa 3423 metros a kilómetros. Completa la tabla

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3	4	2	3			

$$3423 \text{ m} = 3,423 \text{ km.}$$

Pasa 9556 metros cuadrados (m²) a hectómetros cuadrados (hm²). Completa la tabla, fíjate que las unidades de superficie van de 100 en 100.

Km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
	0	95	56			

$$9556 \text{ m}^2 = 0,9556 \text{ hm}^2.$$

Pasa 1456 hectómetros cúbicos (hm³) a metros cúbicos (m³). Completa la tabla, fíjate que esta vez las unidades van de 1000 en 1000.

Km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
1	456	000	000			

$$1456 \text{ hm}^3 = 1\,456\,000\,000 \text{ m}^3.$$

► Pág. 142. 1 Las magnitudes y sus medidas

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

1 Las magnitudes y sus medidas

NECESITA QUE

©2004 Bentley Systems, Incorporated. Bentley and the "B" Bentley logo are registered trademarks of Bentley Systems, Incorporated or Bentley Software, Inc.

Une magnitud et tout ce qu'il y a de plus noble.

La temperatura, el peso, etc., son magnitudes físicas que admiten una cuantificación numérica que se se mide.

Para poder medir una magnitud es necesario establecer una **unidad de medida**.

Medir una magnitud es compararla con su unidad de medida, contando el número de veces que tal magnitud contiene a su unidad.

En Astronomía, para medir la distancia entre las estrellas, las galaxias, etc., se utilizan como unidad de longitud el **año luz**. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año aproximadamente $9,46 \times 10^{12}$ km = 9 460 000 000 000 km, es decir, algo más de 10 billones de kilómetros.

La distancia entre el Sol y la estrella más cercana, Próxima Centauri, es de 4,22 años luz.

Otras unidades de longitud, más pequeñas que el año luz, son el segundo luz y el minuto luz. Calcula su valor en kilómetros.



ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Medir es dividir por la unidad de medida.

1 minuto luz = 18 millones de km; 1 segundo luz = 300000 km

Debatir sobre lo indicado en la tira de cómics.

► Pág. 143. 2 El sistema métrico decimal

2 El sistema métrico decimal

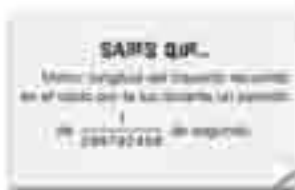
El sistema métrico decimal, actualmente incluido en el Sistema Internacional de Unidades, es el conjunto de unidades de medida que tienen el metro por base. Su introducción y uso generalizado solventó el enorme problema que suponía la gran variedad de unidades que existían en distintos países y territorios, cosa que dificultaba enormemente los cálculos comerciales.

Las distintas unidades que conforman el sistema métrico decimal son las siguientes:

A) Unidades de longitud

La unidad básica para la longitud es el metro. Su símbolo es m. Es la unidad fundamental, a partir de la cual se definen todas las demás unidades métricas.

Cada unidad de longitud es 10 veces mayor que la inmediatamente anterior.



Señal para reconocer la Oficina Internacional de Pesos y Medidas (Bureau des Poids et Mesures) en París.

unidades	decenas	centenas	decenas	unidades	decenas	centenas	millenas
1 km = 1000 m	1 dm = 100 mm	1 m = 100 cm	1 dm = 10 cm	1 m = 10 dm	1 m = 10 dm	1 m = 10 dm	1 m = 1000 mm

EJEMPLO

1 Puedes utilizar una tabla como la siguiente para convertir unidades de longitud. Solo debes escribir una cifra en cada casilla. Para convertir, por ejemplo, 356,421 m, escribe:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0	3	5	6	4	2	1

Observa la cifra que va delante de la coma se coloca en la casilla correspondiente a la unidad dada. Y las equivalencias son:

356,421 m = 35,6421 dam = 356,421 dm = 3,56421 km = 3564,21 m = 356421 mm = 3,56421 hm

EJERCICIO

1 Completa la siguiente tabla de conversión.



143

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Fundamentalmente se trata de revisar conceptos ya adquiridos.

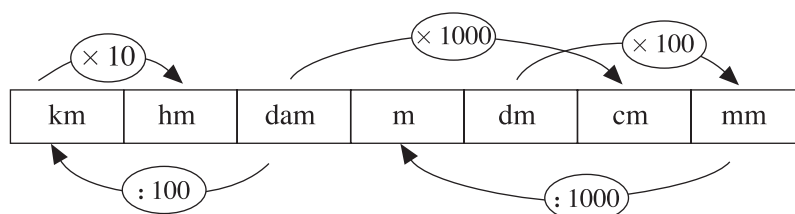
Las tablas de conversión (ejemplos 1 y 2) son útiles para poder realizar diferentes lecturas de un mismo número, en función de la unidad utilizada. Ejercicios 18, 19, 35 y 43.

El epígrafe se presta a realizar estimaciones: dimensiones del aula, su superficie, su volumen; superficie de la pizarra, etc.

(Tratamiento de la información y competencia digital).

SOLUCIONARIO

1. Completa la siguiente tabla de conversión:



► Pág. 144.

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL



1 m² = 100 dm²
1 m² = 10 000 cm²

6) Unidades de superficie

Una superficie es cualquier zona o parte de un terreno delimitada solo por su anchura y su longitud. Intuitivamente, estamos hablando de una superficie cuando consideramos el largo y el ancho (las dimensiones).

La unidad básica para la superficie es el **metro cuadrado**, es decir, la superficie de un cuadrado de un metro de lado. Su símbolo es m^2 .

Cada unidad de superficie es 100 veces mayor que la unidad inmediatamente inferior.

Las distintas unidades de superficie son:

Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado	Metro cuadrado	Decimetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$(1000m)^2$	$10000 m^2$	$100 m^2$	$1 m^2$	$1/100 m^2$	$1/10000 m^2$	$1/1000000 m^2$

EJEMPLO

¿Qué que en el ejemplo anterior puedes utilizar una tabla como la siguiente. Ahora debes poner los datos en esta tabla. Las dos cifras que van delante de la coma se colocan en la casilla correspondiente a la unidad dada. Para convertir, por ejemplo, $81045,632 m^2$ puedes escribir:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	81	04	5632			

Y entonces, algunas equivalencias son:

$81045,632 m^2 = 8104 hm^2 + 5632 dm^2 = 81049632 dm^2 = 8104963200 cm^2 = 810496320000 mm^2$



$1 km^2 = 100 hm^2$
 $1 m^2 = 100 dm^2$
 $1 ha = 10000 m^2$

Medidas agrarias de superficie

En caso particular de medidas de superficie, de gran utilidad, son las **medidas agrarias**, que son aquellas que se utilizan generalmente para medir superficies de terreno.

La unidad fundamental es el **área** (a) que equivale a $100 m^2$, esto es, a un cuadrado de 10 m de lado.

Observa la equivalencia entre estas unidades y otras:

1 ha	1 daa	1 ca
100 ha	10 daa	1 ca
10000 m^2	1000 m^2	100 m^2

SOLUCIONARIO

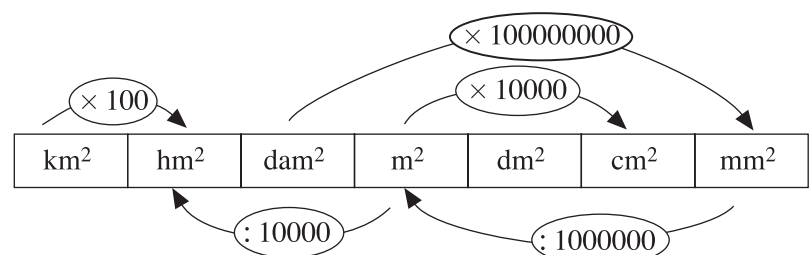
2. Una finca agrícola mide 45,72 hectáreas. Si el precio del metro cuadrado es de 0,47 €, ¿cuál es el precio de la finca?

$$45,72 \text{ hectáreas} = 45,72 \times 10000 \text{ centiáreas o metros cuadrados} = 457200 m^2$$

$$457200 \times 0,47 = 214884$$

El precio de la finca es de 214884 €

3. Completa la siguiente tabla de conversión:



► Pág. 145.

TEMA 8

EXERCICIOS

1. Una finca agrícola tiene 45,72 hectáreas. Si el precio del metro cuadrado es de 0,37 €, ¿cuál es el precio de la finca?

2. Completa la siguiente tabla de conversiones:

km ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
	3				
		120,5			
0,542					
				1 850	
		2 355			
					1 000 000

3. Completa:

1. Un campo de fútbol tiene unas dimensiones medias de 90 m de largo por 60 m de ancho, lo que equivale a una superficie de ... a = ... ha.

2. El coto de Doñana (Huelva) tiene una superficie de 700 km², lo que equivale a ... ha.

3. Los padres de Laura han comprado unos terrenos con una superficie de 4 ha, 72 a y 16 ca. Por tanto, la superficie total es de ... m².

4. El término municipal de Talavera de la Reina (Toledo) tiene una superficie de 156,70 km² = ... ha = ... a = ... ca.

5. El ayuntamiento ha construido un parque en mi barrio de 2 500 m², es decir de ... a = ... ha.

145

4. Completa la tabla siguiente:

hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
0,03	3	300	30000	3000000	300000000
0,01205	1,205	120,5	12050	1205000	120500000
0,542	54,2	5420	542000	54200000	5420000000
0,0000165	0,00165	0,165	16,5	1 650	165000
0,002355	0,2355	23,55	2 355	235500	23550000
0,0001	0,01	1	100	10000	1 000 000

5. Completa:

- Un campo de fútbol tiene unas dimensiones medias de 90 m de largo por 60 m de ancho, lo que equivale a una superficie de **54 a = 0,54 ha**.
- El coto de Doñana (Huelva) tiene una superficie de 700 km², lo que equivale a **70000 ha**.

- Los padres de Laura han comprado unos terrenos con una superficie de 4 ha, 72 a y 16 ca. Por tanto la superficie total es de **47216 m²**.

Pues:

$$4\text{ha} = 40000 \text{ m}^2$$

$$72 \text{ a} = 7200 \text{ m}^2$$

$$16 \text{ ca} = 16 \text{ m}^2$$

- El término municipal de Talavera de la Reina (Toledo) tiene una superficie de 156,70 km² = **15670 ha = 1567000 a = 156700000 ca**.
- El ayuntamiento ha construido un parque en mi barrio de 2 500 m², es decir de **25 a = 0,25 ha**.

► Pág. 146.

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL



¡VAMOS A ORDENAR LAS PELOTONAS DE ACORDO A SU TAMAÑO. LO ESTAMOS HACIENDO SEGUN SU VOLUMEN. GOLF, TENIS, BALONMANO, FUTBOL...

Unidades de volumen y de capacidad

Podemos definir el volumen como el espacio ocupado por un cuerpo. Intuitivamente, podemos hablarlo de un volumen cuando consideramos el largo, el ancho y el alto de un objeto (tres dimensiones).

La unidad básica para el volumen es el **metro cúbico**, es decir, el volumen de un cubo de un metro de arista. El símbolo para denotarlo es m^3 .

A partir del metro cúbico, se definen las otras unidades de volumen del sistema métrico decimal.

Cada unidad de volumen es 1000 veces mayor que la unidad inmediatamente inferior.

Las unidades de volumen son:

hectómetro cúbico	decámetro cúbico	metro cúbico	decámetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
100000 m^3	1000 m^3	1 m^3 / 1000 dm^3	1 m^3 / 1000000 cm^3	1 m^3 / 1000000000 mm^3	

En ocasiones y sobre todo si expresamos el volumen de los cilindros de un metro (en "cilindrada"), el centímetro cúbico se expresa también como cc . Por otra parte, en la práctica, no es conveniente utilizar el km^3 como unidad de volumen por ser excesivamente grande, pero puesto que, por ejemplo, la capacidad de los pantanos se suele expresar en km^3 .

Para determinar las equivalencias entre medidas de volumen también puedes utilizar una tabla de conversión.

EJEMPLO

En la tabla de conversión entre unidades de volumen sigue el mismo esquema que en los ejemplos anteriores, sólo que ahora debes colocar los ceros en cada casilla.

Las tres cifras que van delante de la coma se colocan en la casilla correspondiente a la unidad dada.

Las equivalencias correspondientes a 35446,646 m^3 las puedes obtener rellenando la tabla:

hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
	354	646	646	000	000

Por tanto:

$$35446,646 \text{ m}^3 = 0,035446646 \text{ hm}^3 = 35,446646 \text{ dam}^3 = 35446,646 \text{ dm}^3 = 35446646 \text{ cm}^3 = 35446646000 \text{ mm}^3$$

SOLUCIONARIO

6. Completa las siguientes tablas:

a)	$3,52 \text{ dm}^3 = 3520 \text{ mm}^3$	$106523,65 \text{ dm}^3 = 106,52365 \text{ m}^3$
	$0,1675 \text{ hm}^3 = 167500 \text{ m}^3$	$2307514 \text{ cm}^3 = 2307,514 \text{ dm}^3$

b)

$16,382 \text{ mal} = 16382 \text{ dal}$	$2430,65 \text{ dl} = 0,0243065 \text{ mal}$
$0,000465 \text{ hl} = 46,5 \text{ ml}$	$247,517 \text{ l} = 2475,17 \text{ dl}$

► Pág. 147.

TEMA 8

Otras unidades de volumen son las generalmente asociadas a líquidos y reciben el nombre de **medidas de capacidad**. La unidad es el litro y su símbolo es l.

Un litro es la capacidad de un decímetro cúbico:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

Cada unidad de capacidad es 10 veces mayor que la unidad inmediatamente inferior.

Las distintas unidades de capacidad son:

centilitros	litros	hectolitros	decalitros	litros	decilitros	centilitros	mililitros
cl	l	hl	dal	l	dl	cl	ml
1 cl = 1000 l	1 l = 1000 cl	1 hl = 100 l	1 dal = 10 l		1 dl = 10 cl	1 cl = 100 ml	1 ml = 1000 µl

Para la conversión de unidades puedes utilizar esquemas como los siguientes.

EJEMPLO

1. Puedes convertir, por ejemplo, 45630,5 l a las distintas unidades de capacidad. Solo debes poner una cifra en cada casilla, teniendo en cuenta que la cifra anterior a la coma corresponde a la unidad indicada.

ml	cl	dl	l	dal	hl	kl
4	5	6	3	0	5	0

Las equivalencias son (como antes): $45630,5 \text{ l} = 456305 \text{ dl} = 456,305 \text{ dal} = 45,6305 \text{ hl} = 45630,5 \text{ cl} = 45630500 \text{ µl}$.

EJERCICIOS

1. Completa las siguientes tablas:

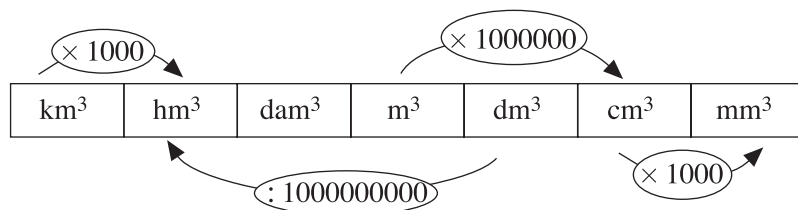
dl	l	hl	kl
3,73 dl = ... l	11552345 dl = ... l		
11573 hl = ... kl	230754 kl = ... hl		

kl	hl	dal	l	ml
15,92 kl = ... hl	243567 dl = ... l			
5,00465 kl = ... hl	247507 l = ... dl			

2. Completa la siguiente tabla de conversiones:

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml

7. Completa la siguiente tabla de conversión:



► Pág. 148.

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL



Kilogramo patrón internacional guardado en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, París.

Unidades de masa

La **masa** de un cuerpo se define como la cantidad de materia que contiene.

La unidad de masa en el sistema internacional de unidades es el **kilogramo (kg)**.

El kilogramo es una unidad en tanto especial por dos razones: es la única que lleva prefijo (Kilo) y también es la única unidad de medida definida a partir de un objeto, ya que se define como la masa del prototipo de platino-iridio que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sévres (Francia).

Tradicionalmente se asocia el kilogramo a la masa correspondiente a un litro de agua destilada a 4 °C.

El sistema métrico decimal también prevé para el kilogramo múltiplos y submúltiplos que varían en 10 en 10. La siguiente tabla recoge las equivalencias entre las distintas unidades de masa.

unidad anterior	unidad métrica	subgramos	kilogramos	hectogramos	decigramos	gramos
		mg	kg	hg	dg	g
10000 hg	1000 kg	10 kg	1 kg = 10 hg	1 kg = 100 dg	1 kg = 1000 g	

Para completar la relación anterior los submúltiplos del gramo:

decigramos	centigramos	miligramos
dg	cg	mg
1 g = 10 dg	1 g = 100 cg	1 g = 1000 mg

EJERCICIOS

1. Indica qué unidad utilizarías para expresar la masa de cada uno de los siguientes cuerpos:

a) un libro b) un coche c) un avión d) un bolígrafo e) un bocado f) un toro

2. Completa:

a) 32,5 kg = ... hg = ... g = ... dg b) 3,08 t = ... mag = ... kg = ... g

c) 0,0465 g = ... kg = ... g d) 123462 g = ... kg = ... t

SOLUCIONARIO

8. Indica qué unidad utilizarías para expresar la masa de cada uno de los siguientes cuerpos:

- a) un libro — gramo
- b) un coche — tonelada métrica
- c) un avión — tonelada métrica
- d) un bolígrafo — gramo
- e) un bocado — gramo
- f) un toro — kilogramo

9. Completa:

- a) 32,5 kg = 3250 dag = 32500 g = 325000 dg
- b) 5,08 t = 508 mag = 5080 kg = 5080000 g
- c) 0,0465 g = 4,65 kg = 4650 g
- d) 123462 g = 123,462 kg = 0,123462 t

► Pág. 149. 3 Relación entre unidades

3 Relación entre unidades

Existe una estrecha relación entre volumen, capacidad y masa para las tres magnitudes que hacen referencia a un cuerpo que puede estar lleno o ocupado.

Cuando la materia es agua son válidas las siguientes equivalencias conocidas como "equivalencias agua", ya que un litro es la capacidad de un recipiente de 1 dm³ y su masa es 1 kg.

Volumen	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
Capacidad	kl	l	dl	cl
Masa	t	q	kg	hg

Cuando la materia no es agua solo son válidas las dos primeras filas para la relación entre masa y volumen depende de la densidad de la materia considerada. En efecto, piensa en el conocido dicho: "¿qué pesa más un kilogramo de paja o un kilogramo de plomo?", son materias distintas que al igual de pesando de la misma masa no ocupan el mismo volumen.

La densidad de un cuerpo es el cociente entre el valor de su masa y el volumen que ocupa:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \Rightarrow d = \frac{m}{V}$$

RECUERDA QUE...

La densidad del agua destilada a 4 °C es d = 1 g/cm³.

EJEMPLO

El mercurio es un metal líquido de densidad d = 13,6 g/cm³. ¿Qué capacidad y masa tiene 1,25 dm³ de mercurio?

Por ser un líquido su capacidad será de 1,25 l.

su masa será el resultado de multiplicar la densidad por el volumen (recordando su unidad que 1,25 l = 1250 cm³):

$$m = d \cdot V = 13,6 \cdot 1250 = 17000 \text{ g} = 17 \text{ kg}$$

EJERCICIOS

Completa el siguiente cuadro, sabiendo que se trata de agua destilada a 4 °C.

1 t = ... dm ³	7 000 cm ³ = ... kg
1 354 l = ... kg = ... q	2 8 hl = ... l = ... hg
23,75 dam ³ = ... l = ... kg	5,34 l = ... cm ³ = ... g

149

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Nunca está de más evidenciar la diferencia entre masa y peso.

SOLUCIONARIO

10. Completa el siguiente cuadro, sabiendo que se trata de agua destilada a 4 °C.

1 t = 1000 dm ³	3 500 cm ³ = 3,5 kg
1 354 l = 1354 kg = 13,54 q	2,8 hl = 280 l = 2800 hg
23,75 dam ³ = 23750000 l = 23750000 kg	5,34 l = 5340 cm ³ = 5340 g

► Pág. 150. 4 Unidades monetarias. El euro

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

4 Unidades monetarias. El euro

El euro –cuyo símbolo es €– es la moneda común adoptada desde el 1 de enero de 1999 por diez países de la Unión Europea, entre los que está España. Puesto en circulación desde el 1 de enero de 2002, es la única moneda de curso legal en nuestro país desde el 1 de marzo de 2002, y ha sustituido a la antigua moneda española, la peseta, que tuvo más de cien años de vigencia.

Se han emitido 8 tipos de monedas y 7 tipos de billetes. Las monedas tienen una serie común europea y en la otra cada país elige su propio motivo mientras que los billetes son idénticos en toda la zona euro.




Puede de la moneda europea cada país tiene su propia moneda que sirve como garantía monetaria de su economía. Las monedas más importantes del mundo son, además del euro, el dólar estadounidense (\$) el yen japonés (¥) y la libra esterlina (£).

EJEMPLO

La siguiente tabla refleja el cambio de divisas el día 30/1/2011:

1 Dólar (U.S.A.) = 0,746986 €	a) Julia debe viajar a Londres con un presupuesto de 2000 euros, ¿cuántas libras esterlinas obtendrá al cambiar?
1 Libra Esterlina = 1,15743 €	b) Paul ha llegado a Valencia con 2037 £, ¿a cuántos euros equivalen?
1 Yen japonés = 0,00916159 €	
1 Franco Suizo = 0,89336 €	

a) $\frac{2000}{1,15743} = 1727,97 \text{ £}$ b) $2037 \times 1,15743 = 2357,68 \text{ €}$

EJERCICIOS

11. Cierta día las paridades dólar/libra esterlina y dólar/franco suizo quedaron fijas según las relaciones:

$$1\$ = 0,625 \text{ £} \quad 1\$ = 0,89 \text{ €}$$

¿Cuántos euros pudo adquirir un turista inglés al cambiar 155£?

Para los ejercicios 12 y 13 usa el cambio de divisas del ejemplo.

12. Completa: 42\$ = ... €, 104 € = ... £, 150€ = ... ¥.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Epígrafe destinado a adquirir la competencia social y ciudadana.

El alumno puede aportar cotizaciones actuales o investigar sobre la evolución de las cotizaciones en diferentes periodos de tiempo.

(Competencia social y ciudadana)

SOLUCIONARIO

11. Cierta día las paridades dólar/libra esterlina y dólar/euro quedaron fijadas según las relaciones

$$1\$ = 0,625 \text{ £} \quad 1\$ = 0,89 \text{ €}$$

¿Cuántos euros pudo adquirir un turista inglés al cambiar 155£?

$$0,645 \text{ £} = 0,89\text{€} \Rightarrow 1 \text{ £} = \frac{0,89}{0,625} = 1,424 \text{ €}$$

$$\text{Así: } 155 \text{ £} = 155 \times 1,424 = 220,72 \text{ €}$$

12. Completa:

$$42\$ = 42 \times 0,746986 = 31,37 \text{ €}$$

$$104 \text{ €} = 104 \times \frac{1}{1,15743} = 89,85 \text{ £}$$

$$150\text{£} = 150 \times \frac{1,15743}{0,00916159} = 18950,25 \text{ ¥}$$

► Pág. 151. **5** Otras medidas

THEM A D

¹² Ordine di massa e massa al medio normal di lei-*significanti* possono.

41 St. Catherine 2200C 41 St. Douglas 1900A 41 St. Roger-Unit J 2 41 St. Queen 07772A 5

5 Otras medidas

Las unidades de medida acostumbradas en este texto son las métricas. A lo largo del tiempo, y en otros países y territorios, se utilizaron, o han utilizado, otras unidades de medición.

La siguiente tabla recoge algunos pesos y medidas utilizados en la Comunidad Valenciana, Castilla, y Extremadura. Muchos de ellos han perdido ya uso, si bien algunos siguen empleándose, sobre todo en entornos rurales.

COMUNITAT VALENCIANA			
PROVINCIES	PAÏSOS	CIUTATS	
Alicante → 3 països Elche → 23 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	
Alicante → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	
CÀTALA			
PROVINCIES	PAÏSOS	CIUTATS	
Alicante → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	
Alicante → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	
EXTREMADURA			
PROVINCIES	PAÏSOS	CIUTATS	
Alicante → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països Elche → 3 països	
Alicante → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	Elche → 3 països Elche → 3 països	

111

13. Ordena de menor a mayor el sueldo mensual de las siguientes personas:

a) Sr. Gutiérrez 2200€; b) Sra. Douglas 3990 \$;
c) Sra. Roper 1561,7 £ d) Sr. Quiang 577 727,5 ¥

Se calculan todos los sueldos en euros.

b) $3990 \$ = 3990 \times 0,746986 = 2980,47\text{€}$

c) $1561,7 \text{ £} = 1561,7 \times 1,15743 = 1807,55 \text{ €}$

d) $577727,5 \text{ ¥} = 577727,5 \times 0,00916159 = 5292,90 \text{ €}$

El orden de menor a mayor es:

Sra. Roper, Sr. Gutiérrez, Sra. Douglas, Sr. Quiang.

► Pág. 154. Ejercicios

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

EJERCICIOS

LONGITUDES

1. Completa:

Longitud en km	→	Longitud en m	→	Longitud en cm
4,3506		4 350,6		43 506

2. Convierte en cm y luego en m:

a) 4 m 5 dm = 450 cm = 4,5 m
b) 3 dam 5 m = 3500 cm = 35 m
c) 43,8 dm = 438 cm = 4,38 m
d) 0,45 km = 45000 cm = 450 m

3. Completa:

a) 2,5 m = 250 cm
b) 346 cm = 34,6 dm
c) 35 dm = 3,5 m

4. Observa la siguiente tabla y fíjate que hay una sola cifra en cada casilla:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	3	0	2	4	7	0

Este número representa indistintamente:
 1,30247 km = 13,0247 hm = 130,247 dam = ...
 O también: 1 km + 3 hm + 2 m + 4 dm + 7 cm
 Ahora tú: Expresa en cada una de las unidades de longitud los números representados en las siguientes tablas:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	3	0	2	4	7	0

5. Utiliza una tabla de conversiones para expresar en el el resultado de las siguientes sumas:

a) 3,2 m + 5 dm = 37 cm = 0,37 m
b) 2,31 dam + 2,21 m = 2,531 dam
c) 315 cm + 2 400 m = 2,715 km = 2,715 dam
d) 5 km + 3 dm = 5,003 km = 5,003 dam

6. Para cada fila de la siguiente tabla aparece un número escrito representando las diferentes unidades de longitud. Copia y completa:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,4402						
	44					
		44				
			44			
				44		
					44	
						44

7. Completa las conversiones en brackets:

a) 2,6 m = 44 () = 44 cm
b) 8,4 dm = () cm = 84 cm
c) 2 dam = 20 dm = () m
d) 0,12 m = 12 dm = 120 cm = 1,2 dm

8. Verdadero o falso?

a) 1 km = 10 dm b) 23 dm = 23 000 dm
c) 0,001 km = 0,5 m d) 10 340 mm = 0,010345 km

9. La suma de 3,5 m con cualquier otro número se le ha puesto un dos antes, uno de los cuatro dígitos 5, dos antes que el otro. ¿Cuántos cm mide cada uno?

10. Para el el siguiente peso de 540 gramos. Suponemos que cada peso tiene una longitud de 60 cm. ¿Cuál es la longitud de un solo el siguiente? En una moneda cinco céntimos. ¿Qué número mide de 3,3 km?

11. Una pieza de cable mide 56 m y se le han cortado 4 cm por cada metro. ¿Cuántos metros mide la pieza después de cortar?

12. Un cable mide 245,75 km por metro, luego 5 km hay un número 0 y 25 dm a más. ¿Cuántos metros mide el cable?

13. La palguda.

Algunos modelos de longitud que existen en una moneda pesada. En Gran Bretaña y en U.S.A. una palguda equivale a 2,54 cm. Se sabe representando que el número 1.

Además, la longitud de la diagonal de la moneda de un céntimo mide cinco milímetros.

SOLUCIONARIO**14. Completa:**

Longitud en km	→	Longitud en m	→	Longitud en cm
4,3506		4 350,6		43 506

15. Convierte en cm y luego en m

- a) 4 m 5 dm = 450 cm = 4,5 m
b) 3 dam 5 m = 3500 cm = 35 m
c) 43,8 dm = 438 cm = 4,38 m
d) 0,45 km = 45000 cm = 450 m

16. Completa:

- a) 2,5 m = 250 cm
b) 346 cm = 34,6 dm
c) 35 dm = 3,5 m

d) 5,45 dam = 545 dm

17. Completa:

- a) 3,2 m = 32 dm
b) 5,6 hm = 56 000 cm
c) 81 m = 8,1 dam
d) 280 cm = 0,028 hm

18. Observa la siguiente tabla y fíjate que hay una sola cifra en cada casilla:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	3	0	2	4	7	0

Este número representa indistintamente:

1,30247 km = 13,0247 hm = 130,247 dam = ...

O también: 1 km + 3 hm + 2 m + 4 dm + 7 cm

Ahora tú: Expresa en cada una de las unidades

des de longitud los número representados en las siguientes tablas:

a)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0	5	3	0	7	7	5

b)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	3	0	2	0	0	0

- a) $0,530775 \text{ km} = 5,30775 \text{ hm} = 53,0775 \text{ dam} = 530,775 \text{ m} = 5307,25 \text{ dm} = 53077,5 \text{ cm} = 530775 \text{ mm}$
- b) $1,302 \text{ km} = 13,02 \text{ hm} = 130,2 \text{ dam} = 1302 \text{ m} = 13020 \text{ dm} = 130200 \text{ cm} = 1302000 \text{ mm}$

19. Utiliza una tabla de conversión para expresar en m el resultado de las siguientes sumas:

a) $23 \text{ m} + 5 \text{ dm} + 57 \text{ cm} + 2 \text{ 300 mm}$

	dam	m	dm	cm	mm
	2	3	0	0	0
			5	0	0
			5	7	0
		2	3	0	0
Suma	2	6	3	7	0

26,37 m

b) $2,32 \text{ dam} + 2,32 \text{ m} + 2,32 \text{ dm}$

	dam	m	dm	cm	mm
	2	3	2	0	0
		2	3	2	
			2	3	2
Suma	2	5	7	5	2

25,7752 m

c) $345 \text{ cm} + 2 \text{ 800 m} + 23 \text{ hm} + 0,32 \text{ km}$

	km	hm	dam	m	dm	cm
				3	4	5
	2	8	0	0	0	0
	2	3	0	0	0	0
		3	2	0	0	0
Suma	5	4	2	3	4	5

5423,45 m

d) $2 \text{ km} + 2 \text{ hm} + 2 \text{ dam} + 2 \text{ m} + 2 \text{ dm}$

	km	hm	dam	m	dm
	2	0	0	0	0
		2	0	0	0
			2	0	0
				2	0
					2
Suma	2	2	2	2	2

2222,2 m

20. En cada fila de la siguiente tabla aparece un mismo valor expresado en diferentes unidades de longitud. Copia y completa:

km	hm	m	cm
0,1023	1,023	102,3	10230
38,6	386	38600	3860000
23,45	234,5	23 450	2345000
1,23654	12,3654	1236,54	123 654

21. Completa los cuadrados en blanco:

- a) $2,6 \text{ m} + 4,4 \text{ m} = 7 \text{ m}$
- b) $0,4 \text{ dm} + 59 \text{ cm} = 63 \text{ cm}$
- c) $2 \text{ dam} + 56 \text{ dm} = 25,6 \text{ m}$
- d) $3,12 \text{ m} + 2 \text{ 148 cm} = 2,46 \text{ dam}$

22. ¿Verdadero o falso?

- a) $1 \text{ km} = 10 \text{ hm}$ — Verdadero
- b) $23 \text{ hm} = 23 \text{ 000 dm}$ — Verdadero
- c) $0,045 \text{ km} = 4,5 \text{ m}$ — Falso
- d) $16 \text{ 345 mm} = 0,016345 \text{ km}$ — Verdadero

23. La cinta de 1,5 m que utilizaba un sastre se le ha partido en dos trozos, uno de los cuales tiene 5 dm más que el otro. ¿Cuántos cm mide cada trozo?

Los trozos medirán $x \text{ cm}$ y $x + 50 \text{ cm}$

$$x + x + 50 = 150 \Rightarrow x = 50$$

Los trozos miden 50 cm y 100 cm

24. Para ir al colegio Jana da 538 pasos. Suponiendo que cada paso tiene una longitud de 60 cm, ¿cuál es la distancia de su casa al colegio? En sus cuatro viajes diarios, ¿llega a recorrer más de 3,3 km?

$538 \text{ pasos} \times 60 \text{ cm} = 32280 \text{ cm} \Rightarrow$ La distancia de su casa al colegio es de 322,8 m.

$322,8 \times 4 = 1291,2 \text{ m}$ recorre en los cuatro viajes $\Rightarrow$ No llega a recorrer los 3,3 km.

25. Una pieza de tela mide 50 m y al lavarla encoge 4 cm por cada metro. ¿Cuántos metros medirá la pieza después de lavada?

$4 \text{ cm} \times 50 = 200 \text{ cm} \Rightarrow$ Encoge 2 m. $\Rightarrow$ Después de lavarla mide $50 - 2 = 48 \text{ m}$

26. En un viaje recorrí 345,75 km en tren, luego 3 516 hm en automóvil y 25 dam a pie. ¿Cuántos metros recorrí en total?

$$345,75 \text{ km} = 345750 \text{ m}$$

$$3516 \text{ hm} = 351600 \text{ m}$$

$$25 \text{ dam} = 250 \text{ m}$$

$$345750 + 351600 + 250 = 697600$$

Recorrí 697600 m.

27. La pulgada. Antigua medida de longitud que todavía se usa en algunos países. En Gran Bretaña y en U.S.A. una pulgada equivale a 2,54 cm. Se suele representar por el símbolo".

- a) $14'' = 14 \times 2,54 \text{ cm} = 35,56 \text{ cm}$
- b) $20'' = 20 \times 2,54 \text{ cm} = 50,8 \text{ cm}$
- c) $28'' = 28 \times 2,54 \text{ cm} = 71,12 \text{ cm}$
- d) $36'' = 36 \times 2,54 \text{ cm} = 91,44 \text{ cm}$

► Pág. 155. Ejercicios

TEMA 8

¿Cuál es en cm la diagonal de la pantalla de un televisor de 100 cm?

1) 11" 2) 10" 3) 12" 4) 13"

ÁREAS

En los ejercicios 28 a 32, completa:

28. a) $1 \text{ m}^2 = \dots \text{cm}^2$ b) $1 \text{ dm}^2 = \dots \text{cm}^2$
 c) $1 \text{ km}^2 = \dots \text{m}^2$ d) $1 \text{ hm}^2 = \dots \text{m}^2$

29. a) $23 \text{ dm}^2 = \dots \text{cm}^2$ b) $0,425 \text{ dm}^2 = \dots \text{cm}^2$
 c) $3 \text{ dm}^2 = \dots \text{mm}^2$ d) $36,6 \text{ cm}^2 = \dots \text{mm}^2$

30. a) $0,34 \text{ m}^2 = \dots \text{dm}^2$ b) $628 \text{ m}^2 = \dots \text{dam}^2$
 c) $7,03423 \text{ hm}^2 = \dots \text{km}^2$ d) $0,00054 \text{ m}^2 = \dots \text{cm}^2$

31. a) $24 \text{ m}^2 = \dots \text{dam}^2$ b) $0,245 \text{ hm}^2 = \dots \text{dam}^2$
 c) $5\,600 \text{ m}^2 = \dots \text{hm}^2$ d) $1\,000 \text{ mm}^2 = \dots \text{cm}^2$

32. Completa los cuadrados en blanco:
 a) $5,6 \text{ m}^2 + 4,4 \text{ m}^2 = \dots \text{m}^2$
 b) $34 \text{ dm}^2 + 4600 \text{ cm}^2 = \dots \text{cm}^2$
 c) $23 \text{ hm}^2 + 210 \text{ dam}^2 = \dots \text{km}^2$
 d) $6,4 \text{ m}^2 + 1,8 \text{ dam}^2 = \dots \text{m}^2$

33. ¿Verdadero o falso?
 a) Un cuadrado de 100 m de lado tiene un área de 100 m². Falso
 b) $51 \text{ dm}^2 + 900 \text{ cm}^2 = 0,6 \text{ m}^2$. Verdadero
 c) La mitad de un metro cuadrado es el doble de «medio metro» cuadrado. Verdadero

VOLUMENES, CAPACIDADES Y MASAS

En los ejercicios 37 a 38, completa:

37. a) $1 \text{ m}^3 = \dots \text{cm}^3$ b) $1 \text{ dm}^3 = \dots \text{cm}^3$
 c) $1 \text{ km}^3 = \dots \text{m}^3$ d) $1 \text{ hm}^3 = \dots \text{m}^3$

38. a) $1 \text{ m}^3 = \dots \text{cm}^3$ b) $1 \text{ dm}^3 = \dots \text{cm}^3$
 c) $1 \text{ km}^3 = \dots \text{m}^3$ d) $1 \text{ hm}^3 = \dots \text{m}^3$

39. Completa los cuadrados en blanco:
 a) $5,6 \text{ m}^3 + 4,4 \text{ m}^3 = \dots \text{m}^3$
 b) $34 \text{ dm}^3 + 4600 \text{ cm}^3 = \dots \text{cm}^3$
 c) $23 \text{ hm}^3 + 210 \text{ dam}^3 = \dots \text{km}^3$
 d) $6,4 \text{ m}^3 + 1,8 \text{ dam}^3 = \dots \text{m}^3$

40. ¿Verdadero o falso?
 a) Un cubo de 100 m de lado tiene un volumen de 100 m³. Falso
 b) $51 \text{ dm}^3 + 900 \text{ cm}^3 = 0,6 \text{ m}^3$. Verdadero
 c) La mitad de un metro cúbico es el doble de «medio metro» cúbico. Verdadero
 d) El volumen cúbico de un cubo de 10 dm de lado es 1000 dm³.

SOLUCIONARIO

En los ejercicios 28 a 32, completa:

28. a) $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$

b) $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$

c) $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$

d) $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

29. a) $23 \text{ dm}^2 = 2300 \text{ cm}^2$

b) $0,425 \text{ dm}^2 = 42,5 \text{ cm}^2$

c) $3 \text{ dm}^2 = 30000 \text{ mm}^2$

d) $36,6 \text{ cm}^2 = 3660 \text{ mm}^2$

30. a) $0,34 \text{ m}^2 = 34 \text{ dm}^2$

b) $628 \text{ m}^2 = 6,28 \text{ dam}^2$

c) $7,03423 \text{ hm}^2 = 70342,3 \text{ m}^2$

d) $0,00054 \text{ m}^2 = 5,4 \text{ cm}^2$

31. a) $24 \text{ m}^2 = 0,24 \text{ dam}^2$

b) $0,245 \text{ hm}^2 = 24,5 \text{ dam}^2$

c) $5\,600 \text{ m}^2 = 0,56 \text{ hm}^2$

d) $1\,000 \text{ mm}^2 = 10 \text{ cm}^2$

32. Completa los cuadrados en blanco:

a) $5,6 \text{ m}^2 + 4,4 \text{ m}^2 = 10 \text{ m}^2$

b) $34 \text{ dm}^2 + 4600 \text{ cm}^2 = 8000 \text{ cm}^2$

c) $23 \text{ hm}^2 + 210 \text{ dam}^2 = 0,251 \text{ km}^2$

d) $6,4 \text{ m}^2 + 1,8 \text{ dam}^2 = 186,4 \text{ m}^2$

33. ¿Verdadero o falso?

a) Un cuadrado de 100 m de lado tiene un área de 100 m². Falsob) $51 \text{ dm}^2 + 900 \text{ cm}^2 = 0,6 \text{ m}^2$. Verdadero

c) La mitad de un metro cuadrado es el doble de «medio metro» cuadrado. Verdadero

d) Un kilómetro cuadrado es el área de un cuadrado de 10 hm de lado. Verdadero

34. Utiliza una tabla de conversión para expresar en m^2 el resultado de las siguientes sumas:

a) $23 m^2 + 5 dm^2 + 57 cm^2 + 2\ 300 mm^2$

	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	
	23				
		05			
			57		
			23	00	
Suma	23	05	80	00	$23,058 m^2$

b) $2,32 dam^2 + 2,32 m^2 + 2,32 dm^2 + 2,32 cm^2$

	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	
	2	32				
		02	32			
			02	32		
				02	32	
Suma	2	34	34	34	32	$234,343432 m^2$

c) $345 cm^2 + 2\ 800 m^2 + 23 hm^2 + 0,32 km^2$

	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	
				03	45	
		28	00			
	23					
	32					
Suma	55	28	00	03	45	$552800,0345 m^2$

d) $2 km^2 + 2 hm^2 + 2 dam^2 + 2 m^2 + 2 dm^2$

	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	
	2					
		02				
			02			
				02		
					02	
Suma	2	02	02	02	02	$2020202,02 m^2$

35. Observa la siguiente tabla y fíjate que solo hay dos cifras en cada casilla:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
00	32	11	27	00	07	00

Este número representa indistintamente:

$$32,11\ 270\ 007 hm^2 = 3\ 211,270\ 007 dam^2 =$$

$$= 321\ 127,0\ 007 m^2 = 3\ 211\ 270\ 007 cm^2$$

O también: $32 hm^2 + 11 dam^2 + 27 m^2 + 7 cm^2$

Ahora tú: Expresa en cada una de las unidades de superficie los números representados en las siguientes tablas:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
00	05	13	15	00	00	00

$$5,1315 hm^2 = 513,15 dam^2 = 51315 m^2 =$$

$$= 5131500 dm^2 = 513150000 cm^2 =$$

$$= 51315000000 mm^2$$

$$O también: $5 hm^2 + 13 dam^2 + 15 m^2$$$

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
16	53	00	29	00	00	00

$$16,530029 km^2 = 1653,0029 hm^2 = 165300,29 dam^2 =$$

$$= 16530029 m^2 = 1653002900 dm^2 =$$

$$= 165300290000 cm^2 = 16530029000000 mm^2$$

$$O también: $16 km^2 + 53 hm^2 + 29 m^2$$$

36. En cada fila de la siguiente tabla aparece un mismo valor expresado en diferentes unidades de superficie. Copia y completa:

dam^2	m^2	dm^2	cm^2
0,38	38	3800	380000
0,362	36,2	3620	362000
0,05	5	500	50000
0,02345	2,345	234,5	23 450

En los ejercicios 37 y 38, completa:

37. a) $1 m^3 = 1000\ 000 cm^3$

b) $1 cm^3 = 1000 mm^3$

c) $1 dm^3 = 1000 cm^3$

d) $1 m^3 = 1000 dm^3$

38. a) $4 dm^3 = 4000 cm^3$

b) $1,4 dm^3 = 1400 cm^3$

c) $0,3 dm^3 = 300000 mm^3$

d) $40,6 cm^3 = 40600 mm^3$

39. Completa los cuadrados en blanco:

a) $5,6 m^3 + 4,4 m^3 = 10 m^3$

b) $34 dm^3 + 46000 cm^3 = 80\ 000 cm^3$

c) $4 m^3 + 0,3 m^3 = 4\ 300 dm^3$

d) $3 dam^3 + 7,125 hm^3 = 7\ 128 dam^3$

40. ¿Verdadero o falso?

a) Un cubo de 100 m de lado tiene un volumen de $100 m^3$. — Falso. Tiene $1000000 m^3$

b) $151 dm^3 + 9\ 000 cm^3 = 0,16 m^3$. — Verdadero

c) La mitad de un metro cúbico es el doble de «medio metro» cúbico. — Falso.

d) Un kilómetro cúbico es el volumen de un cubo de 10 hm de lado. — Verdadero

► Pág. 156. Ejercicios

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

41. Utiliza una tabla de conversión para expresar en m^3 al resultado de las siguientes sumas:

a) $2,3 m^3 + 0,5 dm^3 + 5,96 cm^3 + 90.000 mm^3$
 b) $0,52 dm^3 + 2,52 m^3 + 2,52 dm^3 + 2,52 cm^3$
 c) $345 cm^3 + 2,3 m^3 + 0,25 dm^3 + 0,00013 dm^3$
 d) $2 km^3 + 2 dm^3 + 2 dm^3 + 2 m^3 + 2 dm^3$

42. Escribe las unidades de la siguiente tabla expresadas en metros-cúbicos, ordenadas en diferentes unidades de volumen. Capa y completas:

km ³	m ³	dm ³	cm ³
10			
9.000			
		1.000	
			17.000

43. Observa la siguiente tabla y escribe qué unidades se utilizan en cada caso:

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
200	120	100	70	300	100	200

Una columna expresa milímetros-cúbicos:

$$200.000.000 mm^3 + 120.000.000 mm^3 + 100.000.000 mm^3 + 70.000.000 mm^3 + 300.000.000 mm^3 + 100.000.000 mm^3 + 200.000.000 mm^3$$

¿Cuántos expresará milímetros-cúbicos?

$$200.000.000 mm^3 + 120.000.000 mm^3 + 100.000.000 mm^3 + 70.000.000 mm^3 + 300.000.000 mm^3 + 100.000.000 mm^3 + 200.000.000 mm^3$$

Almendra. Expresa en cada una de las unidades de esta serie los valores expresados en la siguiente tabla:

44. Expresa en cada una de las unidades de esta serie los valores expresados en la siguiente tabla:

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
100	100	100	100	100	100	100

45. Expresa en cada una de las unidades de esta serie los valores expresados en la siguiente tabla:

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
100	100	100	100	100	100	100

CAPACIDAD, MASA Y VOLUMEN

46. Utiliza la unidad de medida más adecuada para medir el volumen de:

a) un vaso de leche.
 b) un cubo.
 c) el agua de un cubitero.
 d) el contenido de un frasco de vidrio.

47. Una piscina tiene un volumen de $70 m^3$. ¿Cuántos litros son necesarios para llenarla totalmente?

48. ¿Cuántos cubitos se necesitan si la base y el alto de 17 cubitos que se pegan?

49. Un recipiente contiene 2,5 litros de líquido. ¿Cuántos litros de 200 cm³ podemos llenar? ¿Cuántos litros de 250 cm³?

50. Expresa en un sistema de unidades que sea conveniente el resultado de 114,5 de la base del cubito es de 5.000 kg, ¿cuántos litros de agua pueden transportar?

51. Completa:

a) 12,5 l = ... m³
 b) 0,5 m³ = ... l
 c) 1 dm³ = ... m³
 d) 1000 l = ... m³

52. Utiliza las unidades de masa y completa:

a) 1,5 kg = ... g
 b) 1 kg = ... g
 c) 1000 g = ... kg
 d) 1000 kg = ... t

53. Completa:

a) 1,5 kg = ... g
 b) 1 kg = ... g
 c) 1000 g = ... kg
 d) 1000 kg = ... t

54. ¿Qué capacidad en litros y en m³ tiene una piscina rectangularmente con 10 m de largo, 7 m de ancho y 1,5 m de profundidad?



55. ¿Cuántos cubitos se necesitan si la base y el alto de 100 cubitos que se pegan 10 metros de largo, 100 decímetros de ancho y 100 centímetros de alto?

56. El agua contenida en un granero ocupa un volumen de 50.000 dm³. ¿Cuántos litros son?

57. Un líquido en un vaso de 5,25 kg y ocupa un volumen de 100 m³. ¿Cuántos litros son?

58. Un líquido de densidad 2,25 g/cm³ que ocupa un volumen de 0,82 litros. ¿Cuántos litros son?

59. Un cubo de 10 cm de lado. ¿Cuántos litros son? ¿Cuántos m³ son?



SOLUCIONARIO

41. Utiliza una tabla de conversión para expresar en m^3 el resultado de las siguientes sumas:

a)

	m^3	dm^3	cm^3	mm^3	
	2	300			
			500		
			570		
			46	000	
Suma	2	301	116	000	2,301116 m ³

b)

	dm^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3	
	2	320				
		002	320			
			002	320		
				002	320	
Suma	2	322	322	322	320	2322,32232232 m ³

c)

	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	
						345	
				002	800		
			230				
			320				
Suma			550	002	800	345	550002,800345 m ³

d)

	km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	
	2					
		002				
			002			
				002		
					002	
Suma	2	002	002	002	002	2002002002,002 m ³

42. En cada fila de la siguiente tabla aparece un mismo valor expresado en diferentes unidades de volumen. Copia y completa:

dam ³	m ³	dm ³	cm ³
0,023	23	23000	23000000
0,068	68	68000	68000000
0,005	5	5 000	5000000
0,00175005	1,75005	1750,05	1 750 050

43. Observa la siguiente tabla y fíjate que *solo hay tres cifras en cada casilla*:

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
000	325	101	527	000	000	000

Este número representa indistintamente:

$$325,101\ 527\ \text{hm}^3 = 325\ 101,527\ \text{dam}^3 = \\ = 325\ 101\ 527\ \text{m}^3 = 325\ 101\ 527\ 000\ \text{dm}^3$$

$$\text{O también: } 325\ \text{hm}^3 + 101\ \text{dam}^3 + 527\ \text{m}^3$$

Ahora tú: Expresa en cada una de las unidades de volumen los números representados en las siguientes tablas:

a)

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
000	005	013	158	010	00	00

$$5,01315801\ \text{hm}^3 = 5013,15801\ \text{dam}^3 =$$

$$= 5013158,01\ \text{m}^3 = 5013158010\ \text{dm}^3$$

$$\text{O también: } 5\ \text{hm}^3 + 13\ \text{dam}^3 + 158\ \text{m}^3 + 10\ \text{dm}^3$$

b)

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
016	951	000	750	000	000	000

$$16,951000750\ \text{km}^3 = 16951,00075\ \text{hm}^3 =$$

$$= 16951000,75\ \text{dam}^3 = 16951000750\ \text{m}^3$$

$$\text{O también: } 16\ \text{km}^3 + 951\ \text{hm}^3 + 750\ \text{m}^3$$

44. Indica la unidad de medida más adecuada para medir el volumen de:

a) una goma de borrar — cm³

b) un aula — m³

c) el agua de un embalse — hm³

d) el contenido de un frasco de colonia. — ml o cm³

45. Una piscina tiene un volumen de 50 m³. ¿Cuántos litros son necesarios para llenarla totalmente? ¿Cuánto tardará en vaciarse si lo hace a un ritmo de 25 litros por segundo?

Son necesarios $50 \times 1000 = 50000$ litros, para llenarla.

$$50.000 : 25 = 2000\ \text{seg}; 2000 : 60 = 33,3\ \text{minutos};$$

$$33,3 : 60 = 0,5\ \text{horas}$$

46. Un recipiente contiene 2,5 litros de colonia. ¿Cuántos frascos de 250 cm³ podremos llenar? ¿Llenaríamos los mismos si fueran de 250 ml?

$$2,5\ \text{l} = 2500\ \text{ml} = 2500\ \text{cm}^3$$

$$2500 : 250 = 10 \Rightarrow \text{se pueden llenar 10 frascos.}$$

Sí porque $1\ \text{ml} = 1\ \text{cm}^3$

47. Disponemos de un camión cuba cuyo peso máximo autorizado es de 15 t. Si la tara del camión es de 5 000 kg, ¿cuántos litros de agua puede transportar?

$$15\ \text{t} = 15000\ \text{kg}$$

$$15000 - 5000 = 10000 \Rightarrow \text{Puede transportar } 10000\ \text{kg o } 10000\ \text{litros de agua pues } 1\ \text{kg} = 1\ \text{l.}$$

48. Completa:

a) $2,5\ \text{l} = 2500\ \text{cm}^3$

b) $4\ \text{dl} = 400000\ \text{mm}^3$

c) $3,2\ \text{m}^3 = 3200\ \text{l}$

d) $1500\ \text{c.c.} = 1,5\ \text{l}$

49. Utiliza las “equivalencias agua” y completa:

a) $3,62\ \text{l} = 3620\ \text{g}$

b) $4\ \text{dl} = 0,4\ \text{kg}$

c) $0,32\ \text{m}^3 = 320\ \text{kg}$

d) $2320\ \text{cm}^3 = 2,32\ \text{kg}$

50. Completa:

a) $1,6321\ \text{hg} = 1632,1\ \text{dg}$

b) $0,0762\ \text{t} = 76,2\ \text{kg}$

c) $2,35\ \text{q} = 235000\ \text{g}$

d) $32176\ \text{cg} = 0,032176\ \text{mag}$

51. ¿Qué capacidad, en litros y en m³, tiene una piscina cuyas dimensiones son de 10 m de largo, 7 m de ancho y 1,75 m de profundidad?

$$10 \times 7 \times 1,75 = 122,5 \Rightarrow \text{Tiene una capacidad de } 122,5\ \text{m}^3 = 122500\ \text{l.}$$

52. ¿Cuántos contenedores cúbicos, de 100 cm de arista, cabrán en un almacén que tiene 40 metros de largo, 100 decímetros de ancho y 500 centímetros de alto?

$$40\ \text{m} = 4000\ \text{cm} \Rightarrow \text{caben 40 contenedores a lo largo}$$

$$100\ \text{dm} = 1000\ \text{cm} \Rightarrow \text{caben 10 contenedores a lo ancho}$$

$$500\ \text{cm} \Rightarrow \text{caben 5 contenedores a lo alto}$$

$$\text{Caben en total } 40 \times 10 \times 5 = 2000\ \text{contenedores}$$

- 53. El agua embalsada en un pantano ocupa un volumen de $328,405 \text{ hm}^3$. ¿Cuál es su masa?**

$$328,405 \text{ hm}^3 = 328405000 \text{ m}^3 = 328405000 \text{ t}$$

- 54. Un líquido tiene una masa de $0,325 \text{ kg}$ y ocupa un volumen de 160 cm^3 . ¿Cuál es su densidad?**

$$0,325 \text{ kg} = 325 \text{ g}$$

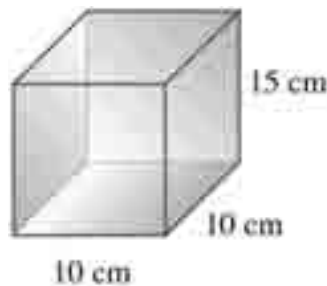
$$\text{La densidad es } \frac{325}{160} \text{ g/cm}^3 = 2,03125 \text{ g/cm}^3$$

- 55. Un líquido de densidad $3,85 \text{ g/cm}^3$ está envasado y ocupa un volumen de $4,82 \text{ litros}$. ¿Cuál es su masa?**

$$4,82 \text{ l} = 4820 \text{ ml} = 4820 \text{ cm}^3$$

$$\text{Su masa es } 3,85 \times 4820 \text{ g} = 18557 \text{ g} = 18,557 \text{ kg}$$

- 56. Un cierto día llovieron “32 litros por metros cuadrado” y Ana dejó en el jardín de su casa un recipiente como el que indica la figura. ¿Qué altura alcanzó el agua?**



La base del recipiente es $0,1 \times 0,1 = 0,01 \text{ m}^2 \Rightarrow$ en 1 m^2 caben 100 recipientes $\Rightarrow$ En el recipiente han caído $\frac{32}{100} \text{ l} = 0,32 \text{ l} = 320 \text{ cm}^3$.

Entonces el volumen de agua en el recipiente es $320 = 10 \times 10 \times x = \frac{320}{100} \text{ cm} = 3,2 \text{ cm}$.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Identificar los elementos básicos para organizar y describir el plano.
- Diferenciar recta, semirrecta y segmento.
- Conocer las posiciones relativas de dos rectas en el plano.
- Utilizar los instrumentos de dibujo habituales para realizar construcciones: rectas paralelas, perpendiculares, mediatriz de un segmento, etc.
- Utilizar sistemas de referencia para situar y localizar puntos en el plano.
- Utilizar los símbolos y el vocabulario adecuado para describir con precisión ángulos y sus propiedades.
- Usar el transportador para medir ángulos.
- Construir ángulos utilizando la regla, el compás y el transportador.
- Distinguir las diferentes clases de ángulos.
- Buscar y reconocer las propiedades y relaciones entre las diferentes clases de ángulos.
- Reconocer la bisectriz de un ángulo y trazarla utilizando la regla y el compás.
- Identificar los ángulos que se forman al cortar dos paralelas por una secante.
- Conocer el sistema sexagesimal.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Conocer la terminología de punto, recta, semirrecta, segmento y plano.
- Identificar la posición relativa de dos rectas y conocer la nomenclatura que se utiliza en cada caso.
- Saber medir un ángulo, nombrarlo y conocer todas los tipos de ángulos.
- Conocer el sistema sexagesimal y operar con él los ángulos.
- Determinar ángulos complementarios y suplementarios a uno dado.
- Utilizar correctamente la escuadra, cartabón y compás para dibujar: mediatrices, bisectrices, rectas paralelas y perpendiculares por un punto.
- Leer y reflexionar sobre lo que nos pide un problema y elaborar la estrategia más adecuada.
- Ser capaces de dibujar con limpieza y exactitud.

CONTENIDOS

• Conceptos ("saber")

- Elementos básicos para la descripción y organización del plano: puntos y rectas.
- Semirrecta y segmento. Punto medio de un segmento.
- Mediatriz de un segmento.
- Relaciones básicas para la descripción y organización del plano: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.
- Ángulo: elementos
- Amplitud de un ángulo.
- Operaciones gráficas con ángulos:
 - Adición.
 - Sustracción.
 - Multiplicación de un ángulo por un número.
 - División. Bisectriz.
- Tipos de ángulos: recto, agudo, obtuso, complementario, suplementario, adyacente...
- Ángulos de lados paralelos y ángulos de lados perpendiculares.
- Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante: opuestos por el vértice, alternos (internos y externos), correspondientes, suplementarios.
- Propiedades de los ángulos anteriores.

• Procedimientos ("Saber hacer")

- Utilización diestra de los instrumentos de dibujo habituales.
- Identificación de la posición relativa de dos rectas en el plano.

- Utilización de los símbolos y del vocabulario geométrico para describir con precisión los ángulos y sus propiedades.
- Uso del transportador para medir ángulos.
- Descripción de la situación y posición de los ángulos en el plano.
- Búsqueda de propiedades y relaciones entre las diferentes clases de ángulos.
- Utilización de la regla y el compás para trazar la bisectriz a un ángulo y la mediatriz a un segmento.
- Utilización de la regla, escuadra o cartabón para trazar paralelas cortadas por una secante y comprobar las propiedades y relaciones de los ángulos que se nos han formado.
- Formulación de problemas sobre ángulos y resolución de los mismos aplicando las relaciones y propiedades estudiadas.

• Actitudes ("Saber ser")

- Confianza en las propias capacidades para percibir el entorno y resolver problemas geométricos.
- Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de los ya encontrados.
- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.
- Sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada de trabajos geométricos.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
LENGUAJE MATEMÁTICO	◦ Descriptores 1. Reconocer los elementos de un plano. 2. Determinar la posición relativa de dos rectas. 3. Entender el concepto de un ángulo, clasificarlos y obtener su medida. 4. Conocer el sistema sexagesimal.		
	◦ Desempeño		
	1. Nombra y señala los elementos de un plano.	- Conoce y nombra un punto y una recta. - Determina que es una recta, un segmento y una semirrecta.	- Ejercicios 1, 2 y 3 (pág. 161)
	2. Determina la posición relativa de dos rectas.	- Reconoce y nombra las rectas en determinadas posiciones. - Representa gráficamente rectas paralelas y perpendiculares con la ayuda de la regla y escuadra.	- Ejercicio 4 (pág. 162)
	3. Reconoce un ángulo, lo mide y lo nombra.	- Utiliza el semicírculo graduado para medir ángulos. - Clasifica los ángulos según su medida y su posición.	- Ejercicio 5 y 6 (pág. 163)
	4. Conoce el sistema sexagesimal.	- Utiliza los grados minutos y segundos y conoce su equivalencia.	- Epígrafe 5 (pág. 166)
CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS	◦ Descriptores 1. Conocer y representar la mediatriz de un segmento. 2. Dibujar una paralela y un perpendicular por un punto exterior. 3. Conocer y representar la bisectriz de un ángulo.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza, el compás y la regla para dibujar una mediatriz.	- Representa correctamente la mediatriz de un segmento dado.	- Ejemplo 5 (pág. 145)
	2. Utiliza el compás y la regla para dibujar la bisectriz de un ángulo.	- Representa correctamente la bisectriz de un ángulo determinado.	- Epígrafe 4 (pág. 150)
	3. Utiliza, escuadra, cartabón y compás para trazar rectas determinadas.	- Representa correctamente la paralela y la perpendicular a una recta determinada por un punto exterior.	- Epígrafe 6 (pág. 169)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores 1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	Leer con detenimiento y determinar la pregunta que se nos plantea en el problema.	- Ejercicios 10, 11, 12, 13, 17, 18 (pág. 172)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Utiliza los conocimientos de ángulos y aplica la estrategia más adecuada.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	

OPERACIONES MATEMÁTICAS	◦ Descriptor		
	1. Conocer los algoritmos para sumar, resta, multiplicar y dividir ángulos.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce el algoritmo para sumar, restar, multiplicar y dividir ángulos.	- Suma ángulos y reduce el resultado cuando los minutos a segundos sobrepasan de 60. - Conoce el mecanismo para restar ángulos. - Multiplica un ángulo por un número, reduciendo el resultado. - Divide un ángulo por un número, conociendo la técnica utilizada para los restos parciales.	- Ejemplo 1 (pág. 167)

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber que quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 9
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Reconoce los elementos geométricos que le piden. - Diferencia cada elemento y lo relaciona con su definición.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer elementos geométricos en situaciones de nuestro entorno habitual.		
	◦ Desempeño		
	1. Identifica formas geométricas en nuestro entorno.	- Asocia el plano del ensanche de una ciudad con las rectas paralelas y perpendiculares. - Observa que las vías de tren son paralelas. - Reconoce los ángulos de determinadas construcciones.	- Ilustración (pág. 160 161 y 164)

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO

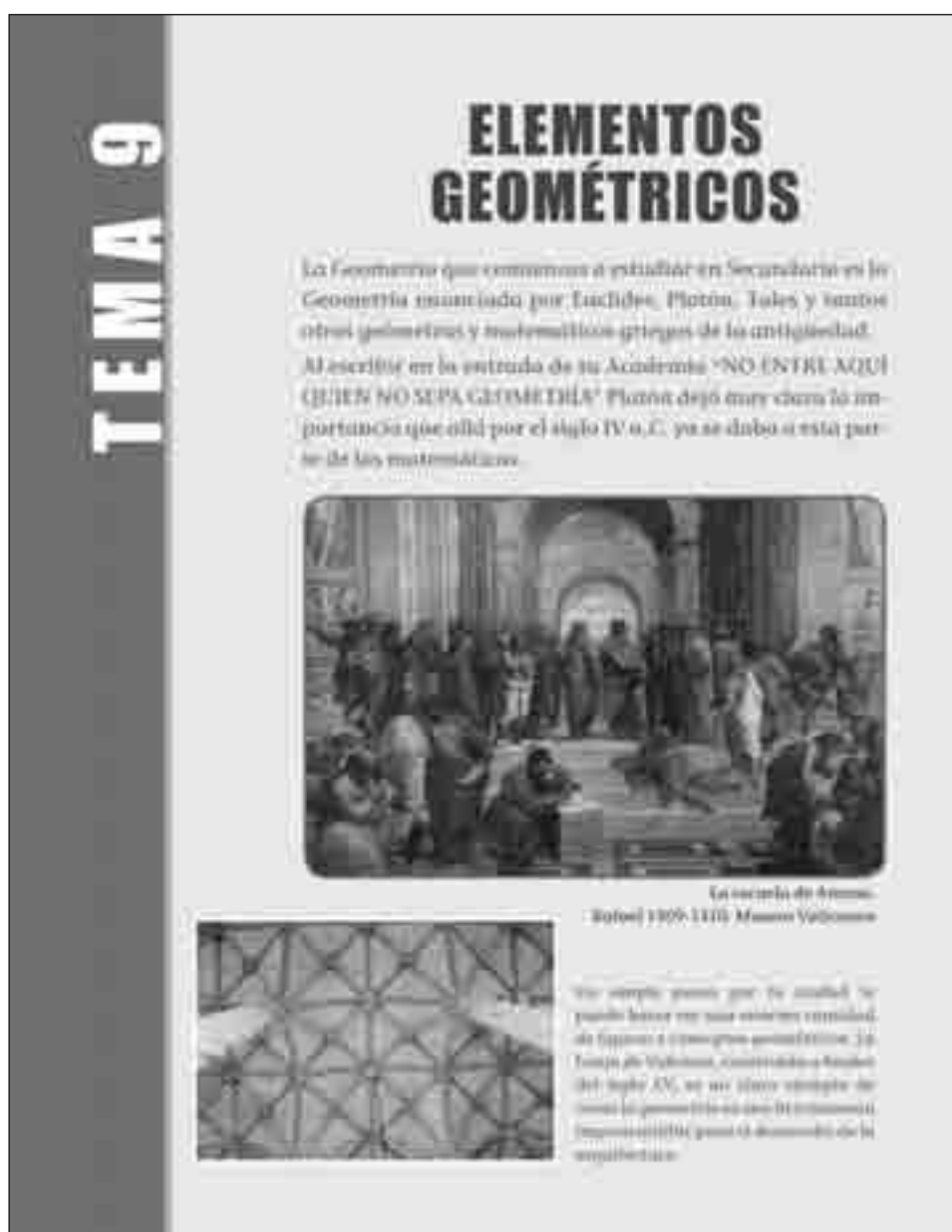
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptor		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Reconoce que términos como paralelas, perpendiculares, medida de segmentos, medida de ángulos, figuras geométricas y el uso de instrumentos de dibujo, acercan al alumno al conocimiento del mundo real.	- Problemas del tema 9 (pág. 172, 173 y 174)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura	- A lo largo del tema
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación.	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer la importancia de la geometría ya en el siglo IV antes de Cristo. 2. Observar en cualquier monumento como nos podemos encontrar con elementos geométricos.		
	◦ Desempeño		
	1. Conocer la importancia de la geometría.	- Sabe cuales fueron los precursores de la geometría. - Encuentra elementos comunes como ángulos y rectas en monumentos conocidos.	- Hoja de inicio de tema 9

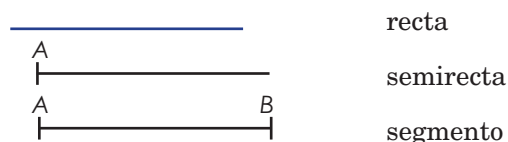
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir una opción. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos 3. Mejorar en la representación gráfica y tener gusto y limpieza.		
	◦ Desempeño		
	1. Proponer metas accesibles.	- Es perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Le dedica el tiempo necesario para la consecución de los objetivos	- A lo largo del tema
	2. Analizar los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto. - Cuida la representación gráfica y mejora la calidad y la limpieza.	

► Pág. 158 - 159. Elementos geométricos

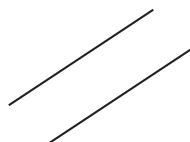


SOLUCIONARIO

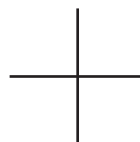
Indica qué corresponde a un segmento, a una recta y a una semirrecta.



Dibuja dos rectas paralelas



Dibuja dos rectas perpendiculares ¿por qué lo son?



Son perpendiculares porque forman cuatro ángulos iguales (rectos)

DE 6º A 1º

Un punto engendra una recta.
Una recta engendra una superficie.
Y una superficie engendra un cuerpo.

Indica qué corresponde a un segmento, a una recta y a una semirecta.

Las rectas pueden ser paralelas y también perpendiculares.
Dibuja dos rectas paralelas.
Dibuja dos rectas perpendiculares ¿por qué lo son?

Los ángulos se miden con un semicírculo graduado. Completa la serie siguiente:

Para medir ángulos utilizando el sistema sexagesimal, donde un grado tiene 60 minutos y un minuto (sólo) tiene sesenta segundos y los (representamos así) $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Si a 90° le restamos $\hat{A}$ obtenemos su complementario ($\hat{B}$), y si a los complementarios sumas 90° (un ángulo recto).

Vamos a calcular el ángulo complementario de $\hat{A} = 14^\circ 18' 16''$.
Observa estos cálculos: $90^\circ = 89^\circ 60' = 89^\circ 59' 60''$

$89^\circ 59' 60''$
$- 14^\circ 18' 16''$
$\hat{B} = 75^\circ 41' 44''$

PRACTICA

¿Cuánto suman los ángulos suplementarios?
Calcula el suplementario de $\hat{A} = 14^\circ 18' 16''$

Los ángulos se miden con un semicírculo graduado. Completa la serie siguiente:

recto, mide 90°

agudo, mide 45°

obtuso, mide 120°

llano, mide 180°

¿Cuánto suman los ángulos suplementarios? Los ángulos suplementarios suman 180° . **Calcula el suplementario de $\hat{A} = 14^\circ 18' 16''$**

179°	$59'$	$60''$
14°	$18'$	$16''$
$165^\circ 41' 44''$		

El suplementario de $\hat{A}$ mide $165^\circ 41' 44''$.

► Pág. 160. 1 Puntos y rectas

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

1 Puntos y rectas

Puedes imaginar un **plano** como una hoja de papel infinitamente grande, más es, sin ningún borde que la delimita.

La señal que deja un lápiz con la punta muy afilada en el papel es un **punto**. Podemos pensar que un punto es un círculo infinitamente pequeño, es decir, de radio prácticamente cero. Se dice, por ello, que los puntos no tienen dimensión.

Sobre un plano es posible situar puntos. Los puntos de un plano se denotan con letras mayúsculas. En la figura A, B, C, D y E son puntos del plano.

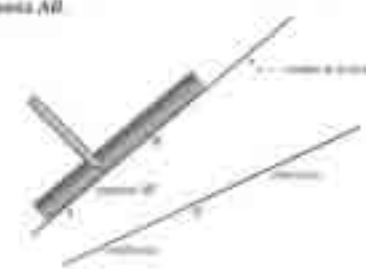


SABES QUE...
Cuando varios puntos pertenecen a una misma recta se dice que están alineados.



Determinación de una recta
Dos puntos cualesquiera de un plano determinan una recta y la puedes dibujar con ayuda de una regla.
Una recta está formada por infinitos puntos y no tiene principio ni fin.

Semirrectas y segmentos
En un punto O cualquiera de una recta determinamos dos **semirrectas** de origen O.
El trazo de recta determinado por dos puntos de ella se llama **segmento**. El segmento determinado por dos puntos A y B se representa AB.

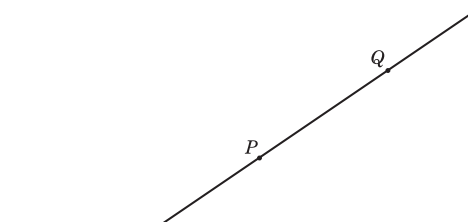

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Se introduce el concepto de plano de forma intuitiva: conjunto de puntos que verifican ciertas propiedades.

El punto y la recta son conceptos primarios de los que se obtienen los conceptos de segmento y semirrecta.

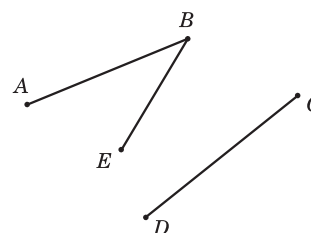
SOLUCIONARIO

- Si A es un punto del plano. ¿Cuántas semirrectas puedes trazar con origen en A?
Infinitas.
- Dibuja dos puntos P y Q. ¿Cuántas semirrectas tienen origen en P y pasan por Q? ¿Cuántas semirrectas tienen origen en Q y pasan por P?



Una en ambos casos

- Dibuja en tu libreta cinco puntos A, B, C, D y E. Utiliza una regla para representar los segmentos AB, CD y BE y mide sus longitudes. ¿Qué tienen en común los segmentos AB y BE?



El punto B.

► Pág. 161. 2 Posición relativa de dos rectas en el plano

Un segmento tiene dos extremos que lo limitan, mientras que una semirrecta solo está limitada por su punto origen.

EJERCICIOS

1. Si A es un punto del plano, ¿cuántas semirrectas pueden tener como origen en A ?
2. Dada una semirrecta PQ , ¿cuántas semirrectas tienen origen en P y pasan por Q ? ¿cuántas semirrectas tienen origen en Q y pasan por P ?
3. Dibuja en la libreta cinco puntos A, B, C, D y E . Utiliza una regla para representar los segmentos AB , CD y BE y mide sus longitudes. ¿Qué tienen en común los segmentos AB y BE ?

2 Posición relativa de dos rectas en el plano

Las diferentes posiciones que pueden adoptar dos rectas en el plano son:

Paralelas



Se escriben:

Secantes



Se cortan en un punto.

Perpendiculares



Son dos rectas secantes que forman cuatro ángulos iguales.

Si dos rectas r y s son paralelas se escribe $r \parallel s$, se lee " r es paralela a s " y cuando son secantes se escribe $r \nparallel s$.

Las rectas son perpendiculares cuando se cortan de forma que determinan cuatro ángulos iguales. Cada uno de ellos se dice que es un **ángulo recto**. Se escribe $r \perp s$ para indicar que r y s son perpendiculares.



161

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

En geometría proyectiva, dos rectas paralelas tienen el mismo punto del infinito.

Considerar, pues, la conveniencia de debatir sobre la definición "dos rectas son paralelas cuando se cortan en el infinito".

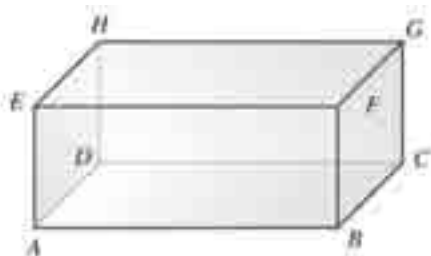
La figura de la vía del tren puede ser útil para ello.

Adquisición del vocabulario específico.

► Pág. 162. 3 Ángulos

SOLUCIONARIO

4. En un paralelepípedo como el de la figura cada par de puntos determinan una recta. Se pide:
- Nombra dos rectas paralelas a la AD.
 - Nombra dos rectas secantes.
 - Las rectas EG y HF ¿son secantes? ¿dónde se cortan?
 - Las rectas EH y AD ¿son perpendiculares?

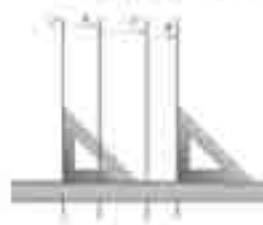


- Por ejemplo BC y EH .
- AD y AB
- Sí son secantes. Se cortan en el centro del rectángulo $EFGH$.
- No

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

Trazado de paralelas y perpendiculares

Observa en la figura siguiente cómo, a partir de una recta r , podemos trazar paralelas o perpendiculares a ella.



Observa que las rectas s , t y u son paralelas entre sí y todas perpendiculares a r .

EJERCICIO

1 En un paralelepípedo como el de la figura cada par de puntos determinan una recta. Se pide:

- Nombra dos rectas paralelas a la AD.
- Nombra dos rectas secantes.
- Las rectas EG y HF ¿son secantes? ¿dónde se cortan?
- Las rectas EH y AD ¿son perpendiculares?



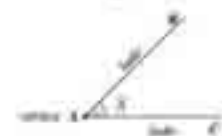
3 Ángulos

Ángulo es la parte del plano que delimitan dos semirrectas con el mismo origen.



Para medir ángulos se necesita disponer de un instrumento como el transportador, el arcómetro y el goniómetro.

Las semirrectas son los lados del ángulo y el origen de las semirrectas es el vértice del ángulo.



ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Juzgar la posibilidad de definir el ángulo como generado por el giro de una semirrecta, tomando el origen de la misma como centro de giro (región angular).

► Pág. 163. 4 Tipos de ángulos

El ángulo de la figura se llama A y se lee "ángulo A ". También se puede nombrar con tres letras (por ejemplo, BAC) usando la central el vértice.

El instrumento utilizado para medir la amplitud de un ángulo es el transportador o semicírculo graduado. La amplitud de un ángulo se mide en **grados**.

Un transportador está dividido en 180 partes iguales. Cada una es un grado, que se representa con el símbolo $^\circ$.

Observa cómo se utiliza el transportador para medir ángulos.



EJERCICIOS

1. Dibuja tres ángulos en tu cuaderno y médelos.
2. Mide los ángulos de amplitud 35° , 80° , 105° y 128° .

4 Tipos de ángulos

Si sales que cuando dos rectas se cortan formando cuatro ángulos iguales se dice que son **perpendiculares**. Cada uno de los ángulos se llama **ángulo recto** y mide 90° .

Comparando la amplitud de un ángulo cualquiera con la de un ángulo recto éste puede ser **agudo** o **obtuso**.



143

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

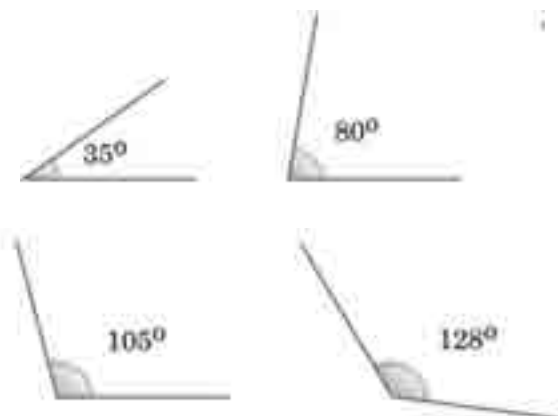
Adquisición del vocabulario específico.

SOLUCIONARIO

5. Dibuja tres ángulos en tu cuaderno y médelos.



6. Dibuja los ángulos de amplitud 35° , 80° , 105° y 128° .



► Pág. 164.

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

Existen en geometría dos tipos de ángulos: el **ángulo llano** y el **ángulo nulo**.

Ángulo llano
 Dos lados con extremos comunes en un punto de 180° .

Ángulo nulo
 Dos lados con extremos coincidentes.

Si comparamos la amplitud de un ángulo cualquiera con un ángulo llano, este puede ser **convexo** o **cóncavo**.

Ángulo convexo
 Menor que el llano.

Ángulo cóncavo
 Mayor que el llano.

Según la suma de sus amplitudes dos ángulos pueden ser **complementarios** o **suplementarios**.

complementarios
 Su suma es un ángulo de 90° .

suplementarios
 Su suma es un ángulo de 180° .

Ángulos consecutivos

Los ángulos son consecutivos cuando tienen un lado en común. Si además de ser consecutivos sus lados no comunes son rayos que parten de dicho lado que son **adyacentes**.

164

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Juzgar la posibilidad de definir el ángulo como generado por el giro de una semirrecta, tomando el origen de la misma como centro de giro (región angular).

► Pág. 165.

TEMA 9



A y B son **complementarios**



A y B son **adyacentes**

OBSERVA BIEN.

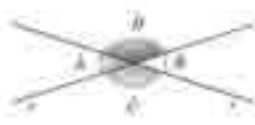
Dos ángulos adyacentes son suplementarios.

Ángulos determinados por rectas

Los ángulos que tienen los lados opuestos se dicen que son **opuestos por el vértice**.

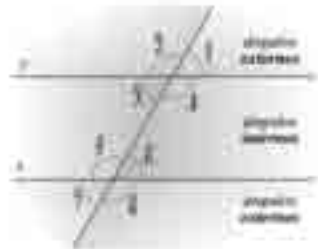
Las rectas r y s determinan cuatro ángulos. Los ángulos A y B son opuestos por el vértice, al igual que los ángulos C y D .

Observa que: $A + C = 180^\circ$ y también $B + D = 180^\circ$, luego $A + C = B + D$, por tanto $A = B$.



Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Observa la figura siguiente en la que las rectas r y s son paralelas.



- Los pares de ángulos 1 y 5 , 2 y 6 , 3 y 7 y 4 y 8 son **ángulos correspondientes**.
- Los pares de ángulos 3 y 6 , 4 y 7 son **alternos internos**.
- Los pares de ángulos 1 y 2 , 3 y 4 son **alternos externos**.

Cualquier par de ángulos que sean correspondientes o alternos internos o alternos externos son iguales entre sí.

165

► Pág. 166. 5 El sistema sexagesimal

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

5 El sistema sexagesimal



El sistema sexagesimal es un sistema de numeración difundido por los babilonios hasta 1800-1600 a.C. Tiene en común con el sistema decimal que es posicional, es decir, el valor de un dígito particular depende tanto de su valor como de la posición que ocupa.

La base de este sistema es 60, número que tiene muchas más divisiones que 10.

Los números babilónicos se escribían en cuneiforme, usando una paja de limaza hundida para marcar marcas en una tablilla de arcilla que luego se debía secar.

Para realizar los cálculos numéricos utilizan el sistema de numeración decimal, sin embargo para medir el tiempo y los ángulos se usa otro sistema llamado sistema sexagesimal.

En el sistema sexagesimal la medida de los ángulos se mide en grados ($^{\circ}$), minutos ($'$) y segundos ($''$).

El grado es la unidad principal. Cada grado tiene 60 minutos y cada minuto tiene 60 segundos.

$$1^{\circ} = 60'; \quad 1' = 60''$$

Para pasar de una unidad a la inmediata inferior debes multiplicar por 60.

$$15^{\circ} = 900' \text{ porque } 15 \times 60 = 900$$

$$4^{\circ} = 240' = 14400'' \text{ porque } 4 \times 60 = 240 \text{ y } 240 \times 60 = 14400$$

Para pasar de una unidad a la inmediata superior debes dividir por 60.

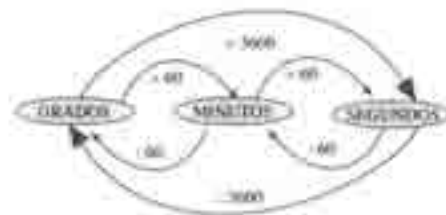
$$480' = 8^{\circ} \text{ porque } 480 : 60 = 8$$

$$7200'' = 120' = 2^{\circ} \text{ porque } 7200 : 60 = 120 \text{ y } 120 : 60 = 2$$

¡RECUERDA QUE!

En las medidas de tiempo también aplicamos la regla de 60: el minuto tiene 60 segundos y el grado 60 minutos.

$1^{\circ} = 60'$ min.
 $1' = 60''$ s.



Para realizar operaciones con ángulos debes tener en cuenta las equivalencias anteriores.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Es conveniente el manejo de la tecla $\frac{\circ}{\prime}{''}$ de la calculadora.

(Competencia cultural y artística)

► Pág. 167.

TEMA 9

EJEMPLO

1 Observa la técnica para realizar las cuatro operaciones fundamentales:

SUMA Operación: $23^{\circ} 32' 28'' + 12^{\circ} 40' 15''$ $\begin{array}{r} 23^{\circ} 32' 28'' \\ + 12^{\circ} 40' 15'' \\ \hline 35^{\circ} 72' 43'' \\ + 1^{\circ} 12' 0'' \quad \leftarrow \text{pues } 72' = 1^{\circ} 12' \\ \hline 36^{\circ} 12' 43'' \end{array}$	RESTA Operación: $45^{\circ} 23' 15'' - 25^{\circ} 35' 48''$ Para realizar la operación hay que preparar los ángulos de forma que todas las unidades del minuendo sean mayores que las correspondientes del sustraendo. Como $45^{\circ} 23' 15'' = 44^{\circ} 83' 15'' = 44^{\circ} 82' 75''$ obtenemos: $\begin{array}{r} 44^{\circ} 82' 75'' \\ - 25^{\circ} 35' 48'' \\ \hline 19^{\circ} 47' 27'' \end{array}$
MULTIPLICACIÓN Operación: $125^{\circ} 32' 45'' \cdot 3$ $\begin{array}{r} 125^{\circ} 32' 45'' \\ \cdot 3 \\ \hline 375^{\circ} 96' 135'' \\ 115^{\circ} = 2^{\circ} 55' \quad 96' = 1^{\circ} 36' \\ \hline \text{Como } (125^{\circ} 32' 45'') \cdot 3 = 375^{\circ} 96' 135'' \end{array}$	DIVISIÓN Operación: $(48^{\circ} 27' 4'') : 4$ $\begin{array}{r} 48^{\circ} 27' 4'' \quad 4 \overline{) 12^{\circ} 24' 16''} \\ - 48^{\circ} \\ \hline 1^{\circ} = 60' \\ 97' \\ - 96' \\ \hline 1' = 60'' \\ 64'' \\ - 64'' \\ \hline 0'' \end{array}$

EJERCICIOS

1 Dados los ángulos $\alpha = 47^{\circ} 22' 52''$ y $\beta = 16^{\circ} 35' 28''$, halla:

a) $\alpha + \beta$ b) $\alpha - \beta$ c) 2β d) $\frac{\alpha}{2}$

2 Halla el complementario del ángulo $47^{\circ} 25'$ y el suplementario de $142^{\circ} 20'$.

$$\begin{array}{r} \text{d) } 47^{\circ} 22' 52'' \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ 23^{\circ} 41' 26'' \end{array} \right. \\ - 46^{\circ} \\ \hline 1^{\circ} = 60' \\ 82' \\ - 82' \\ \hline 0' \\ 52'' \\ - 52'' \\ \hline 0'' \end{array}$$

SOLUCIONARIO

7. Dados los ángulos $\alpha = 47^{\circ} 22' 52''$ y $\beta = 16^{\circ} 35' 28''$, halla:

a) $\alpha + \beta$ b) $\alpha - \beta$ c) 2β d) $\frac{\alpha}{2}$

a)
$$\begin{array}{r} 47^{\circ} 22' 52'' \\ + 16^{\circ} 35' 28'' \\ \hline 63^{\circ} 57' 80'' = 63^{\circ} 58' 20'' \text{ pues } 80'' = 1' 20'' \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 47^{\circ} 22' 52'' \\ - 16^{\circ} 35' 28'' \\ \hline 30^{\circ} 47' 24'' \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 16^{\circ} 35' 28'' \\ \times 2 \\ \hline 32^{\circ} 70' 56'' = 33^{\circ} 10' 56'' \text{ pues } 70' = 1^{\circ} 10' \end{array}$$

8. Halla el complementario del ángulo $62^{\circ} 25'$ y el suplementario de $142^{\circ} 20'$.

El complementario de $62^{\circ} 25'$ es $90^{\circ} - 62^{\circ} 25' = 27^{\circ} 59' 35''$ pues:

$$\begin{array}{r} 90^{\circ} = 89^{\circ} 60' = 89^{\circ} 59' 60'' \\ - 62^{\circ} 25' \\ \hline 27^{\circ} 59' 35'' \end{array}$$

El suplementario de $142^{\circ} 20'$ es $180^{\circ} - 142^{\circ} 20' = 37^{\circ} 40'$ pues:

$$\begin{array}{r} 180^{\circ} = 179^{\circ} 60' \\ - 142^{\circ} 20' \\ \hline 37^{\circ} 40' \end{array}$$

► Pág. 168. 6 Construcciones geométricas

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

6 Construcciones geométricas

A) Punto medio y mediatriz de un segmento

La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular a dicho segmento que pasa por su punto medio.

Trasladando en toda dirección el segmento y superponiendo sucesivamente los extremos del mismo, traza dos veces de modo que se toquen en los puntos P y Q .

Toma una la regla la recta r que pasa por P y Q . Haces recta es la mediatriz del segmento AB y M es su punto medio.

Paralela a una recta r por un punto exterior P

Trasla el punto P en la recta r y con cualquier radio trázalas rectas sucesivamente paralelas y trasladas los puntos A y B sobre la recta r . Que la distancia AP sea la misma que BQ , trázalas rectas AP y BQ . Trazamos la recta PQ , paralela a r por P .

Construcción paralela de la mediatriz de un segmento AB con r la misma distancia de los extremos del mismo.

En la figura anterior los segmentos PA y PB tienen la misma longitud.

B) Paralela a una recta por un punto exterior

Observa como usar el cartabón y la escuadra para dibujar la recta paralela a r que pasa por un punto P .

168

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

En general, fomentar el gusto por el trabajo bien hecho. Toda construcción debe ser comprobable: medir, doblar o cortar papel siempre es útil. Fomentar la manipulación.

En A): Es importante consolidar este concepto para su manejo posterior.

En B): Este enunciado algunos autores lo llaman *teorema de Euclides*.

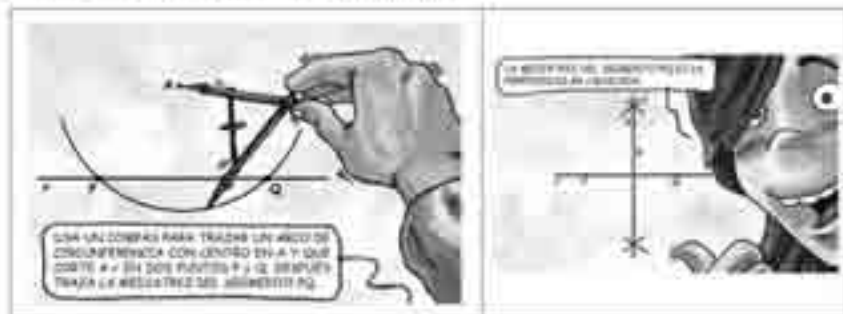
(Competencia cultural y artística)

► Pág. 169.

TEMA 9

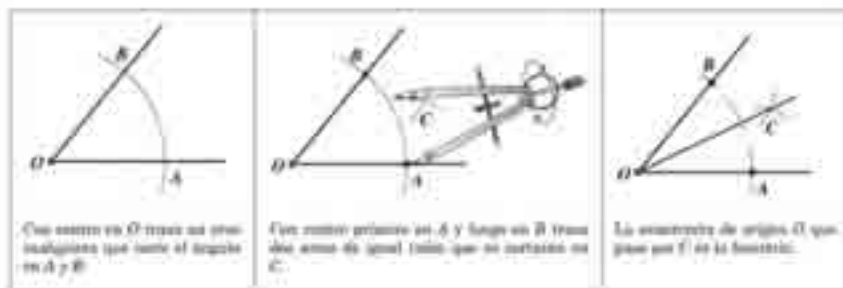
1) Perpendicular a una recta desde un punto

La perpendicular a una recta por un punto se puede trazar con el compás y una regla o con una regla y el cartabón.



2) Bisectriz de un ángulo

La bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos partes iguales.



Cualquier punto de la bisectriz está a la misma distancia de los lados del ángulo.

En la figura los segmentos DM y DN tienen igual longitud.



169

► Pág. 172. Ejercicios

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

EJERCICIOS

ELEMENTOS DEL PLANO

1. Dibuja en una recta tres puntos, A , B y C , de manera que el segmento AC y el segmento BC tengan la misma longitud.

2. ¿Cuál es la relación entre las longitudes de AB y AC ?

3. Puedes cambiar los nombres de los puntos y obtener otra solución?

4. Utiliza un compás para comparar las longitudes de los segmentos y ordénalos de menor a mayor.

5. Reproduce esta figura en un cuadrado y reparte cada uno de los segmentos en la misma proporción por el punto D .

6. Dibuja la figura 1. Analiza las parejas de líneas:

1. paralelas
2. secantes
3. perpendiculares

7. Dibuja una recta r y marca un punto A exterior a r .

8. Dibuja una recta s que pase por A y sea perpendicular a r .

9. Dibuja una recta t que pase por A y sea perpendicular a s .

10. ¿Qué observas? ¿La perpendicular a una perpendicular a r es siempre un segmento de r ?

11. Dibuja dos rectas secantes r y s con el punto O como punto de intersección.

12. Dibuja una recta t que pase por O y sea perpendicular a r .

13. Dibuja una recta u que pase por O y sea perpendicular a s .

14. ¿Qué observas? ¿La perpendicular a una perpendicular a r es siempre un segmento de r ?

15. Dibuja un ángulo en el folio y márcalo un punto P . Muevete en sentido horario y dibuja otro ángulo igual al anterior.

16. Dibuja un ángulo en el folio y márcalo un punto P . Muevete en sentido horario y dibuja otro ángulo igual al anterior.

17. Dibuja un ángulo en el folio y márcalo un punto P . Muevete en sentido horario y dibuja otro ángulo igual al anterior.

SOLUCIONARIO

9. a) Dibuja en una recta tres puntos, A , B y C de manera que el segmento AC y el segmento BC tengan la misma longitud.

b) ¿Cuál es la relación entre las longitudes de AB y AC ?

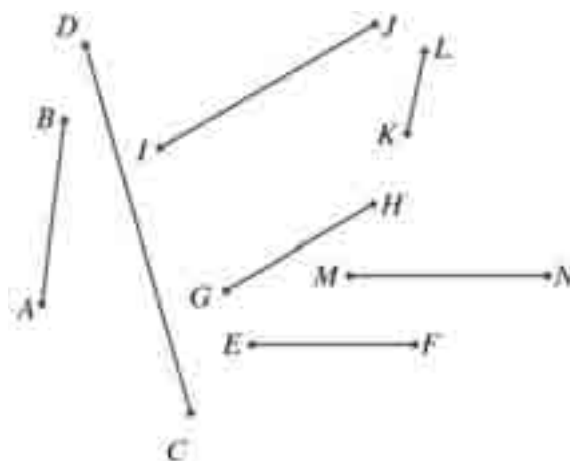
c) ¿Puedes cambiar los nombres de los puntos y obtener otra solución?

a)

b) AB es el doble que AC . Esto es: $AB = 2AC$

c) Sí.

10. Utiliza un compás para comparar las longitudes de los segmentos y ordénalos de menor a mayor.

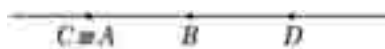


El orden es: KL, EF, GH, AB, MN, IJ, CD.

11. Dibuja cuatro puntos A, B, C y D en una recta, de manera que los segmentos AB y BD tengan la misma longitud y CD sea el doble que BD .



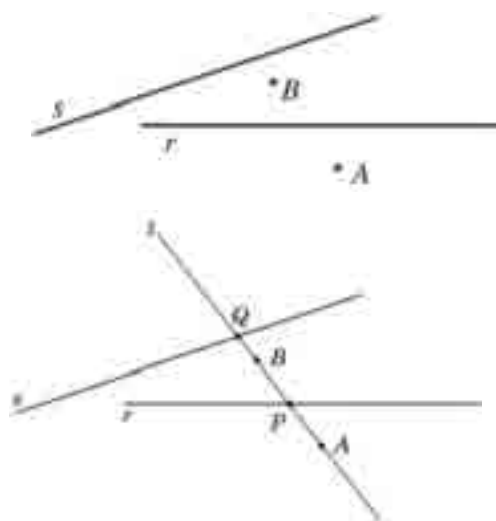
O también



12. ¿Verdadero o falso? (ayúdase con un dibujo si lo crees necesario)

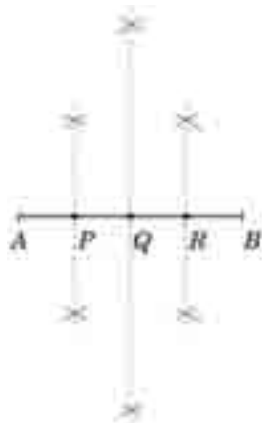
- Si dos rectas r y s son perpendiculares a una recta t entonces r y s son paralelas. Verdadero
- Si dos rectas r y s son paralelas y t es perpendicular a r entonces t es paralela a s . Verdadero
- Por un punto exterior a una recta solo se puede trazar una perpendicular a dicha recta. Verdadero
- Si dos segmentos no tienen ningún punto en común es porque son paralelos. Falso

13. Reproduce esta figura en tu cuaderno. Encuentra un punto P de la recta r y un punto Q de la recta s tales que A, P, B estén alineados y A, B, Q estén alineados.



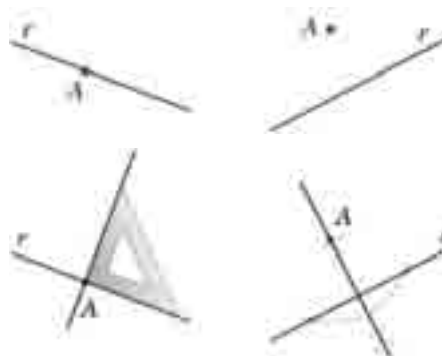
La recta t que pasa por A y B determina en r y s los puntos buscados.

14. Dibuja un segmento y divídelo en cuatro partes iguales, trazando mediatrices.

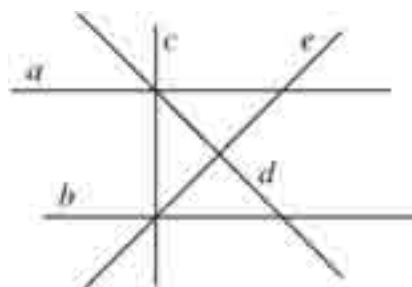


Q está determinado por la mediatriz de AB , P por la de AQ y R por la de QB .

15. Reproduce estas figuras en tu cuaderno y traza en cada caso la perpendicular a la recta r que pase por el punto A .

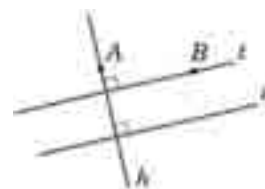


16. Observa la figura y escribe las parejas de rectas:



- paralelas: a, b
- secantes: $a, c; a, d; a, e; b, c; b, e; b, d; c, d; c, e; d, e$
- perpendiculares: $a, c; b, c; d, e$

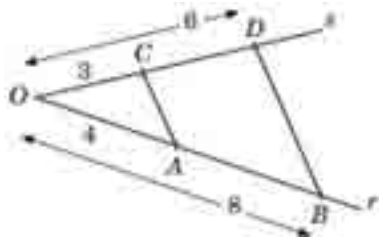
17. a) Traza una recta r y marca un punto A exterior a r .
 b) Traza una recta h que pase por A y sea perpendicular a r .
 c) Señala un punto B exterior a las rectas r y h .
 d) Traza la recta t que pasa por B y es perpendicular a h .
 e) ¿Qué constatas? La perpendicular a una perpendicular a r ¿cómo es respecto de r ?



- h es perpendicular a r y t . Las rectas r y t son paralelas

18. a) Dibuja dos semirrectas r y s con el mismo origen O .
 b) Sitúa en r un punto A de manera que OA mida 4 cm y otro punto B tal que OB mida 8 cm.
 c) Sitúa en s dos puntos C y D , de manera que OC mida 3 cm OD 6 cm.

- d) Dibuja los segmentos AC y BD y mídelos.
¿Qué relación existe entre sus longitudes?



- d) BD es el doble que AC .

19. Dibuja un ángulo en el folio y señala un punto P . Mediante escuadra y cartabón dibuja otro ángulo igual con vértice P .



► Pág. 173. Ejercicios

TEMA 9

1. Compara y ordena los tres ángulos.

2. Mide los ángulos de las figuras. Escribe en tu cuaderno los datos.

3. Utiliza el transportador y mide los ángulos de las figuras.

4. Dibuja los ángulos de las figuras. Escribe en tu cuaderno los datos.

5. Los ángulos de las figuras son iguales. Compara los ángulos de las figuras.

OPERACIONES Y MEDIDAS

6. Calcula la medida del ángulo complementario de:
 $122^\circ 34'$ $54^\circ 30'$ $114^\circ 37' 30''$

7. Calcula la medida del ángulo suplementario de:
 $111^\circ 23'$ $54^\circ 42'$ $111^\circ 11'$

8. Calcula el complementario del suplementario de:
 $111^\circ 30'$ $111^\circ 31' 30''$ $111^\circ 31' 30''$

9. Calcula el suplementario del complementario de:
 $54^\circ 30'$ $54^\circ 30' 30''$ $111^\circ 30' 30''$

10. Dadas las expresiones $a = 30^\circ 12'$ y $b = 50^\circ 15' 30''$, halla:
 $a + b$ $b - a$

11. Halla $a = 45^\circ 30'$ y $b = 10^\circ 30' 30''$, halla:
 $a - b$ $b - a$ $a + b$

12. Calcula la medida del ángulo γ de la figura.

13. Dadas el ángulo $\alpha = 127^\circ 45' 30''$, calcula su suplemento y su complemento.

CONSTRUCCIONES

14. Construye los ángulos siguientes con los métodos indicados.

SOLUCIONARIO

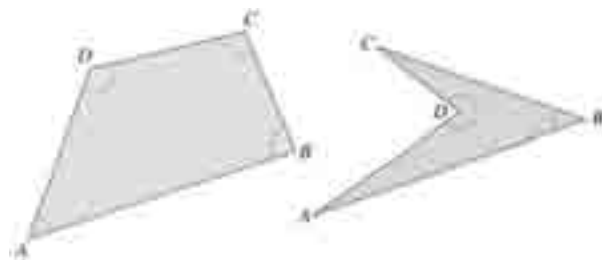
20. Compara y ordena los tres ángulos:



A y C son ángulos agudos y B es obtuso. A es menor que C y C es menor que B.

21. Mide los ángulos de las figuras:

Calcula su suma en los dos casos. ¿Cuánto vale?



Para la figura de la izquierda

$$A = 52^\circ \quad B = 86^\circ \quad C = 99^\circ \quad D = 123^\circ$$

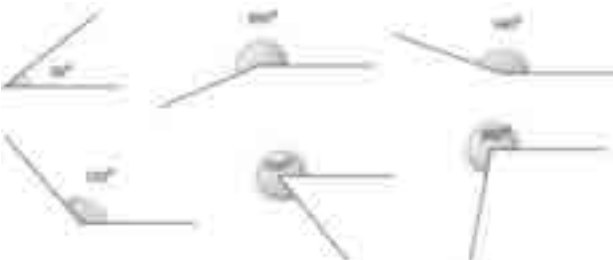
$$A + B + C + D = 360^\circ$$

$$A = 15^\circ \quad B = 38^\circ \quad C = 20^\circ \quad D = 287^\circ$$

$$A + B + C + D = 360^\circ$$

22. Dibuja, utilizando el transportador, un ángulo de medida:

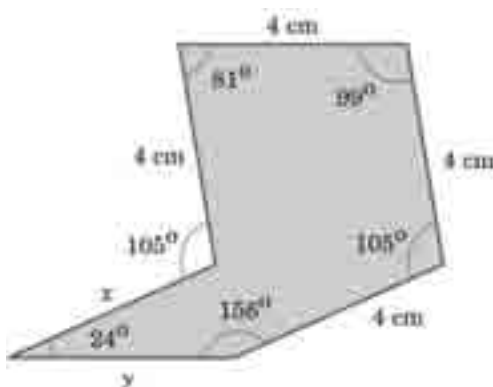
38°; 203°; 160°; 132°; 308°; 260°



23. Reproduce bien la figura.

¿Cuánto mide x?

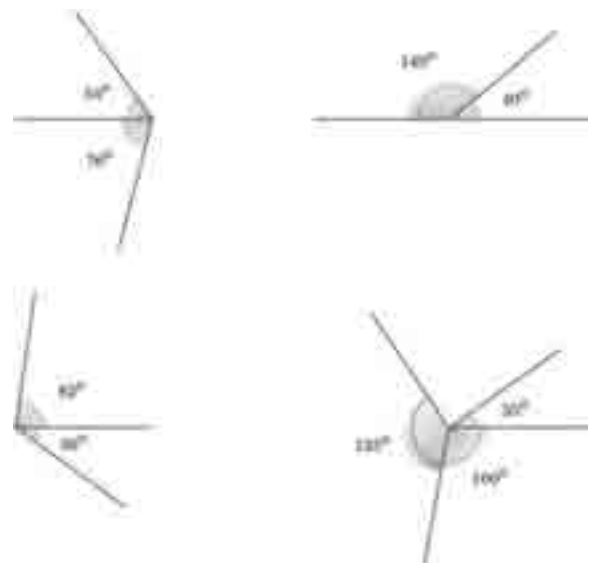
¿Cuánto mide y?



Tanto x como y miden 4 cm

24. Las siguientes figuras son falsas. Constrúyelas respetando las medidas indicadas.

Las figuras correctas son:



25. Calcula la amplitud del ángulo complementario de:

a) $22^\circ 28'$

b) $43^\circ 28''$

c) $61^\circ 13' 55''$

a) $90^\circ - 22^\circ 28' = 67^\circ 32'$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 60' \\ - 22^\circ 28' \\ \hline 67^\circ 32' \end{array}$$

b) $90^\circ - 43^\circ 28' = 46^\circ 32'$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 60' \\ - 43^\circ 28' \\ \hline 46^\circ 32' \end{array}$$

c) $90^\circ - 61^\circ 13' 55'' = 28^\circ 46' 5''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 60' = 89^\circ 59' 60'' \\ - 61^\circ 13' 55'' \\ \hline 28^\circ 46' 5'' \end{array}$$

26. Calcula la amplitud del ángulo suplementario de:

a) $110^\circ 25'$

b) $90^\circ 12''$

c) $1^\circ 1' 1''$

a) $180^\circ - 110^\circ 25' = 69^\circ 35'$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 60' \\ - 110^\circ 25' \\ \hline 69^\circ 35' \end{array}$$

b) $180^\circ - 90^\circ 12' = 89^\circ 48'$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 60' \\ - 90^\circ 12' \\ \hline 89^\circ 48' \end{array}$$

c) $180^\circ - 1^\circ 1' 1'' = 178^\circ 58' 59''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 60' = 179^\circ 59' 60'' \\ - 1^\circ 1' 1'' \\ \hline 178^\circ 58' 59'' \end{array}$$

27. Calcula el complementario del suplementario de:

- a) 120° b) $138^\circ 12' 52''$ c) $145^\circ 45' 15''$

Primero se calcula el suplementario del ángulo dado y después el complementario del calculado.

a) 120° su suplementario es $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ y el complementario de 60° es $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

b) $138^\circ 12' 52''$ su suplementario es $180^\circ - 138^\circ 12' 52'' = 41^\circ 47' 8''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 59' 60'' \\ - 138^\circ 12' 52'' \\ \hline 41^\circ 47' 8'' \end{array}$$

y el complementario de $41^\circ 47' 8''$ es $90^\circ - 41^\circ 47' 8'' = 48^\circ 12' 52''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 59' 60'' \\ - 41^\circ 47' 8'' \\ \hline 48^\circ 12' 52'' \end{array}$$

c) $145^\circ 45' 15''$ su suplementario es $180^\circ - 145^\circ 45' 15'' = 34^\circ 14' 45''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 59' 60'' \\ - 145^\circ 45' 15'' \\ \hline 34^\circ 14' 45'' \end{array}$$

y el complementario de $34^\circ 14' 45''$ es $90^\circ - 34^\circ 14' 45'' = 55^\circ 45' 15''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 59' 60'' \\ - 34^\circ 14' 45'' \\ \hline 55^\circ 45' 15'' \end{array}$$

De otra forma.

El suplementario de un ángulo de α° es $180^\circ - \alpha^\circ$ y el complementario de $180^\circ - \alpha^\circ$ es $90^\circ - (180^\circ - \alpha^\circ) = \alpha^\circ - 90^\circ$. Así:

a) $120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

b) $138^\circ 12' 52'' - 90^\circ = 48^\circ 12' 52''$

c) $145^\circ 45' 15'' - 90^\circ = 55^\circ 45' 15''$

28. Calcula el suplementario del complementario de:

- a) 65° b) $0^\circ 48' 15''$ c) $16^\circ 50' 12''$

Primero se calcula el complementario del ángulo dado y después el suplementario del calculado.

a) El complementario de 65° es $90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ y el suplementario de 25° es $180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$

b) El complementario de $0^\circ 48' 15''$ es $90^\circ - 0^\circ 48' 15'' = 89^\circ 11' 45''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 60' = 89^\circ 59' 60'' \\ - 0^\circ 48' 15'' \\ \hline 89^\circ 11' 45'' \end{array}$$

y el suplementario de $89^\circ 11' 45''$ es $180^\circ - 89^\circ 11' 45'' = 90^\circ 48' 15''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 60' = 179^\circ 59' 60'' \\ - 89^\circ 11' 45'' \\ \hline 90^\circ 48' 15'' \end{array}$$

c) El complementario de $16^\circ 50' 12''$ es $90^\circ - 16^\circ 50' 12'' = 73^\circ 9' 48''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ = 89^\circ 60' = 89^\circ 59' 60'' \\ - 16^\circ 50' 12'' \\ \hline 73^\circ 9' 48'' \end{array}$$

y el suplementario de $73^\circ 9' 48''$ es $180^\circ - 73^\circ 9' 48'' = 106^\circ 50' 12''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ = 179^\circ 60' = 179^\circ 59' 60'' \\ - 73^\circ 9' 48'' \\ \hline 106^\circ 50' 12'' \end{array}$$

De otra forma

El complementario de un ángulo de x° es $90^\circ - x^\circ$ y el suplementario de $90^\circ - x^\circ$ es $180^\circ - (90^\circ - x^\circ) = 180^\circ - 90^\circ + x^\circ = 90^\circ + x^\circ$. Así:

a) $90^\circ + 65^\circ = 155^\circ$

b) $90^\circ + 0^\circ 48' 15'' = 90^\circ 48' 15''$

c) $90^\circ + 16^\circ 50' 12'' = 106^\circ 50' 12''$

29. Dados los ángulos: $\alpha = 30^\circ 12'$ y $\beta = 56^\circ 15' 28''$, halla:

- a) $\alpha + \beta$ b) $\beta - \alpha$

a) $30^\circ 12' + 56^\circ 15' 28'' = 86^\circ 27' 28''$

b) $56^\circ 15' 28'' - 30^\circ 12' = 26^\circ 3' 28''$

30. Si $\alpha = 43^\circ 35'$ y $\beta = 16^\circ 20' 48''$, halla:

- a) 2α b) 3β c) $2\alpha - 3\beta$

a) $43^\circ 35' \times 2 = 86^\circ 70' = 87^\circ 10'$ pues $70' = 1^\circ 10'$

b) $16^\circ 20' 48'' \times 3 = 48^\circ 60' 144'' = 48^\circ 62' 24''$ pues $144'' = 2' 24''$

c) $87^\circ 10' - 48^\circ 62' 24'' = 38^\circ 7' 36''$

31. Determina la amplitud del ángulo γ de la figura:



$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - (50^\circ 42' + 60^\circ 42' 28'') \\ &= 180^\circ - 110^\circ 84' 28'' \\ &= 179^\circ 60' - 111^\circ 24' 28'' \\ &= 68^\circ 35' 32''\end{aligned}$$

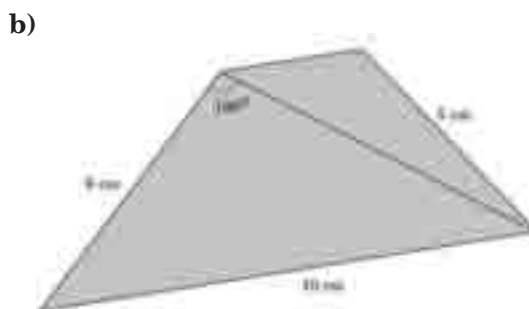
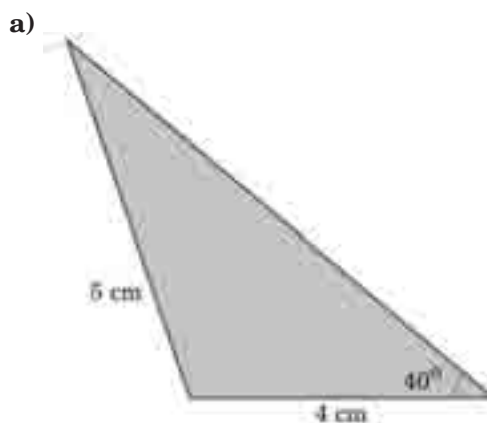
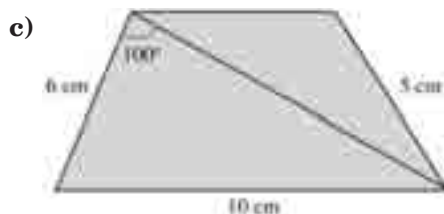
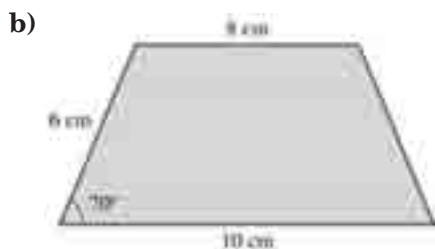
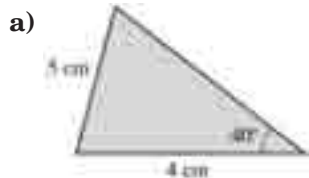
32. Dado el ángulo $\alpha = 72^\circ 46' 48''$, calcula su doble y su tercera parte.

$$\begin{aligned}2\alpha &\Rightarrow 72^\circ 46' 48'' \\ &\quad \times 2 \\ &= 144^\circ 92' 96'' = 144^\circ 93' 36'' = 145^\circ 33' 36''\end{aligned}$$

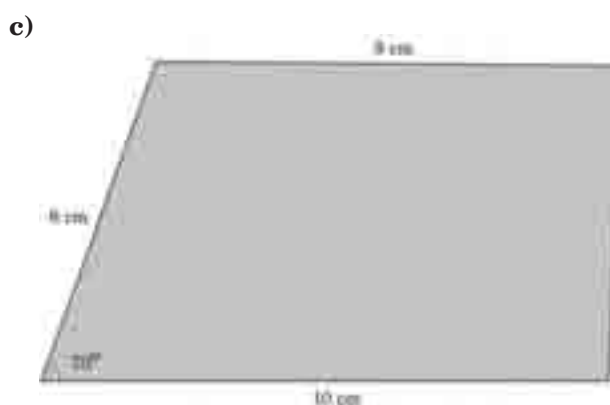
pues $96'' = 1' 36''$ y $93' = 1^\circ 33''$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha}{3} &\Rightarrow 72^\circ 46' 48'' \quad \bigg| \begin{array}{l} 3 \\ 24^\circ 15' 36'' \end{array} \\ &\quad - 72^\circ \\ &\quad \hline &\quad 0^\circ 46' \\ &\quad - 45' 48'' \\ &\quad \hline &\quad 1' = 60'' \\ &\quad \quad 108'' \\ &\quad \quad 108'' \\ &\quad \quad \hline &\quad \quad 0''\end{aligned}$$

33. Construye las figuras siguientes con las medidas indicadas:



Se empieza dibujando el ángulo de 100° y después los segmentos de 6 y 10 cm. El lado pequeño es paralelo al de 10 cm.



Los segmentos de 8 y 10 cm son paralelos.

► Pág. 174. Ejercicios

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

33. Construye un ángulo de 108° y traza la bisectriz utilizando el compás. Comprueba que la divide en dos ángulos de 54° .

34. Trazas bisectrices para dividir un ángulo en cuatro partes iguales.

35. Construye una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

36. Construye la bisectriz (BI) del ángulo $\widehat{AOB}$.

37. Calcula la medida del ángulo $\widehat{POQ}$. ¿Qué observas?

38. Representa una figura en las condiciones.

39. Construye las bisectrices de los ángulos $\widehat{POQ}$ y $\widehat{ROQ}$. ¿Qué observas?

40. Trazas la figura y verifica con el compás que cada uno de los ángulos.

41. Representa una figura en las condiciones como figura como la siguiente.

42. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

43. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

44. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

45. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

46. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

47. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

48. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

49. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

50. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

51. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

52. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

53. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

54. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

55. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

56. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

57. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

58. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

59. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

60. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

61. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

62. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

63. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

64. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

65. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

66. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

67. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

68. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

69. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

70. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

71. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

72. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

73. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

74. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

75. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

76. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

77. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

78. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

79. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

80. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

81. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

82. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

83. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

84. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

85. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

86. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

87. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

88. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

89. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

90. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

91. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

92. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

93. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

94. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

95. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

96. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

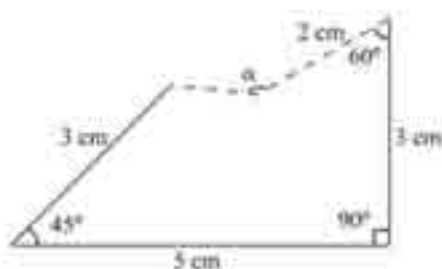
97. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

98. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

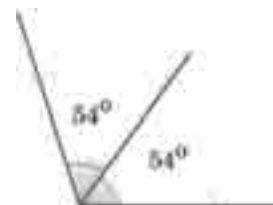
99. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

100. Trazas una figura como la siguiente representando las medidas indicadas.

SOLUCIONARIO

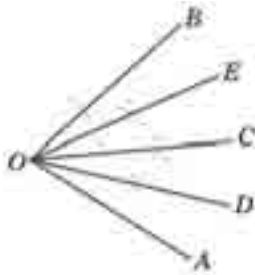
34. ¿Cuánto mide el ángulo α ?

$$\alpha = 145^\circ$$

35. Dibuja un ángulo de 108° y traza la bisectriz, utilizando el compás. Comprueba que lo divide en dos ángulos de 54° .

36. Traza bisectrices para dividir un ángulo en cuatro partes iguales.

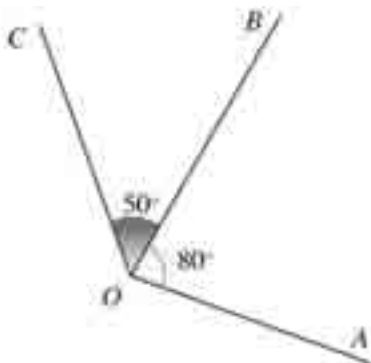
OC es la bisectriz de $\widehat{AOB}$, OE es la de $\widehat{COB}$ y OD la de $\widehat{AOC}$.



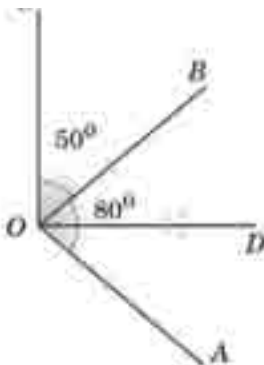
37. Construye una figura como la siguiente respetando las medidas indicadas.

a) Construye la bisectriz OD del ángulo $\widehat{AOB}$.

b) Calcula la medida del ángulo $\widehat{DOC}$. ¿Qué observas?

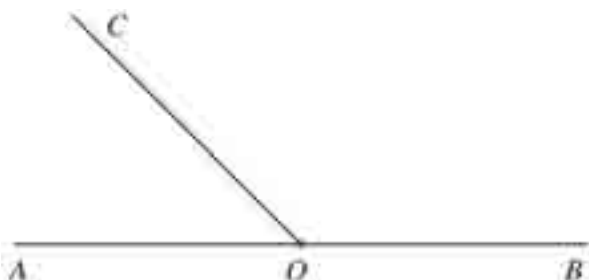


a)



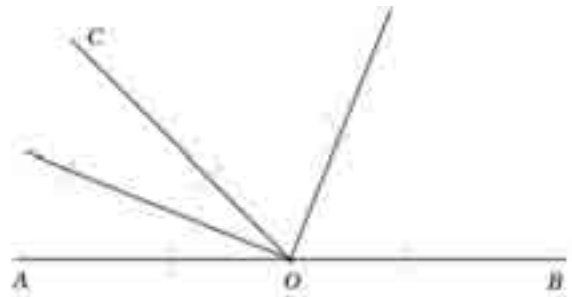
El ángulo DOC mide 90° . Son perpendiculares las rectas OD y OC .

38. Reproduce esta figura en tu cuaderno.



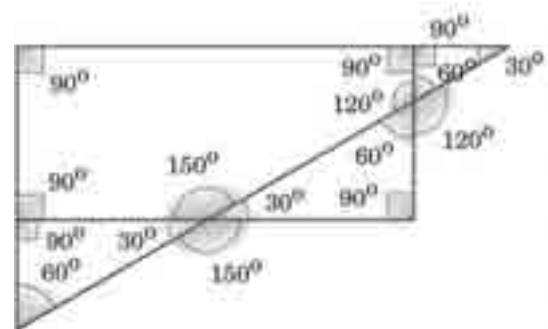
Construye las bisectrices de los ángulos $\widehat{DOC}$ y $\widehat{AOC}$.

¿Qué observas?



Que las dos bisectrices son perpendiculares.

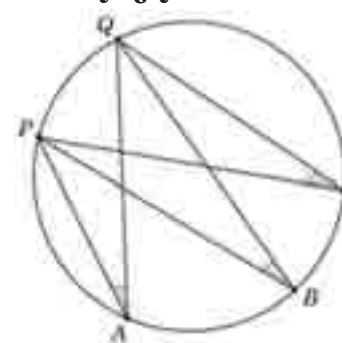
39. Observa la figura y señala cuánto mide cada uno de los ángulos.



40. a) Reproduce en tu cuaderno una figura como la siguiente:

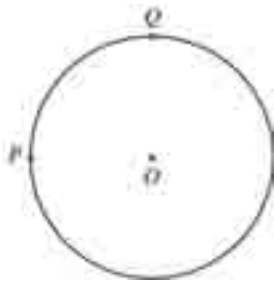


b) Sitúa tres puntos A , B y C sobre la circunferencia y mide los ángulos $\widehat{PAQ}$, $\widehat{PBQ}$ y $\widehat{PCQ}$. ¿Qué observas?

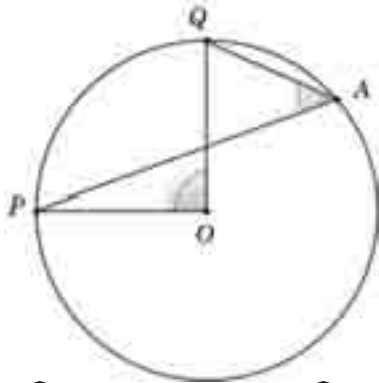


Los ángulos $\widehat{PAQ}$, $\widehat{PBQ}$ y $\widehat{PCQ}$ son iguales pues abarcan el mismo arco $\widehat{PQ}$.

41. a) Reproduce en tu cuaderno una figura como la siguiente.

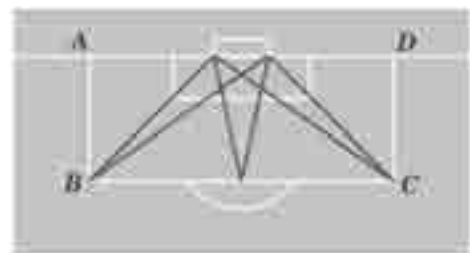
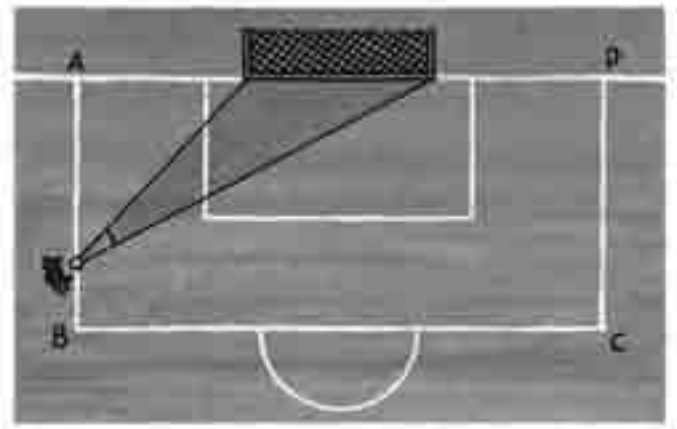


- b) Sitúa sobre la circunferencia un punto cualquiera A y mide los ángulos $\widehat{POQ}$ y $\widehat{PAQ}$. ¿Qué observas?



El ángulo $\widehat{POQ}$ es el doble que el $\widehat{PAQ}$ pues $\widehat{POQ}$ es un ángulo central y $\widehat{PAQ}$ es inscrito.

42. Busca los datos exactos para dibujar a escala el «área» de un campo de fútbol como la de la figura.



- Sitúa puntos en el segmento AB. ¿Desde dónde ves la portería bajo mayor ángulo? ¿Cuánto mide este ángulo?
 - Misma cuestión para el segmento BC.
 - Misma cuestión para el segmento CD.
- Desde el punto B y el ángulo mide 10° .
 - Desde el punto medio del segmento BC y el ángulo mide 28° .
 - Desde el punto C y el ángulo mide 10° .

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Utilizar los símbolos y el vocabulario geométrico para describir con precisión los triángulos y los cuadriláteros.
- Diferenciar las distintas clases de triángulos.
- Construir triángulos utilizando la regla, el compás y el transportador.
- Trazar las rectas notables de un triángulo.
- Identificar los puntos donde se cortan las rectas notables de un triángulo y reconocer las propiedades de los mismos.
- Reconocer las distintas clases de cuadriláteros y buscar sus propiedades y relaciones más importantes.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Conocer los elementos de un triángulo, sus características y los tipos de triángulos según sus lados y según sus ángulos.
- Dibujar un triángulo con compás, semicírculo graduado y regla en cada uno de los supuestos que se pueden dar.
- Conocer e identificar mediatrices, bisectrices, medianas y alturas en un triángulo y nombrar los puntos donde se cortan.
- Clasificar los cuadriláteros como paralelogramos y no paralelogramos, conocer dentro de cada una todas las posibilidades, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide con todas sus características, igual que con los trapecios y trapezoides.
- Construir con la ayuda del compás y la regla un paralelogramo.
- Ser aseado en las construcciones.
- Leer y entender los problemas para buscar la solución.
- Dar la solución de forma clara.

CONTENIDOS

- **Conceptos** (“saber”)
 - Triángulo. Elementos notables: vértices, lados, ángulos.
 - Suma de los ángulos de un triángulo.
 - Clases de triángulos.
 - Rectas notables en un triángulo: mediatrices, medianas, bisectrices y alturas.
 - El triángulo rectángulo.
 - Cuadriláteros. Elementos.
 - Rectángulo, cuadrado, rombo, romboide, trapecio y trapecoide.
 - Paralelogramos. Propiedades.
 - Suma de los ángulos de un paralelogramo.
- **Procedimientos** (“Saber hacer”)
 - Utilización de los símbolos y del vocabulario geométrico para describir con precisión los triángulos y los cuadriláteros.
 - Construcción de triángulos utilizando la regla, el compás y el transportador. Posibilidad de construcción en función de los lados.
 - Trazado, con ayuda de la regla el compás y la escuadra, de las rectas notables de un triángulo.
 - Búsqueda de las propiedades de los puntos donde se cortan las mediatrices, medianas, bisectrices y alturas de un triángulo.
 - Construcción de triángulos rectángulos con ayuda de la escuadra o el cartabón.
- Búsqueda de las propiedades y relaciones más importantes, de los cuadriláteros y paralelogramos.
- Descripción verbal de problemas geométricos sobre triángulos y cuadriláteros y del proceso seguido en su resolución confrontándolo con otros posibles.
- **Actitudes** (“Saber ser”)
 - Reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico.
 - Curiosidad e interés por investigar sobre formas y relaciones geométricas.
 - Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos, y a mejorar las ya encontradas.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
Lenguaje Matemático	◦ Descriptores 1. Reconocer los elementos de un triángulo, clasificar los triángulos. 2. Definir las rectas notables de un triángulo. 3. Reconocer los elementos de un cuadrilátero, clasificar los cuadriláteros.		
	◦ Desempeño		
	1. Define un triángulo.	- Señala correctamente los elementos de un triángulo.	- Epígrafe 1 (pág. 192) - Ejercicio 10 y 11 (pág. 202)
	2. Clasifica los triángulos atendiendo a sus lados o a sus ángulos.	- Conoce y nombra los triángulos, sus elementos y sus características. - Sabe y aplica que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° .	
	3. Define las rectas notables de un triángulo.	- Conoce las mediatrices de un triángulo y el punto donde se cortan, el circuncentro y entiende que es el centro de la circunferencia circunscrita. - Define las bisectrices de un triángulo y conoce el significado del punto donde se cortan, el incentro. - Define medianas de un triángulo y conoce el baricentro. - Define alturas de un triángulo y conoce el ortocentro.	- Ejercicio 31 (pág. 203)
	4. Define un cuadrilátero.	- Señala correctamente los elementos de un cuadrilátero.	- Epígrafe 4 (pág. 197)
	5. Clasifica los cuadriláteros.	- Conoce el nombre de todos los cuadriláteros, su forma y sus características.	- Epígrafe 5 (pág. 197)
Construcciones Geométricas	◦ Descriptores 1. Construir triángulos con elementos determinados. 2. Representar sobre un triángulo mediatrices, bisectrices, alturas y medianas. 3. Construir un paralelogramo a partir de tres vértices.		
	◦ Desempeño		
	1. Construye un triángulo con elementos determinados.	- Representa correctamente con la ayuda de un compás y una regla un triángulo conociendo la medida de los tres lados. - Representa un triángulo con la ayuda de un semicírculo graduado y una regla conociendo un lado y dos ángulos adyacentes. - Representa un triángulo con la ayuda de un semicírculo graduado y una regla conociendo dos lados y el ángulo comprendido.	- Ejercicios 1,2, 3, 4 (pág. 194)

CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS	2. Utiliza el compás y la regla para dibujar las rectas notables de un triángulo.	- Representa correctamente las bisectrices de un triángulo y señala el incentro. - Representa las mediatrices de los lados de un triángulo y determina el circuncentro. - Representa las medianas de un triángulo y determina el baricentro. - Representa las alturas de un triángulo y determina el ortocentro. - Comprueba la característica del ortocentro, incentro y circuncentro, la recta de Euler.	- Ejercicios 5 y 6 (pág. 196) - Ejercicio 33 (pág. 203)
	3. Construye un paralelogramo .	- Representa correctamente el paralelogramo cuando conoce tres de sus cuatro vértices.	- Ejercicio 7 (pág. 198)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	• Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	• Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Leer con detenimiento y determinar la pregunta que se nos plantea en el problema.	- Ejercicios 12, 27, 30, 33, 38, 40, 41, 43 (pág. 202, 203 y 204)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Utiliza el valor de la suma de los ángulos de un triángulo y un cuadrilátero y aplica la estrategia más adecuada.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	• Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber que quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	• Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 10
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Reconoce los elementos geométricos que le piden. - Diferencia cada elemento y lo relaciona con su definición.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer elementos geométricos en situaciones de nuestro entorno habitual.		
	◦ Desempeño		
	1. Identifica formas geométricas en nuestro entorno.	- Observa nuestro entorno y encuentra triángulos y cuadriláteros.	- Ilustración (pág. 192)

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptores		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Reconoce que las figuras geométricas como el triángulo o los cuadriláteros y el uso de instrumentos de dibujo, acercan al alumno al conocimiento del mundo real.	- Problemas del tema 10 (pág. 202, 203, 204)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura.	- A lo largo de todo el tema 10
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación.	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer que el triángulo es básico en construcciones emblemáticas. 2. Observar como cualquier monumento tiene elementos geométricos como el triángulo o el cuadrilátero.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce la importancia de las figuras geométricas como el triángulo o cuadrilátero.	- Observa construcciones como la torre Eiffel con multitud de triángulos.	- Hoja de inicio de tema 10

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir una opción. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos 3. Mejorar en la representación gráfica y tener gusto y limpieza.		
	◦ Desempeño		
	1. Proponer metas accesibles.	- Es perseverante ante un ejercicio y busca situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Le dedica el tiempo necesario para la consecución de los objetivos.	- A lo largo del tema
	2. Analizar los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto. - Cuida la representación gráfica y mejora la calidad y la limpieza.	

► Pág. 190 - 191. Triángulos y cuadriláteros

TEMA 10



TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

Pocas figuras, por no decir ninguna, han dado lugar a tantas y tan interesantes consecuencias y aplicaciones geométricas como el triángulo. El triángulo es el polígono que tiene menos lados, es el más sencillo, pero es el más estudiado. Como estructura es indeformable y esa propiedad la ha utilizado el hombre para incorporar, a lo largo del tiempo, a multitud de construcciones, como la famosa Torre Eiffel de París.



IMPORTANTE: Algunas figuras han sido reducidas debido a su excesivo tamaño. No obstante sus dimensiones son proporcionales a las reales.

DE 6º A 1º

Relaciona cada figura con su nombre y sus características y elabora tus definiciones.

TRIÁNGULOS			CUADRILÁTEROS		
1	A	triángulo isósceles	1	A	todos sus lados y ángulos iguales
2	B	rectángulo	2	B	todos iguales, triángulo isósceles dos lados
3	C	equilátero	3	C	todos iguales, dos de dos y ángulos iguales
4	D	obtusángulo	4	D	dos lados paralelos y todos los ángulos iguales
5	E	escaleno	5	E	todos iguales, dos lados y ángulos iguales dos de dos
6	F	rectángulo	6	F	dos lados paralelos y un lado recto

SOLUCIONARIO

Relaciona cada figura con su nombre y sus características y elabora tus definiciones.

Triángulos

- 1 - C - I
- 2 - E - V
- 3 - F - VI
- 4 - B - III
- 5 - A - IV
- 6 - D - II

Cuadriláteros

- 1 - B - I
- 2 - C - III
- 3 - D - II
- 4 - A - V
- 5 - F - IV
- 6 - E - VI

► Pág. 192. 1 Triángulos

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

1 Triángulos

El triángulo es un polígono de tres lados.

Los puntos no alineados en segmentos A , B , C determinan el triángulo ABC . Estos puntos son los vértices del triángulo.




Los lados opuestos a cada vértice se nombran con la misma letra pero minúscula. Cada lado puede ser base del triángulo y la altura correspondiente es siempre perpendicular a la base.

Podemos clasificar los triángulos:

SEGÚN SUS LADOS		
Equilátero los tres lados son iguales. 	Isósceles dos lados iguales y uno desigual. 	Escaleno los tres lados son desiguales. 

SEGÚN SUS ÁNGULOS		
Acutángulo los tres ángulos son agudos. 	Rectángulo tiene un ángulo recto. 	Obtusángulo tiene un ángulo obtuso. 

FIG.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

A lo largo de la unidad es conveniente procurar la exactitud en las construcciones de los alumnos.

Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son adyacentes al lado c . Este concepto se usa posteriormente.

Adquisición del vocabulario específico.

► Pág. 193. 2 Construcción de triángulos

TEMA 10

En un triángulo rectángulo el lado mayor se llama **hipotenusa** y los otros dos **catetos**. Además los dos ángulos diferentes al de 90° son complementarios, es decir, suman 90° .

La suma de los ángulos de un triángulo es 180° . Observa una justificación en la siguiente figura.

Los dos ángulos 1 y los dos ángulos 2 son iguales, respectivamente, por ser correspondientes mientras que los dos ángulos 4 son iguales al ser opuestos por el vértice.

Se observa que $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$.

2 Construcción de triángulos

En todo triángulo se verifica que en todo momento se cumple como que la suma de los otros dos y menor que el tercero.

Los elementos necesarios para construir un triángulo son: regla, compás y transportador.

A) Conocemos los tres lados

Vamos a construir el triángulo ABC con: $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ y $BC = 4 \text{ cm}$.

Observa el dibujo.

CRITERIOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son iguales si tienen:

1. Los tres lados iguales.
2. Un lado igual y dos ángulos adyacentes iguales.
3. Dos lados y el ángulo comprendido iguales.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Para B) es necesario manejar el concepto de ángulo adyacente.

Introducir la cuestión: ¿Siempre se puede construir un triángulo con tres segmentos cualesquiera? En cualquier triángulo, un lado siempre es menor que la suma de los otros dos.

(Aprender a aprender).

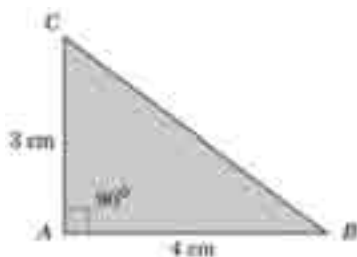
► Pág. 194.

SOLUCIONARIO

1. Construye el triángulo LMN siendo $MN = 8$ cm, $\hat{M} = 20^\circ$ y $\hat{N} = 100^\circ$.



2. Construye el triángulo ABC tal que $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm y $\hat{A} = 90^\circ$.



3. Construye el triángulo ABC de lados $a = 12$ cm, $b = 4$ cm, $c = 10$ cm.



TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

B) Conocemos un lado y dos ángulos adyacentes

Vamos a construir el triángulo PQR tal que $PQ = 4$ cm, $\hat{P} = 50^\circ$ y $\hat{Q} = 60^\circ$.

(Observa, la simetría)



C) Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos

Vamos a construir un triángulo PQR tal que $PQ = 4$ cm,

$PR = 3$ cm y $\hat{P} = 120^\circ$.



EJERCICIOS

1. Construye el triángulo LMN siendo $LM = 8$ cm, $\hat{M} = 20^\circ$ y $\hat{L} = 100^\circ$.
2. Construye el triángulo ABC tal que $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm y $\hat{A} = 90^\circ$.
3. Construye el triángulo ABC de lados $a = 12$ cm, $b = 4$ cm, $c = 10$ cm.
4. Comprueba si es posible construir un triángulo con tres segmentos a , b y c en los siguientes casos y constrúyelo cuando sea posible.

a) $a = 10$ cm	$b = 12$ cm	$c = 20$ cm
b) $a = 11$ cm	$b = 11$ cm	$c = 12$ cm
c) $a = 5$ cm	$b = 8$ cm	$c = 14$ cm

194

4. Comprueba si es posible construir un triángulo con tres segmentos a , b y c en los siguientes casos y constrúyelo cuando sea posible.

- a) $a = 10$ cm $b = 12$ cm $c = 20$ cm
 b) $a = 11$ cm $b = 11$ cm $c = 12$ cm
 c) $a = 5$ cm $b = 8$ cm $c = 14$ cm



► Pág. 195. 3 Adición y sustracción de números enteros

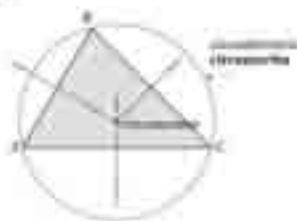
3 Rectas notables de un triángulo

A) Mediatrices

Las mediatrices de un triángulo son las perpendiculares de los lados al triángulo.

Las tres mediatrices se cortan en un punto llamado **circuncentro**.

El circuncentro equidista de los vértices por estar en las tres mediatrices y es, por tanto, el centro de una circunferencia que pasa por los vértices del triángulo y se llama **circunferencia circunscrita**.



B) Bisectrices

Las bisectrices de un triángulo son las bisectrices de cada uno de sus tres ángulos.

Las tres bisectrices se cortan en un punto llamado **incentro**.

El incentro equidista de los tres lados y es, por tanto, el centro de una circunferencia tangente a los tres lados del triángulo que se llama **circunferencia inscrita**.

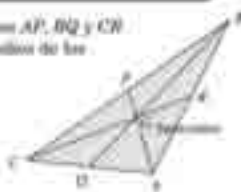


C) Medianas

La mediana es el segmento que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto.

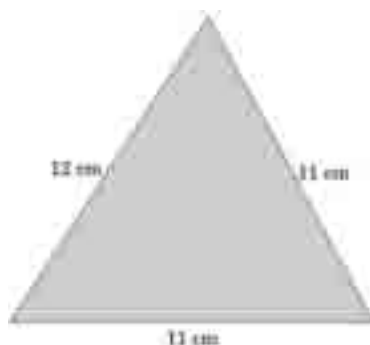
Un triángulo tiene tres medianas AP , BQ y CR siendo P , Q y R son los puntos medios de los lados.

Las medianas se cortan en un punto G llamado **baricentro** que es el centro de gravedad del triángulo.



195

b)



c) No es posible construirlo pues $a + b < c$.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (Apart.3)

En A) el alumno debe argumentar que todo punto de la mediatriz equidista de los extremos del segmento.

Es importante la correcta construcción de la circunferencia circunscrita.

Puede ser interesante hacer ver que el circuncentro está en el interior si el triángulo es acutángulo, en un lado (la hipotenusa) si el triángulo es rectángulo o en el exterior si es obtusángulo.

En B) es obvio que se trata de las bisectrices interiores.

En D) indicar que el punto donde la altura corta al lado (o a su prolongación) es el *pie* de la altura.

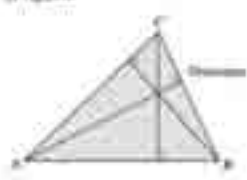
► Pág. 196.

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

1) Alturas

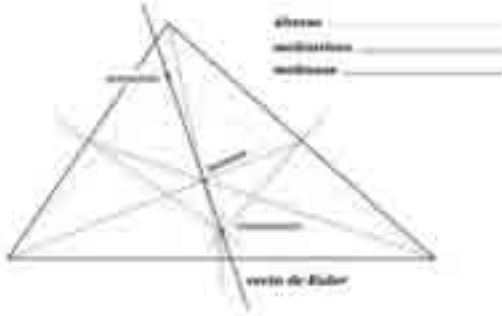
La altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada por el vértice al lado opuesto o a su prolongación.

Las tres alturas se cortan en un punto llamado **ortocentro**. Si el triángulo tiene un ángulo obtuso, el ortocentro está fuera de la figura.




2) Recta de Euler

Si en un triángulo cualquiera dibujas el circuncentro, el baricentro y el ortocentro, puedes observar que los tres puntos están alineados. La recta que los contiene se llama **recta de Euler**.

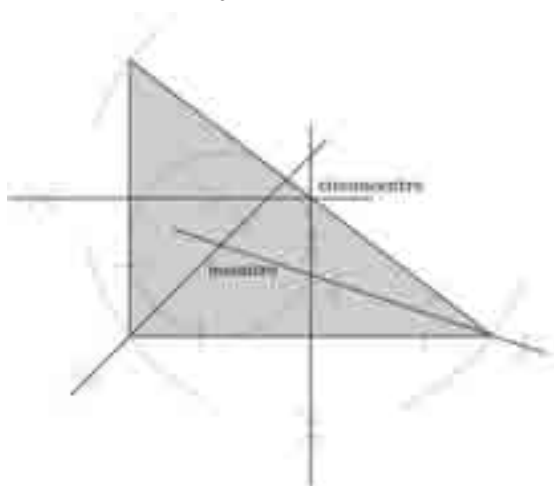


EJERCICIOS

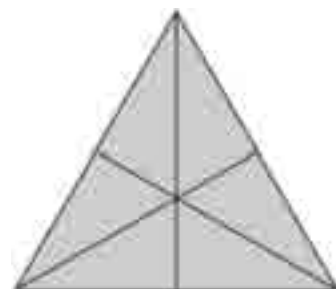
- 1º Dibuja un triángulo rectángulo y traza en él el circuncentro y el incentro.
- 2º Dibuja un triángulo equilátero y traza en él las mediatrices y las alturas. ¿Qué observas?

SOLUCIONARIO

5. Dibuja un triángulo rectángulo y traza en él el circuncentro y el incentro.



6. Dibuja un triángulo equilátero y traza en él las mediatrices y las alturas. ¿Qué observas?



Las mediatrices y las alturas coinciden, por lo que se cortan en el mismo punto. Así pues el baricentro y el ortocentro coinciden en un triángulo equilátero.

► Pág. 197. 4 Cuadriláteros

4 Cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.

Un cuadrilátero se nombra indicando los vértices consecutivos que lo forman. El cuadrilátero de la figura es, por ejemplo, ABCD.



Diagonal de un polígono es el segmento que une dos vértices consecutivos no consecutivos. Un cuadrilátero tiene cuatro ángulos y dos diagonales.

RECUERDA QUE...

Los ángulos de un cuadrilátero suman 360° .
Para comprobarlo, sólo tienes que descomponerlo en dos triángulos. Como los ángulos del triángulo suman 180° , por tanto los ángulos del cuadrilátero $(ABCD)$ suman 360° .



5 Clasificación de los cuadriláteros

A) Paralelogramos

Un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos.

Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
Cuatro lados iguales. Cuatro ángulos rectos. Diagonales iguales y perpendiculares.	Cuatro lados dos a dos. Cuatro ángulos rectos. Diagonales iguales y no perpendiculares.	Cuatro lados iguales. Ángulos iguales dos a dos. Diagonales perpendiculares y distintas.	Cuatro lados dos a dos. Ángulos iguales dos a dos. Diagonales distintas y no perpendiculares.

Las diagonales de los paralelogramos se cortan en su punto medio. Dos ángulos contiguos son suplementarios.

197

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (Apart.4)

Puede ser interesante presentar cuadriláteros no convexos y debatir sobre las diferencias entre convexos y no convexos. Se formaliza este concepto en la unidad siguiente.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (Apart.5)

Adquisición del vocabulario específico.

► Pág. 198.

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

Construcción de un paralelogramo

Si conocemos tres vértices de un paralelogramo, podemos construirlo de la manera siguiente:

1. Se prolonga uno de los lados de modo que su longitud sea el doble.

2. Se prolonga el otro lado y se prolonga el otro lado.

3. Se prolonga el tercer lado y se prolonga el tercer lado.

4. Se prolonga el lado AB y se prolonga el lado AB.

5. Se prolonga el lado AC y se prolonga el lado AC.

El punto D donde se prolongan los dos lados es el vértice del paralelogramo.

EJERCICIO

7. Copia en tu cuaderno los lados siguientes y completa un paralelogramo ABCD.

8. Trapecios

Un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

Trapecio rectángulo

Las dos bases son paralelas.

Trapecio isósceles

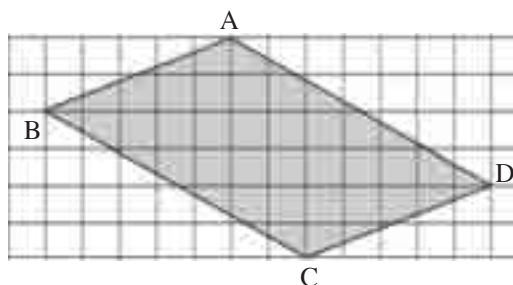
Las dos bases son paralelas.

Trapecio escaleno

Las dos bases son paralelas.

SOLUCIONARIO

7. Copia en tu cuaderno los lados siguientes y completa un paralelogramo ABCD.



► Pág. 199.

TEMA 10

C) Trapecios

Un trapecio es un cuadrilátero de lados paralelos.

EJEMPLOS

I Calcula los ángulos de un trapecio $ABCD$, sabiendo que uno de ellos mide 64° .
Como los ángulos contiguos del mismo lado suplementarios, el ángulo $\hat{A} = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.
Como sus ángulos opuestos, $\hat{A} = \hat{C} = 116^\circ$ y $\hat{B} = \hat{D} = 116^\circ$.

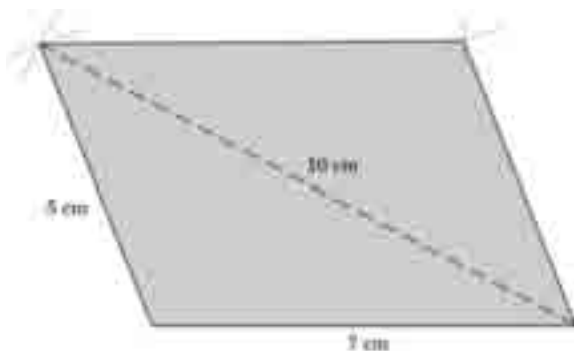
II Un ángulo de un trapecio isósceles mide 40° , halla la medida de los otros ángulos.
Al ser isósceles se cumple que $\hat{A} = \hat{B} = 40^\circ$, luego $\hat{A} + \hat{B} = 80^\circ$ y por tanto $\hat{D} + \hat{C} = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$. Pero como los ángulos $\hat{D}$ y $\hat{C}$ también son iguales, se cumple que $\hat{D} = \hat{C} = 140^\circ$.

EJERCICIOS

1 Dibuja un trapecio de lados 7 cm y 3 cm, respectivamente, y una diagonal de 10 cm.

2 Construye un trapecio de lados 8 cm sabiendo que uno de sus ángulos mide 140° .

8. Dibuja un romboide de lados 7 cm y 5 cm, respectivamente, y una diagonal de 10 cm



9. Construye un rombo de lado 4 cm sabiendo que uno de sus ángulos mide 140° .



► Pág. 202. Ejercicios

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

EJERCICIOS

TRIÁNGULOS

1. Determina el valor de los ángulos que faltan en cada figura.

2. Nombra y clasifica los triángulos que aparecen en la figura siguiente.

3. Verdadero o falso?

- Un triángulo isósceles puede ser rectángulo.
- Un triángulo con dos ángulos obtusos puede ser equilátero.
- El triángulo ABC es triángulo en B puede ser isósceles con B.
- Dos triángulos con los lados de la misma longitud tienen sus ángulos iguales.
- Existen dos triángulos cuyos lados midan 1 cm, 1 cm y 1 cm.
- Existen en cualquier momento dos triángulos cuyos lados midan 1 cm.

4. Clasifica los triángulos siguientes:

a) 3, 5, 8	b) 1, 2, 3
c) 6, 8, 10	d) 11, 14, 20
e) 2, 2, 3	f) 10, 10, 22

CONSTRUCCIONES

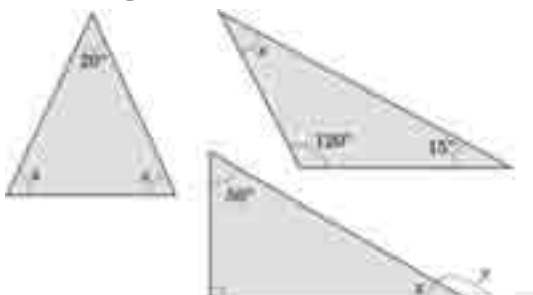
En los ejercicios 16 al 25, construye un triángulo con los datos que se dan.

- AB = 5 cm, BC = 4 cm, AC = 6 cm.
- AB = 8 cm, BC = 7 cm, AC = 6 cm.
- AB = 11 cm, BC = 7 cm, AC = 10 cm.
- ABC es rectángulo y la longitud del lado es 6 cm.
- PQR es rectángulo, P, Q = 4 cm y QR = 3 cm.
- OPQ es rectángulo, O, P, Q = 5, 3 cm y PQ = 4 cm.
- LMN es triángulo en M, MN = 4 cm y LN = 3 cm.
- DEF es triángulo en E, DE = 5 cm y EF = 5 cm.
- AB = 10 cm, BC = 4 cm, $\angle B = 90^\circ$.
- AB = 7 cm, BC = 5 cm, $\angle B = 120^\circ$.
- $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, AB = 4 cm.
- $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, AB = 4 cm.
- Sea ABC un triángulo equilátero. Se prolonga el lado AB hasta el punto D, de modo que AD = AB. Se prolonga el lado AC hasta el punto E, de modo que AE = AC. Construye el triángulo DEC.

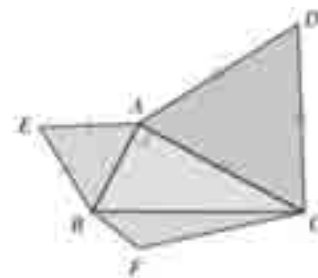
LINEAS EN EL TRIÁNGULO

26. Dibuja un triángulo cualquiera y traza la mediana y la altura que parten de un mismo vértice. ¿Cuál es el área? ¿Cuántos son iguales?

27. Nombra los triángulos ABC y dibuja la altura que parte de A. Nombra los triángulos que se forman y dibuja la altura que parte de B.

SOLUCIONARIO**10. Determina el valor de los ángulos que faltan en cada figura:**

- a) $2x + 20 = 180 \Rightarrow 2x = 160 \Rightarrow x = 80^\circ$
 b) $x + 120 + 15 = 180 \Rightarrow x = 180 - 135 \Rightarrow x = 45^\circ$
 c) $x + 50 = 90 \Rightarrow x = 90 - 50 \Rightarrow x = 40^\circ$
 $x + y = 180 \Rightarrow y = 180 - 40 \Rightarrow y = 140^\circ$

11. Nombra y clasifica los triángulos que aparecen en la figura siguiente:

- a) El triángulo ABC es rectángulo en A.
 b) El triángulo ACD es equilátero
 c) El triángulo ABE es equilátero
 d) El triángulo BCF es escaleno

12. ¿Verdadero o falso?

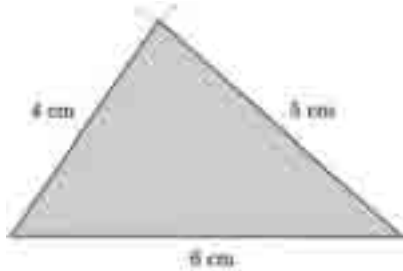
- a) Un triángulo isósceles puede ser rectángulo. Verdadero
- b) Un triángulo con un ángulo obtuso puede ser equilátero. Falso
- c) Un triángulo ABC rectángulo en $\hat{A}$ puede ser isósceles en $\hat{B}$. Falso
- d) Dos triángulos con los lados de la misma longitud tienen sus ángulos iguales. Verdadero.
- e) Existe un triángulo cuyos lados miden 2 cm, 3 cm y 4 cm. Verdadero

13. Determina en qué casos es posible construir un triángulo cuyos lados miden (en cm)

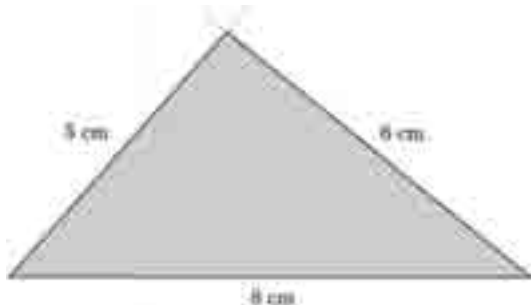
- a) 3, 5, 6 — Sí es posible construirlo
- b) 1, 2, 3 — No es posible construirlo
- c) 6, 9, 16 — No es posible construirlo
- d) 12, 14, 20 — Sí es posible
- e) 2, 2, 5 — No es posible
- f) 7, 15, 22 — No es posible

En los ejercicios 14 al 25, construye un triángulo con los datos que se dan.

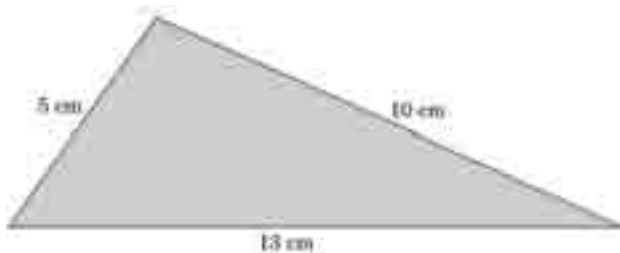
14. $AB = 5$ cm., $BC = 6$ cm., $AC = 4$ cm.



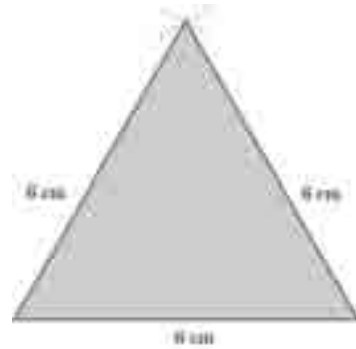
15. $LM = 8$ cm; $LN = 5$ cm; $MN = 6$ cm



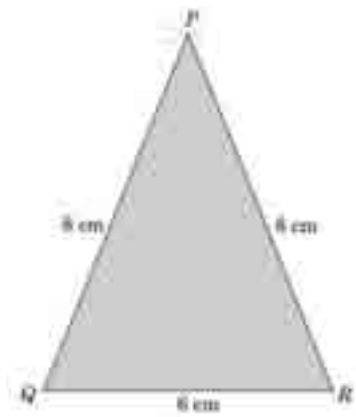
16. $PQ = 13$ cm; $PR = 5$ cm; $QR = 10$ cm.



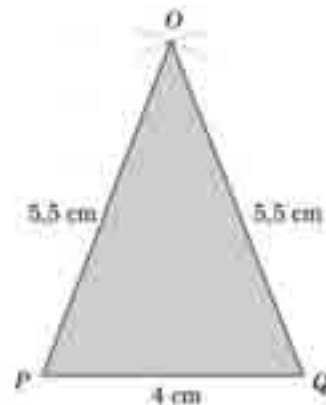
17. ABC es equilátero y la longitud del lado es 6 cm.



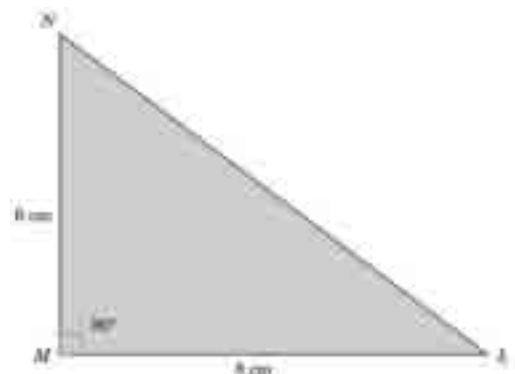
18. PQR es isósceles en $\hat{P}$; $PQ = 8$ cm y $QR = 6$ cm.



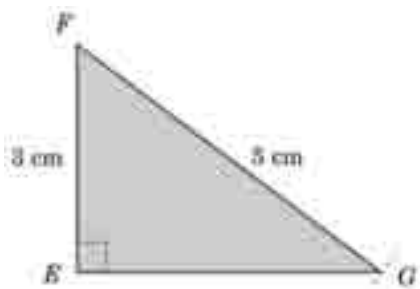
19. OPQ es isósceles en $\hat{O}$; $OQ = 5,5$ cm y $PQ = 4$ cm.



20. LMN es rectángulo en $\hat{M}$; $MN = 6$ cm y $LM = 8$ cm.



21. EFG es rectángulo en $\hat{E}$; $EF = 3$ cm y $FG = 5$ cm.



22. $AB = 10$ cm; $BC = 6$ cm y $\hat{B} = 60^\circ$.



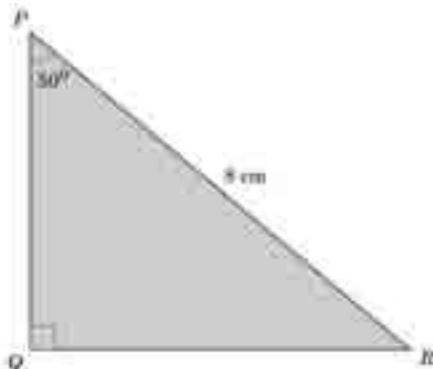
23. $EF = 7$ cm; $EG = 5$ cm y $\hat{E} = 120^\circ$.



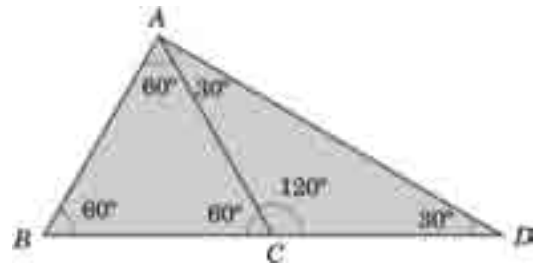
24. $\hat{A} = 35^\circ$; $\hat{B} = 55^\circ$; $AB = 6$ cm.



25. $\hat{P} = 50^\circ$; $\hat{Q} = 90^\circ$; $PR = 8$ cm.



26. Sea ABC un triángulo equilátero. Se prolonga el lado BC desde el vértice C una longitud CD igual a BC . ¿Cómo es el triángulo ABD ?



Según sus lados es escaleno y según sus ángulos es rectángulo en $\hat{A}$.

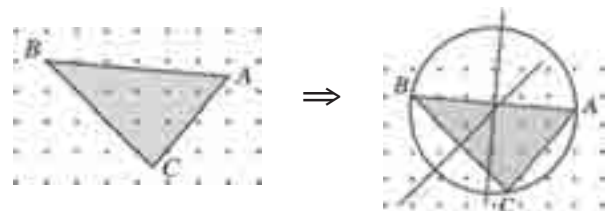
27. Dibuja un triángulo cualquiera y traza la mediana y la altura que parten de un mismo vértice. ¿Cuál es mayor? ¿Cuándo son iguales?



La medida es mayor que la altura.

Serán iguales cuando ambas líneas coincidan, es decir, cuando el triángulo sea isósceles en el vértice desde donde se trazan.

28. Reproduce el triángulo ABC y dibuja la circunferencia circunscrita a dicho triángulo.

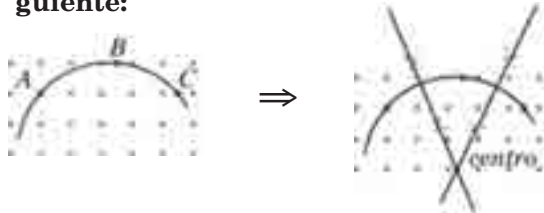


► Pág. 203. Ejercicios

TEMA 10

29. Dibuja un triángulo equilátero PQR y sus bisectrices. Calcula la medida de todos los ángulos de la figura.

30. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:



31. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:



32. Dibuja un triángulo equilátero PQR y sus bisectrices. Calcula la medida de todos los ángulos de la figura.

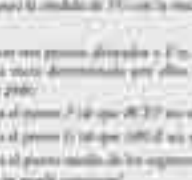
33. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:



34. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:

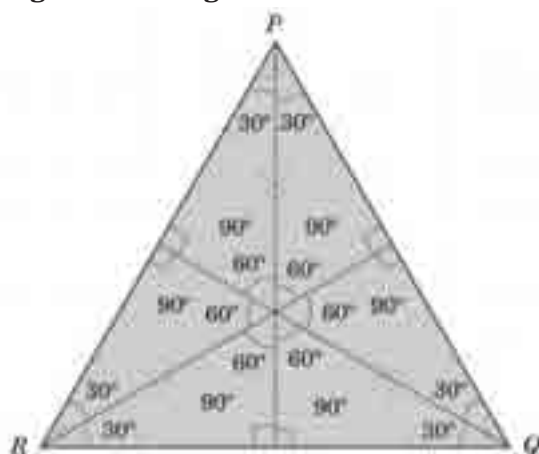


35. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:

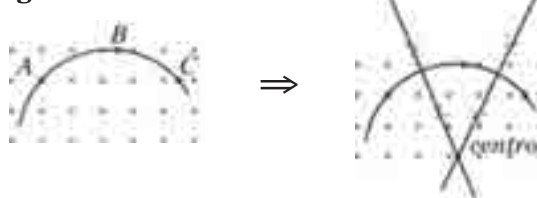


SOLUCIONARIO

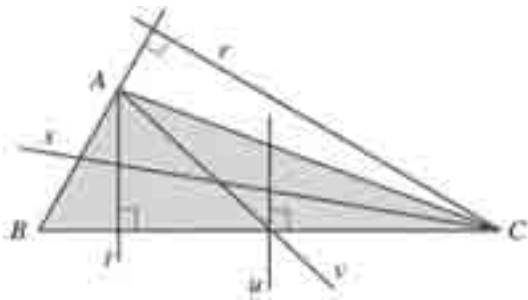
29. Dibuja un triángulo equilátero PQR y sus bisectrices. Calcula la medida de todos los ángulos de la figura.



30. Encuentra el centro de la circunferencia de la cual solo se conoce el arco de la figura siguiente:



31. En la figura siguiente, algunas rectas tienen un nombre particular, ¿cuál?



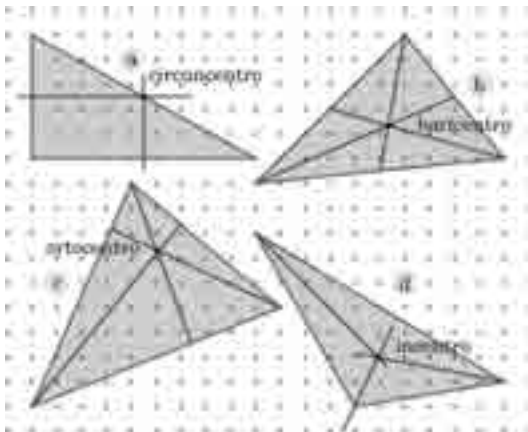
r y t = alturas

s = bisectriz

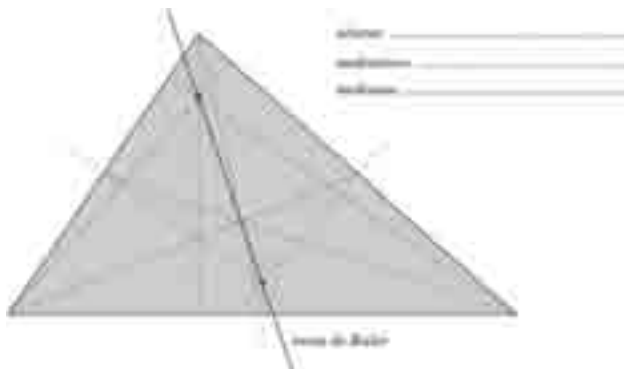
u = mediatriz

v = mediana

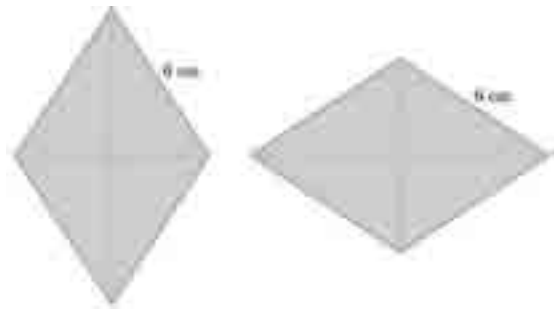
32. Reproduce en tu cuaderno los triángulos siguientes y determina en a) el circuncentro, en b) el baricentro, en c) el ortocentro y en d) el incentro.



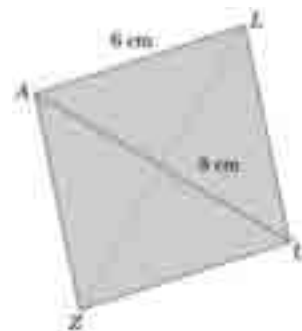
33. La recta de Euler. Construye un triángulo de lados 8, 10 y 12 cm y comprueba que el circuncentro, baricentro y ortocentro están en la misma recta.



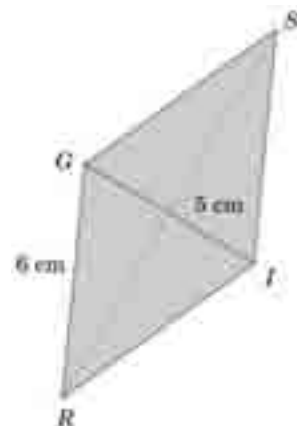
34. Construye dos rombos distintos cuyos lados midan 6 cm.



35. Construye el rombo AZUL respetando las medidas indicadas.



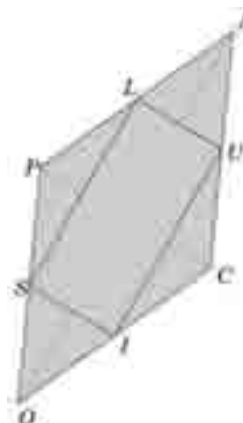
36. Mismo ejercicio para el rombo GRIS.



37. a) Construye el rombo PACO.

b) Dibuja los puntos medios L , U , I , S de los segmentos PA , AC , CO y OP .

c) ¿Qué es $LUIS$?

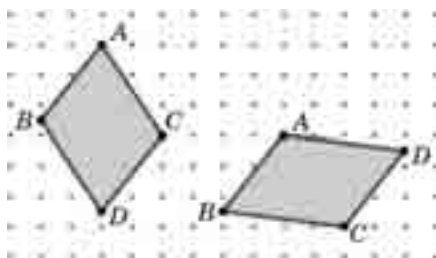


Luis es un rectángulo.

38. Construye dos rombos distintos que tengan un ángulo de 50° .

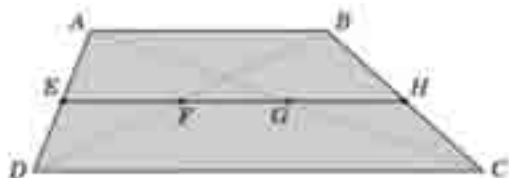


39. Construye un romboide cuyos vértices A , B y C son los de la figura siguiente:



40. Sea un trapecio $ABCD$ de la base menor AB y base mayor CD y sean E , F , G , H los puntos medios de AD , DB , AC y BC , respectivamente.

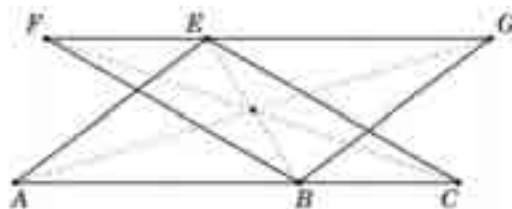
- ¿Están alineados estos puntos?
- Compara la medida de EH con la de $B + DC$.
- Compara la medida de FG con la medida de $DC - AB$.



- Si
- La longitud de EH es la mitad de la suma de las longitudes de AB y DC .
- La longitud de FG es la mitad de la diferencia de las longitudes de DC y AB .

41. A , B , C son tres puntos alineados y E es un punto que no está en la recta determinada por ellos. Sobre el mismo dibujo se pide:

- Señala el punto F tal que $BCEF$ sea un paralelogramo.
- Señala el punto G tal que $ABGE$ sea un paralelogramo.
- Señala el punto medio de los segmentos AG , BE y FC . ¿Qué se puede constatar?



Los tres puntos coinciden.

► Pág. 204. Ejercicios

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

42. Dibuja un trapecio isósceles y traza las mediatrices de sus lados.

a) ¿Qué se verifica?

b) ¿Puedes trazar un círculo que pase por los cuatro vértices del trapecio?

43. Sea un triángulo PQR y A , B y C los puntos medios de PQ , QR y RP . Encuentra todos los paralelogramos cuyos vértices sean cuatro de los seis puntos nombrados.

44. El teorema de Napoleón.

La siguiente figura está formada a partir de un triángulo cualquiera ABC y sobre cada lado se ha construido un triángulo equilátero externo hacia el exterior. Representa cada uno de los cuadriláteros.

45. El trapecio.

El Trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. Construye un trapecio isósceles con una cizalla y una sonda. Construye con estos dos puntos: a) un trapecio isósceles; b) un trapecio cualquiera; c) un paralelogramo; d) un trapecio cualquiera.

46. El trapecio.

El Trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. Construye un trapecio isósceles con una cizalla y una sonda. Construye con estos dos puntos: a) un trapecio isósceles; b) un trapecio cualquiera; c) un paralelogramo; d) un trapecio cualquiera.

47. El trapecio.

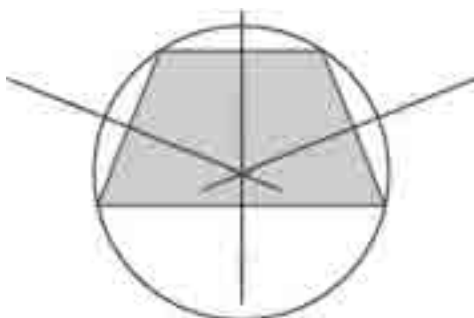
El Trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. Construye un trapecio isósceles con una cizalla y una sonda. Construye con estos dos puntos: a) un trapecio isósceles; b) un trapecio cualquiera; c) un paralelogramo; d) un trapecio cualquiera.

SOLUCIONARIO

42. Dibuja un trapecio isósceles y traza las mediatrices de sus lados.

a) ¿Qué se verifica?

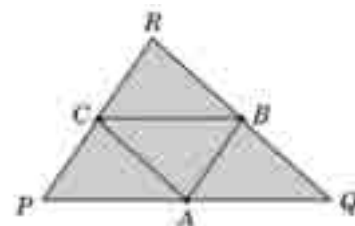
b) ¿Puedes trazar un círculo que pase por los cuatro vértices del trapecio?



a) Las cuatro mediatrices se cortan en un punto que equidista de los vértices.

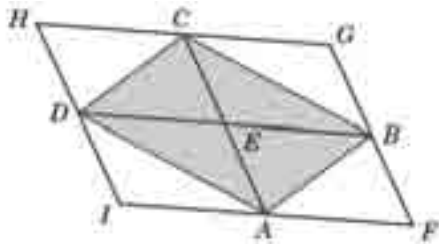
b) Si.

43. Sea un triángulo PQR y A , B y C los puntos medios de PQ , QR y RP . Encuentra todos los paralelogramos cuyos vértices sean cuatro de los seis puntos nombrados.



$ABCP$, $ACBQ$ y $ABRC$

44. Dibuja un paralelogramo y sus diagonales. Traza por cada vértice las paralelas a las diagonales. Nombra todos los paralelogramos obtenidos.

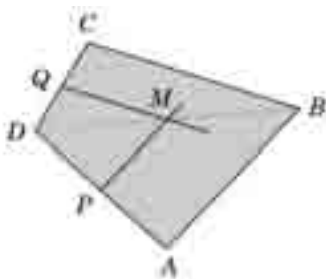


$ABCD, AFBE, AEDI, EBGC, ECHD, IFBD, DBGH, ACHI, AFGC, IFGH$

45. Dibuja un trapezoide $ABCD$. Sea P el punto medio de AD y Q el punto medio de CD .

La paralela a AB trazada por P y la paralela a BC trazada por Q se cortan en M .

¿Qué puedes decir de B, M y D ?



B, M y D están alineados.

46. El Tangram. El Tangram es un puzzle de origen chino cuyas piezas se pueden disponer formando un cuadrado.

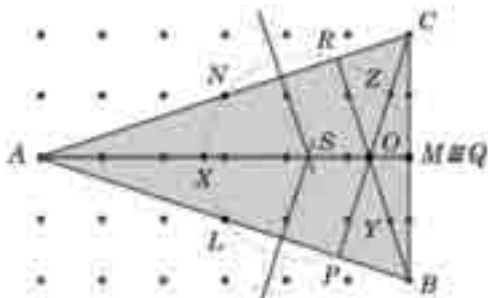
Construye tu propio tangram con una cartulina e intenta componer con todas sus piezas: un rectángulo; un triángulo isósceles; un paralelogramo; un trapecio rectángulo.

Respuesta libre.

47. Copia la figura en tu cuaderno y sitúa en ella los siguientes puntos:

- Los puntos medios L, M, N de los tres lados.
- Los pies P, Q, R de las tres alturas.
- El ortocentro.
- Los puntos medios X, Y, Z de los segmentos que unen cada vértice con el ortocentro.

Comprueba que estos nueve puntos se encuentran en una circunferencia.



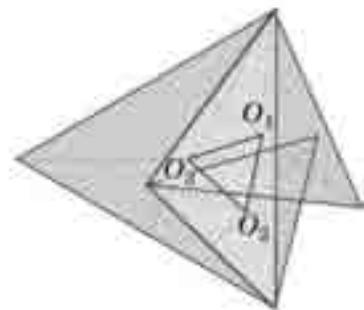
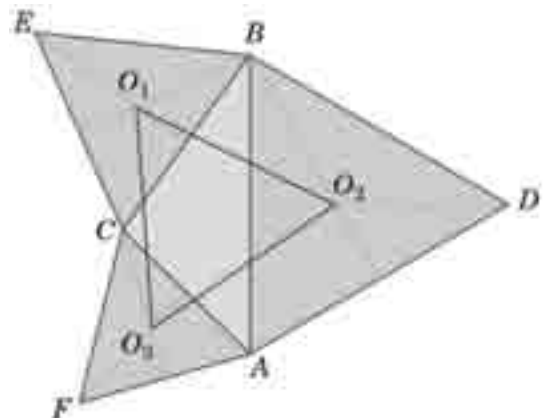
O = ortocentro y S = centro de la circunferencia.

48. El teorema de Napoleón.

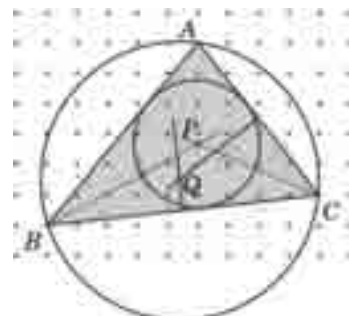
La siguiente figura está formada a partir de un triángulo cualquiera ABC y sobre cada lado se ha construido un triángulo equilátero trazado hacia el exterior. Reprodúcela en tu cuaderno.

- Determina el ortocentro de cada uno de los triángulos ADB, BEC y CFA .
- Comprueba que el triángulo determinado por los ortocentros es equilátero.
- Repite la experiencia pero construyendo los triángulos en el interior del triángulo ABC .

Los ortocentros son O_1, O_2 y O_3



49. Reproduce esta figura en tu cuaderno y determina el circuncentro y el incentro. Dibuja también los círculos circunscrito e inscrito al triángulo ABC .



P es el incentro y Q es el circuncentro.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Utilizar los símbolos y el vocabulario geométrico para describir con precisión los diferentes polígonos.
- Construir cuadrados, pentágonos, hexágonos, octógonos y dodecágonos con ayuda de la regla, el compás, el cartabón o la escuadra y el transportador.
- Obtener la relación que existe entre el número de lados y la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo.
- Trazar circunferencias con ayuda de la regla y el compás, y reconocer sus elementos notables.
- Deducir la relación que existe entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.
- Identificar las posiciones relativas de una recta y una circunferencia y de dos circunferencias.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Conocer y nombrar los elementos de un polígono, así como su clasificación, atendiendo al número de sus lados.
- Calcular la suma de los ángulos de un polígono y aplicarlo para los ángulos de un polígono regular.
- Entender el concepto de polígono regular, conocer sus elementos, donde están y como se llaman.
- Construir con la ayuda de un compás y una regla polígonos regulares.
- Conocer el significado de circunferencia con todos sus elementos y calcular su longitud.
- Determinar las posiciones relativas de una recta y una circunferencia y de dos circunferencias.
- Ser limpio y preciso en las construcciones.

CONTENIDOS

- **Conceptos** (“saber”)
 - Polígonos regulares e irregulares.
 - Algunos polígonos regulares: pentágono y hexágono....
 - Elementos notables de los polígonos anteriores: lados, ángulos, apotema.
 - Suma de los ángulos interiores de un polígono convexo.
 - El perímetro de un polígono.
 - La circunferencia.
 - Elementos de una circunferencia: centro, radio, diámetro.
 - La longitud de una circunferencia.
 - Posiciones relativas de un punto, una recta y una circunferencia.
- **Procedimientos** (“Saber hacer”)
 - Utilización de los símbolos y del vocabulario geométrico para describir con precisión los diferentes polígonos.
 - Construcción de cuadrados, pentágonos y hexágonos con ayuda de la regla, el compás, el cartabón o la escuadra y el transportador.
 - Búsqueda de la relación que existe entre el número de lados y de diagonales que se pueden trazar en un polígono.
 - Trazado de circunferencias y de sus elementos notables con ayuda de la regla y el compás.
- Cálculo aproximado de las longitudes de las circunferencias de objetos conocidos (monedas, discos, ...), para deducir la relación que existe entre la longitud y el diámetro.
- Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas en figuras y de la solución de problemas geométricos.
- Observación de las distintas posiciones de una circunferencia con un punto, recta u otra circunferencia.
- **Actitudes** (“Saber ser”)
 - Reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico.
 - Curiosidad e interés por investigar sobre formas y relaciones geométricas.
 - Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos, y a mejorar las ya encontradas.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
LENGUAJE MATEMÁTICO	◦ Descriptores 1. Definir un polígono y reconocer sus elementos, clasificar los polígonos. 2. Sumar los ángulos interiores de un polígono. 3. Definir y señalar sus elementos y características en un polígono regular. 4. Definir una circunferencia, reconocer sus elementos y calcular su longitud. 5. Diferenciar el círculo de la circunferencia. 6. Conocer las posiciones relativas de una recta y una circunferencia y de dos circunferencias.		
	◦ Desempeño		
	1. Define un polígono.	- Señala correctamente los elementos de un polígono, lado, vértice y diagonal.	- Epígrafe 1 (pág. 208)
	2. Clasifica los polígonos atendiendo a sus lados o a sus ángulos interiores.	- Conoce y nombra los polígonos, sus elementos y sus características.	- Ejercicio 1 (pág. 209)
	3. Deduce una fórmula para obtener la suma de los ángulos interiores de un polígono.	- Calcula y determina la suma de los ángulos de un polígono, dependiendo de sus lados.	- Ejercicio 2 y 3 (pág. 210)
	4. Define un polígono regular.	- Nombra, identifica y comprende todos los elementos de un polígono regular, como la apotema, el radio de la circunferencia circunscrita, el ángulo central y el ángulo interior.	- Epígrafe 3 (pág. 210)
	5. Define una circunferencia.	- Señala correctamente los elementos de una circunferencia. - Determina como calcular la longitud de una circunferencia. - Reflexiona sobre la diferencia entre círculo y circunferencia.	- Ejercicio 7 (pág. 215) - Epígrafe 6 (pág. 215) - Ejercicios 8 y 9 (pág. 216)
	6. Conoce las diferentes posiciones de la circunferencia.	- Identifica y nombra los diferentes posiciones de las circunferencias.	- Epígrafe 7 (pág. 216)
CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS	◦ Descriptores 1. Construir polígonos regulares.		
	◦ Desempeño		
	1. Construye un triángulo equilátero con una medida de lado determinada.	- Representa correctamente con la ayuda de un compás y una regla un triángulo equilátero conocida la medida del lado.	- Ejercicios 4, 5 y 6 (pág. 213)
	2. Utiliza el compás y la regla para dibujar un hexágono regular.	- Representa correctamente con la ayuda de un compás y una regla un hexágono regular.	
	3. Construye un cuadrado y un octógono regular.	- Representa correctamente un cuadrado y un octógono regular con la ayuda de un compás, una escuadra y un cartabón.	

COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Lee con detenimiento y determina la pregunta que se plantea en el problema.	- Ejercicios 22, 23, 24, 25, 27, 38, 39 (pág. 220, 221, 222)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Utiliza los conocimientos del tema par elaborar la estrategia más adecuada.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber qué quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 11
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema	- Reconoce los elementos geométricos que le piden. - Diferencia cada elemento y lo relaciona con su definición.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia; utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer elementos geométricos en situaciones de nuestro entorno habitual.		
	◦ Desempeño		
1. Identifica formas geométricas en nuestro entorno.	- Observa nuestro entorno y encuentra polígonos y circunferencias.	- Ilustración (pág. 212, 213, 214, 216)	

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO

COMPETENCIA EN EL CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptores		
	1. Analizar nuestro entorno a través de los enunciados de problemas.		
	◦ Desempeño		
1. Conoce situaciones reales y donde se realizan.	- Reconoce que el estudio de las características de los polígonos nos ayudan a identificar y comprender elementos de la vida real. - Trabaja con elementos como el diámetro de la Tierra, el de la Luna, los radios de las ruedas, etc.	- Problemas del tema 11 (pág. 220, 221, 222)	

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptores		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuándo se pueden aplicar las propiedades matemáticas y lo hace con soltura.	- A lo largo de todo el tema 11
	2. Mejora la atención	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer que la circunferencia es básica en construcciones. 2. Observar monumentos que tienen forma poligonal.		
	◦ Desempeño		
	1. Conoce la importancia de las construcciones poligonales.	- Observa construcciones como la norias en cualquier ciudad, el pentágono en Washington, el Miguelete en Valencia, etc.	- Hoja de inicio de tema 11 - Ilustración (pág. 213)

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir una opción. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos. 3. Mejorar en la representación gráfica y tener gusto y limpieza.		
	◦ Desempeño		
	1. Propone metas accesibles.	- Es perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Le dedica el tiempo necesario para la consecución de los objetivos.	- A lo largo del tema
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto. - Cuida la representación gráfica y mejora la calidad y la limpieza.	

► Pág. 206. Otros polígonos. La circunferencia

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA



Fuente de noche como de día, las torres destacan sobre el perfil de las ciudades como una gran circunferencia de colores.



Esta imagen del Edificio del Pentágono en Washington, muestra como el hombre ha sabido apreciar la belleza de las formas poligonales para algunos de sus construcciones más emblemáticas.

SOLUCIONARIO

Observa los elementos que tienes dibujados, debes identificarlos con sus definiciones.



El segmento que va del centro a la mitad del lado opuesto, es la apotema.

El segmento que une dos vértices no consecutivos, es una diagonal

El polígono de la figura tiene 8 lados y 8 vértices

Los **vértices** son A, B, C, D, E, F, G y H.

Este polígono es un octógono.

La circunferencia.



Una circunferencia es: el conjunto de puntos que equidistan de uno llamado centro de la circunferencia.

El segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia, es el radio.

El segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia, es una cuerda.

Si pasa por el centro se llama diámetro.

¿Cuántos grados tendrá la circunferencia? 360°

DE 6º A 1º

Si te fijas, en la naturaleza, en la arquitectura y en la vida en general encontrarás figuras geométricas, muchas ya las conoces.

EL POLÍGONO

Un **polígono** es una superficie limitada por segmentos rectilíneos.

Observa los ejemplos que tienes dibujados, debes identificarlos con sus definiciones.



El segmento que va del centro a la mitad del lado derecho es: radio

El segmento que une dos vértices no consecutivos es: diagonal

El polígono de la figura tiene: 8 lados y 8 vértices.

Los **vértices** son: los puntos donde se unen los lados

Por sus lados los clasificamos en triángulo y cuadrilátero, que ya los conoces, y pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono, decágono.

LA CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es: un conjunto de puntos que equidistan de un punto central llamado centro

Observa todos los elementos dibujados en la circunferencia siguiente e identifícalos.



El segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia es: radio

El segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia es: cuerda

El punto por el centro se llama: centro

¿Cuántos grados tiene la circunferencia? 360

PRACTICA

Si el diámetro de una rueda de bicicleta es de 66 cm, ¿cuántos metros habrá recorrido después de 300 vueltas?

Indica la posición de las circunferencias siguientes:



concéntricas



tangentes exteriores



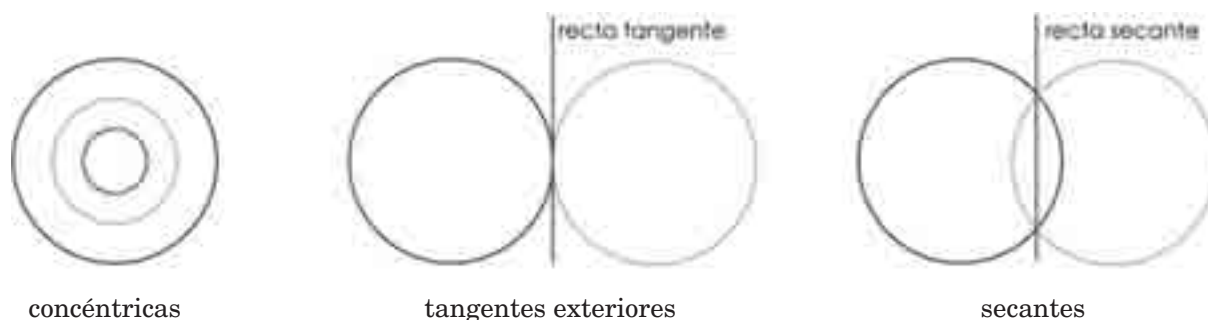
secantes

Practica

Si el diámetro de una rueda de bicicleta es de 66 cm, ¿cuántos metros habrá recorrido después de 300 vueltas?

$$66\pi \times 300 = 19800\pi \text{ cm} = 198\pi \text{ m} \approx 622 \text{ m.}$$

Indica la posición de las circunferencias siguientes:



► Pág. 208. 1 Poligonales y polígonos

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

1 Poligonales y polígonos

Las figuras siguientes se llaman **líneas poligonales** y están compuestas por segmentos de forma que cada uno de ellos sólo tiene en común con el siguiente o con el anterior un extremo. Una línea poligonal puede ser abierta o cerrada.



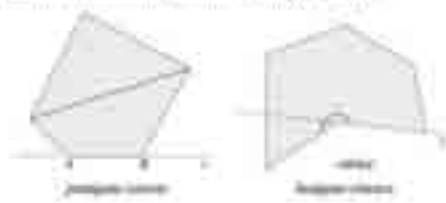
Los segmentos AB , BC , CD , etc., son los **lados** y los puntos A , B , C , etc., son los **vértices**.

Un polígono es la parte de plano limitada por una línea poligonal cerrada.

Elementos y clases

Los elementos de un polígono son sus **vértices**, **lados**, **ángulos** y **diagonales**. Una **diagonal** es el segmento que une dos vértices no consecutivos.

A) Por sus ángulos interiores se clasifican en: **convexo** cuando todos sus ángulos interiores son menores de 180° y **cóncavo** cuando al menos uno de ellos es mayor de 180° .



B) Por el número de lados se clasifican en: **triángulo** (3), **cuadrilátero** (4), **pentágono** (5), **hexágono** (6), **heptágono** (7), etc.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

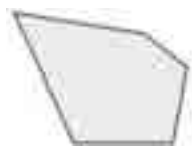
El objetivo de la unidad es el estudio de polígonos convexos. Los polígonos cruzados y estrellados están considerados en el banco de recursos.

Se identifica ángulo de un polígono con su ángulo interior.

SOLUCIONARIO

1. Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos y según su número de lados.

a)  pentágono cóncavo

b)  pentágono convexo

c)  cuadrilátero cóncavo

d)  octágono cóncavo

e)  pentágono convexo

► Pág. 31. 2 Suma de los ángulos interiores de un polígono

TEMA 11

EJERCICIO

1 Clasifica los siguientes polígonos en convexos o cóncavos y según el número de lados.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2 Suma de los ángulos interiores de un polígono

Vamos a sumar los ángulos interiores de un polígono. Para ello trazamos todas las diagonales desde un vértice para descomponerlo en triángulos y como sabemos que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , se tiene:

Cuadrilátero		2 triángulos: $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
Pentágono		3 triángulos: $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$
Hexágono		4 triángulos: $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

Se observa que trazando diagonales desde un mismo vértice, un polígono de n lados se descompone en $n - 2$ triángulos (entre lados dos triángulos, cinco lados tres triángulos, seis lados cuatro triángulos, etc.) y como la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , deducimos que la suma S de los ángulos de un polígono de n lados es:

$$S = 180 \cdot (n - 2)$$

TRAZANDO DIAGONALES DESDE UN MISMO VÉRTICE, SE COM-
PONGO UN POLÍGONO DE n
LADOS EN $n-2$ TRIÁNGULOS.



RESERVA

Esta fórmula también sirve para el triángulo pues si tomamos $n = 3$ se tiene:

$$S = 180 \cdot (3 - 2) = 180^\circ = 180^\circ = 180^\circ$$

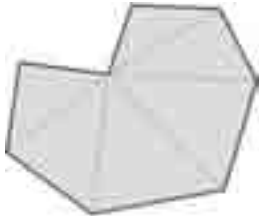
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Se puede plantear la validez de este resultado a polígonos no convexos.

► Pág. 210. 3 Polígonos regulares

SOLUCIONARIO

2. Dibuja un octógono, descomponlo en triángulos y aplica la fórmula anterior para determinar la suma de sus ángulos.



Octógono descompuesto en 6 triángulos

$$6 \times 180^\circ = 1080^\circ.$$

Con la fórmula, al ser $n = 8$:

$$s = 180 \times (8 - 2) = 180 \times 6 = 1080^\circ$$

3. Desde un vértice de un polígono trazamos todas las diagonales posibles y resultan ser seis.

a) ¿De qué polígono estamos hablando?

b) ¿Cuánto valdrá la suma de todos sus ángulos?

a) Se trata de un eneágono (polígono de 9 lados)

b) $S = 180^\circ \times (9 - 2) = 180^\circ \times 7 = 1260^\circ$

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

EJERCICIOS

1. Dibuja un eneágono descompuesto en triángulos y aplica la fórmula anterior para determinar la suma de sus ángulos.
2. Desde un vértice de un polígono trazamos todas las diagonales posibles y resultan ser seis.
 - a) ¿De qué polígono estamos hablando?
 - b) ¿Cuánto valdrá la suma de todos sus ángulos?

3 Polígonos regulares

Un polígono es **equilátero** si tiene todos sus lados iguales y es **equiángulo** si tiene todos sus ángulos iguales.

El triángulo es **equilátero** si es equiángulo y equilátero. El cuadrado es **equilátero** si es equiángulo y equilátero.

El triángulo regular es el equilátero y el cuadrado regular es el cuadrado.



En todo polígono convexo siempre es posible construir una circunferencia inscrita al polígono y una circunferencia circunscrita al polígono.

La circunferencia circunscrita tiene como radio la distancia del centro a un vértice cualquiera que el radio de la inscrita es la distancia del centro al punto medio de un lado.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Insistir en la no suficiencia de “lados iguales” en la definición de polígono regular. Recurrir al rombo: tiene los lados iguales pero no es regular

Es necesario orientar en la construcción del pentágono regular. El calco es una solución plausible.

► Pág. 33.

TEMA 11



En un polígono regular se tienen los siguientes elementos:

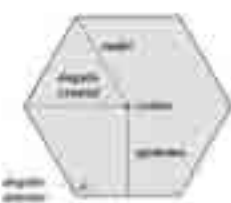
La **apotema** es el segmento que une el centro del polígono con la mitad del lado apotema y es el radio de la circunferencia inscrita.

El **radio** es el segmento que une el centro con un vértice y es el radio de la circunferencia circunscrita.

El **ángulo central** es el ángulo comprendido entre dos radios consecutivos. Su valor es el cociente entre 360° y el número de lados.

$$\text{ángulo central} = \frac{360^\circ}{n^\circ \text{ lados}}$$

El **ángulo interior** es el ángulo comprendido entre dos lados consecutivos. Se obtiene a partir del valor de la suma de sus ángulos dividido entre el número de lados.

$$\text{ángulo interior} = \frac{180 \times (n - 2)}{n}$$


1 Construcción de polígonos regulares

A) Triángulo equilátero

Recordar cómo se puede construir un triángulo equilátero de lado l .



211

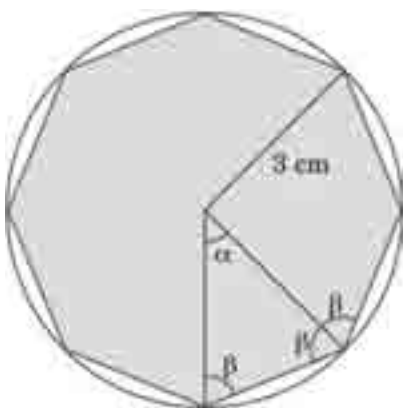
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Objetivo: fomentar la correcta utilización de los instrumentos de dibujo.

► Pág. 212.

SOLUCIONARIO

4. Dibuja un octógono regular inscrito en una circunferencia de radio 3 cm, calcula el ángulo central y el ángulo interior del octógono y comprueba con un semicírculo graduado su valor.



$$\text{Ángulo central: } \alpha = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

$$\text{Ángulo interior: } 2\beta = 180 - 45 = 135^\circ$$

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

6) Hexágono regular



El ángulo central de un hexágono regular es de 60° pues al tener 6 lados, es $360^\circ : 6 = 60^\circ$. Por tanto, podemos considerar un hexágono regular como la unión de seis triángulos equiláteros.

Para dibujar un hexágono regular procederemos de la forma siguiente:

- Dibujamos una circunferencia con un radio determinado y marcamos un punto A en ella.
- Con la ayuda del compás y con una abertura igual al radio de la circunferencia inicial, a partir de A marcamos el punto B, a partir del B el punto C y así sucesivamente hasta marcar los 6 puntos necesarios.
- Con una regla unimos el punto A con el B, el B con el C y así hasta trazar los 6 lados que tiene el hexágono.



En el hexágono regular el radio y el lado son iguales.

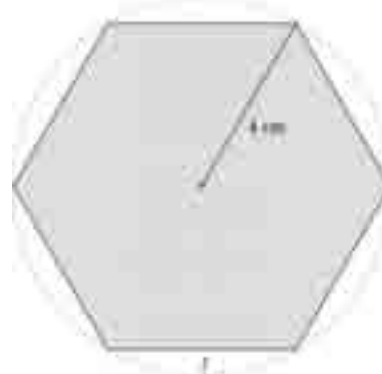
7) El cuadrado y el octógono regular

Construir un cuadrado es muy fácil pues como recordáis sus diagonales son iguales y perpendiculares.

Procederemos:

- Dibujamos una circunferencia con un radio determinado.
- Trazamos dos diámetros perpendiculares con la ayuda de la escuadra y el cartón, marcando los puntos de intersección de los diámetros con la circunferencia.
- Unimos los cuatro puntos marcados con segmentos y tendremos un cuadrado.

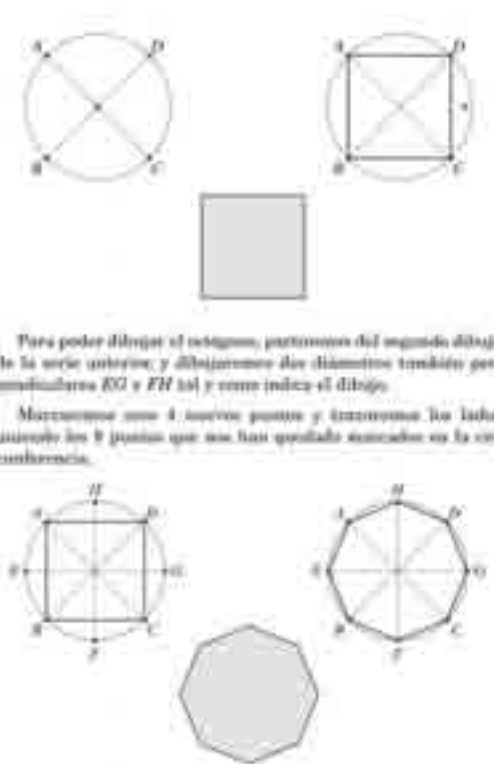
5. Dibuja un hexágono regular de 4 cm de radio. ¿Cuánto mide el lado? Compruébalo.



$l = 4$ cm pues el hexágono regular el lado es igual al radio.

► Pág. 213.

TEMA 11



Para poder dibujar el octágono, partimos del segundo dibujo de la serie anterior, y dibujamos dos diámetros también perpendiculares KO y FN tal y como indica el dibujo.

Marcamos con 4 nuevos puntos y trazamos los lados uniendo los 8 puntos que nos han quedado marcados en la circunferencia.



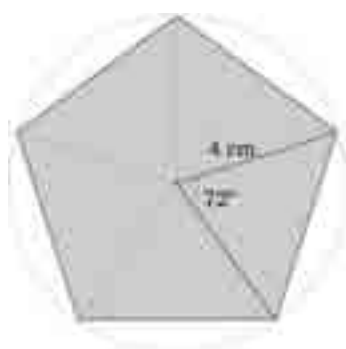
La torre de St. Martín (Madrid) fue construida en 1581 y tiene planta octogonal.

EJERCICIOS

1. Dibuja un octágono regular inscrito en una circunferencia de radio 3 cm, calcula el ángulo central y el ángulo interior del octágono y vérticelo con un compás de profundidades.
2. Dibuja un hexágono regular de 4 cm de radio. ¿Cuánto mide el lado? Compruébalo.
3. Determina cuánto vale el ángulo central de un pentágono regular y dibuja uno inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio. Luego construye, a partir de él, un decágono regular.

213

6. Determina cuánto vale el ángulo central de un pentágono regular y dibuja uno inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio. Luego construye, a partir de él, un decágono regular.



$$\text{Ángulo central del pentágono regular} = \frac{360}{5} = 72^\circ$$

► Pág. 214. 5 La circunferencia

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

5 La circunferencia



Una circunferencia es la línea formada por todos los puntos que están a la misma distancia de un punto llamado **centro**.

Para trazar circunferencias debes usar el compás. El punto de apoyo es el **centro** y la abertura es el **radio**.

Los elementos de la circunferencia los puedes ver en las figuras y son:

- O** es el **centro** y **r** el **radio** (se llama radio tanto al valor numérico como al segmento).
- Cuerda** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- Diámetro** es la cuerda máxima, pasa siempre por el centro y es el doble del radio.
- Arco** es la parte de circunferencia comprendida entre dos puntos cualesquiera de ella.
- Ángulo central** es un ángulo formado por dos radios.

Si en una circunferencia trazamos un diámetro, la circunferencia queda dividida en dos partes iguales a las que llamamos **semicircunferencia**.



La parte del plano limitada por una circunferencia se llama **círculo**.



ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Las palabras “radio” o “diámetro” pueden significar segmentos o números. Así, por ejemplo “un radio de la circunferencia _” es un segmento mientras que “el radio de la circunferencia _” es un número.

(Comunicación lingüística)

No se debe confundir ángulo central de un polígono (cuyo valor es único para cada polígono regular) con ángulo central de una circunferencia.

► Pág. 215. 6 Longitud de una circunferencia

TEMA 11

EJERCICIO

1 Observa la figura y completa:

AB es _____
 El radio es _____
 El arco AB es _____
 El segmento LM es _____
 El punto O es _____

6 Longitud de una circunferencia

Mide las figuras que se indican y completa la tabla:

	Longitud (l)	Diámetro (d)	Circunferencia (C)
Figura 1			
Figura 2			
Figura 3			
Figura 4			

Observa que, si las medidas que has hecho son buenas, el cociente $\frac{C}{d}$ es siempre, aproximadamente, 3.14.

El número obtenido es π (pi) y es el cociente entre la longitud y el diámetro de una circunferencia.

La longitud de una circunferencia de diámetro d es:

$$C = \pi \cdot d$$

La longitud de una circunferencia de radio r es:

$$C = 2\pi \cdot r$$

RECUERDA QUE...

El número π es un número con infinitas cifras decimales, que no se repite periódicamente.

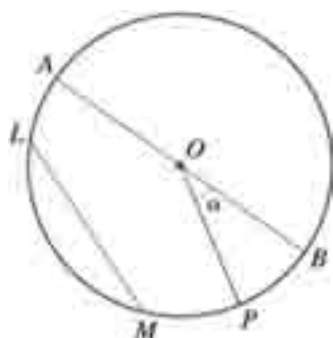
Fue el físico William Jones quien, en 1706, utilizó por primera vez el símbolo π .

Algunos valores aproximados son:

$\pi \approx 3.14 \quad 3.1416 \quad 3.14159$

SOLUCIONARIO

7. Observa la figura y completa:



AB es el diámetro.

El radio es OP.

El arco AB es una semicircunferencia.

El segmento LM es una cuerda.

El punto O es el centro de la circunferencia.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS (Apart.6)

Puede ser útil el uso de la calculadora.

► Pág. 216. 7 Posiciones relativas

SOLUCIONARIO

8. Calcula la longitud de una circunferencia de 6 cm de diámetro.

$$\text{Si } d = 6 \text{ cm} \Rightarrow l = \pi \times d = 6\pi \approx 18,85 \text{ cm}$$

9. Una bicicleta lleva ruedas de 70 cm de diámetro. Cuando las ruedas han dado 500 vueltas, ¿qué distancia en kilómetros ha recorrido?.

$$\text{En una vuelta recorre } l = \pi \times d = 70\pi \approx 219,911 \text{ cm.}$$

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

EJERCICIOS

- 1 Calcula la longitud de una circunferencia de 6 cm de diámetro.
- 2 Una bicicleta lleva ruedas de 70 cm de diámetro. Cuando las ruedas han dado 500 vueltas, ¿qué distancia en kilómetros ha recorrido?

7 Posiciones relativas

A: Posiciones relativas de una recta y una circunferencia

Las posiciones relativas de una circunferencia de radio r y una recta situada a una distancia d del centro de la circunferencia son las siguientes:



B: Posiciones relativas de dos circunferencias

Las posiciones relativas de dos circunferencias de radios r_1 y r_2 y con distancia entre sus centros d están representadas en las siguientes figuras.

Observa que dos circunferencias pueden tener dos puntos en común, uno solo o ninguno.

En la figura del reloj se pueden apreciar circunferencias que tienen un centro del Apuntamiento de Pájaros.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del vocabulario específico.

► Pág. 217.

TEMA 11

EJERCICIOS

10. ¿Cuántas posiciones relativas tienen dos circunferencias de mismo radio? Dibújalas.

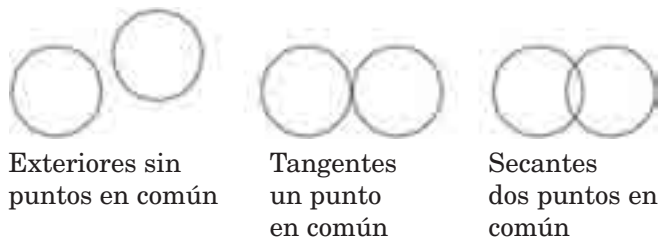
11. Dos circunferencias tienen radios r_1 y r_2 , respectivamente y la distancia entre sus centros es d . Indica, en cada caso, cuál es su posición relativa.

a) $r_1 = 4 \text{ cm}$; $r_2 = 4 \text{ cm}$; $d = 1 \text{ cm}$	b) $r_1 = 6 \text{ cm}$; $r_2 = 2 \text{ cm}$; $d = 0 \text{ cm}$
c) $r_1 = 5 \text{ cm}$; $r_2 = 3 \text{ cm}$; $d = 10 \text{ cm}$	d) $r_1 = 6 \text{ cm}$; $r_2 = 1 \text{ cm}$; $d = 5 \text{ cm}$
e) $r_1 = 4 \text{ cm}$; $r_2 = 2 \text{ cm}$; $d = 6 \text{ cm}$	f) $r_1 = 8 \text{ cm}$; $r_2 = 4 \text{ cm}$; $d = 11 \text{ cm}$

SOLUCIONARIO

10. ¿Cuántas posiciones relativas tienen dos circunferencias de mismo radio? Dibújalas.

Pueden estar situados en tres posiciones diferentes



11. Dos circunferencias tienen radios r_1 y r_2 , respectivamente y la distancia entre sus centros es d . Indica, en cada caso, cuál es su posición relativa.

- a) $r_1 = 6 \text{ cm}$; $r_2 = 4 \text{ cm}$; $d = 1 \text{ cm}$
La de radio 4 es interior a la de radio 6
- b) $r_1 = 6 \text{ cm}$; $r_2 = 2 \text{ cm}$; $d = 0 \text{ cm}$
Concéntricas
- c) $r_1 = 5 \text{ cm}$; $r_2 = 3 \text{ cm}$; $d = 10 \text{ cm}$
Exteriores
- d) $r_1 = 6 \text{ cm}$; $r_2 = 1 \text{ cm}$; $d = 5 \text{ cm}$
La de radio 1 es tangente interior a la de radio 6
- e) $r_1 = 4 \text{ cm}$; $r_2 = 2 \text{ cm}$; $d = 6 \text{ cm}$
Tangentes exteriores
- f) $r_1 = 8 \text{ cm}$; $r_2 = 4 \text{ cm}$; $d = 11 \text{ cm}$

► Pág. 220. Ejercicios

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

EJERCICIOS

POLÍGONOS

1. Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos y nombra según el número de lados.

2. En el siguiente polígono, se pide:

- Medida de los tres ángulos interiores.
- Indica dos vértices consecutivos.
- Indica dos diagonales.

3. ¿Qué polígono es este cuando se prolonga el lado $\overline{AB}$?

4. ¿Cómo se llama el siguiente polígono? ¿cuántos vértices tiene y cuántos lados?

POLÍGONOS REGULARES

5. Construye un decágono regular de 4 cm de lado y pinta de azul los triángulos que se forman.

6. Si el ángulo central de un polígono regular es 36° , ¿cuántos polígonos se forman?

7. Si el ángulo central de un polígono regular es de 90° , ¿cuántos polígonos se forman?

8. Dibuja un octágono regular inscrito en una circunferencia con el 4 cm de radio.

9. Dibuja cómo se ha obtenido la siguiente construcción a partir del hexágono regular y circunferencia.

Si el radio de la circunferencia es de 2 cm de lado, ¿cuántos vértices tiene el polígono regular que se ha obtenido?

LA CIRCUNFERENCIA

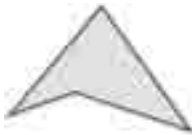
10. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia en cada uno de los siguientes casos?

- El diámetro mide 10 cm.
- El radio mide 5,5 m.
- El perímetro de un hexágono regular es de 27 cm de lado.
- Insisto en un pentágono regular de 4 cm de lado.

11. En un círculo de circunferencia se ha el siguiente ángulo central. ¿Cuántos triángulos se forman al prolongar los tres lados del triángulo que se ha obtenido? ¿Cuál es el número de vértices y de lados del polígono que se ha obtenido? ¿Cuántos triángulos se forman al prolongar los tres lados del triángulo que se ha obtenido?

SOLUCIONARIO

12. Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos y nómbralos según el número de lados.

a)  cuadrilátero cóncavo

b)  cuadrilátero convexo

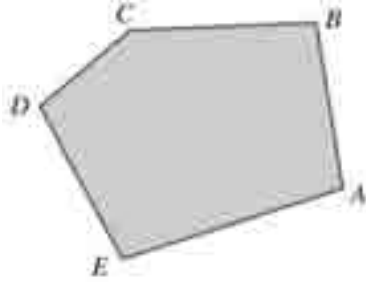
c)  pentágono convexo

d)  octógono convexo

e)  heptágono cóncavo

13. En el siguiente polígono se pide:

- Nómbalo de tres formas distintas.
- Indica dos vértices consecutivos.
- Indica dos diagonales.



- pentágono convexo no regular
- C y B ; B y A ; E y D (entre otros)
- AD y EB (entre otras)

14. ¿Qué polígono no tiene ninguna diagonal? Dibújalo.

El triángulo.



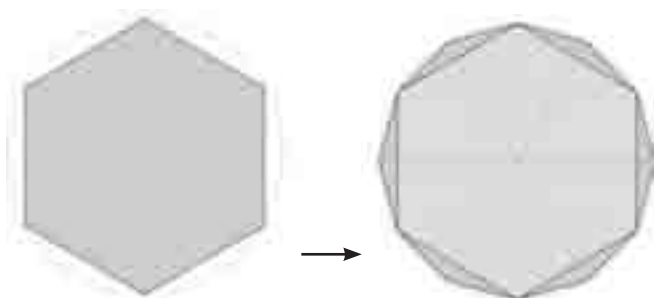
15. ¿Cómo se llama el siguiente polígono?, ¿cuánto vale la suma de sus ángulos?



Es un heptágono no regular.

$$S = 180 \times (7 - 2) = 180 \times 5 = 900^\circ$$

16. Construye un dodecágono regular de 4 cm de radio a partir de un hexágono regular.



Basta con trazar la mediatriz de cada lado.

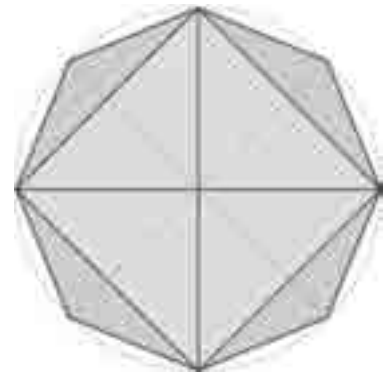
17. Si el ángulo central de un polígono regular es 36° , ¿de qué polígono se trata?

De un decágono pues $36^\circ \times 10 = 360^\circ$

18. Si el ángulo central de un polígono regular es de 45° , ¿de qué polígono se trata?

De un octógono pues $45^\circ \times 8 = 360^\circ$

19. Dibuja un octógono regular inscrito en una circunferencia de 3 cm de radio.



20. Describe cómo se ha efectuado la siguiente construcción a partir del hexágono grande y continúa.



Si el mayor de los hexágonos tiene 2 cm de lado, ¿cuánto vale la longitud de su circunferencia circunscrita?

Uniendo los puntos medios del hexágono grande sale el siguiente hexágono y así sucesivamente.

El lado de cada hexágono es, en cada caso, el radio de la circunferencia circunscrita.

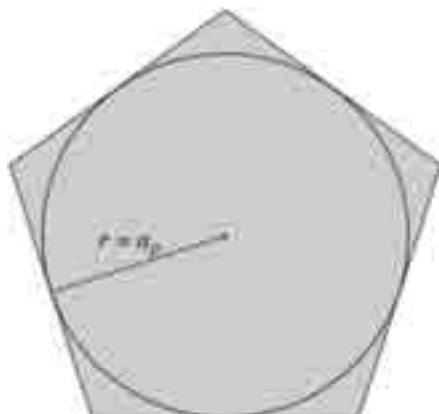
Si $l = 2$ cm entonces $r = 2$ cm y así $L = 2\pi r = 4\pi$ cm $\approx 12,57$ cm. es la longitud de la circunferencia pedida.

21. Calcula la longitud de la circunferencia en cada uno de los siguientes casos:

- Su diámetro mide 10 cm.
 - Su radio mide 0,5 m.
 - Circunscrita en un hexágono regular de 2,5 cm de lado.
 - Inscrita en un pentágono regular de 4 cm de apotema.
- $L = \pi \times d = 10\pi \approx 31,42$ cm
 - $L = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 0,5 = \pi$ m $\approx 3,14$ m
 - $L = 2 \times \pi \times 2,5 = 5\pi \approx 15,71$ cm, pues el lado del

hexágono coincide con el radio de la circunferencia circuncrita.

- d) $L = 2 \times 4 \times \pi = 8 \pi \approx 25,13$ cm pues la apotema del pentágono es el radio de la circunferencia inscrita.



- 22. En un taller de recambios se lee el siguiente cartel publicitario: «Neumáticos garantizados hasta diez millones de vueltas». Si el diámetro del neumático es de 60 cm. ¿Cuántos km podremos recorrer con los neumáticos «en garantía»?**

Como $d = 60 \text{ cm}$, entonces $l = \pi \times d =$
 $= \pi \times 60 = 188,5 \text{ cm}$

Cada vuelta el coche recorre 1,885m,
luego en 10.000.000 vueltas recorrerá:
 $10000000 \times 1,885\text{m} = 18850000\text{ m} = 18850\text{ km}.$

► **Pág. 221. Ejercicios**

TEMA 11

21. Las curvas de las siguientes figuras (1) son de longitud 1. Construye todas las demás curvas entre n y 10 curvas. No necesitas (1) de base.

22. Dos circunferencias concéntricas tienen $R = 4$ y $r = 3$ cm de radios respectivamente. Halla la longitud de sus longitudes.

23. El diámetro de la figura es de 11 cm. Halla y dibuja la curva. ¿Qué curva es mayor la longitud de la curva dentro la misma distancia que la base?

24. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

25. Dos circunferencias tienen radios 7,2 dm y 6,8 dm se tocan tangencialmente y sus centros están 16 cm. ¿Qué perímetro son que forman circunferencias que son?

CONSTRUCCIONES

26. Representa una figura con $AB = 8$ cm.

27. Representa una figura

dada, construye sus curvas.

28. Representa una figura y construye su construcción.

225

23. Las ruedas de un camión miden 75 cm de diámetro. ¿Cuántas vueltas ha dado cada rueda si el camión ha recorrido 150 km?

Longitud de la rueda

$$L = \pi \times d = 75 \pi \approx 235,62 \text{ cm}$$

Vueltas en 150 km =

$$= \frac{1500000}{235,62} = 63661,83 \text{ vueltas}$$

pues 150 km = 15000000 cm

24. Dos circunferencias concéntricas tienen 6 y 8 cm de radio respectivamente. Halla la diferencia de sus longitudes.

$$L_1 - L_2 = 2 \times \pi \times 8 - 2 \times \pi \times 6 = 16 \pi - 12 \pi = 4 \pi \approx 12,57 \text{ cm.}$$

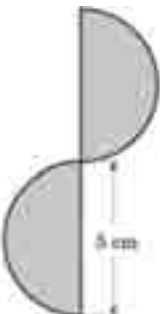
25. El diámetro de la Tierra es de 12 756 km y el de la Luna 3 476 km ¿Cuántas veces es mayor la longitud de la circunferencia máxima terrestre que la lunar?

$$\text{Tierra: } L_T = \pi \times d_T = 12756 \pi \text{ km}$$

$$\text{Luna: } L_L = \pi \times d_L = 3476 \pi \text{ km}$$

$$\text{Relación: } \frac{12756 \pi}{3476 \pi} \approx 3,67 \text{ veces}$$

26. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

- a)  Se trata de una circunferencia y dos diámetros.

$$P = 2 \pi r + 2d = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 + 2 \cdot 5 = 5\pi + 10 \approx 25,71 \text{ cm}$$

- b)  Es un cuarto de circunferencia y dos radios.

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{4} + 2r = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{4} + 2 \cdot 4 = 2\pi + 8 \approx 14,28 \text{ cm}$$

- c)  Es una semicircunferencia y un diámetro.

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} + 2r = \pi \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 3\pi + 6 \approx 15,42 \text{ cm}$$

- d)  Se trata de una longitud igual a la de una circunferencia.

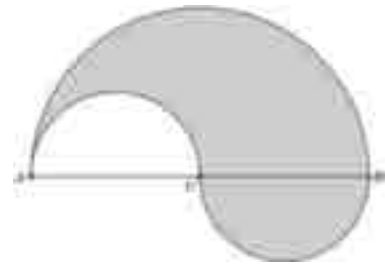
$$P = \pi \cdot d = 6\pi \approx 18,85 \text{ cm}$$

27. Dos circunferencias tienen radios 7,2 dm y 0,24 m respectivamente y sus centros distan 48 cm ¿Qué posición ocupan dichas circunferencias? ¿por qué?

En la misma unidad (cm) los radios son $r_1 = 72 \text{ cm}$; $r_2 = 24 \text{ cm}$ y la distancia entre los centros es $d = 48 \text{ cm}$.

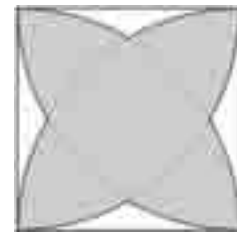
Como $d = r_1 - r_2$, las circunferencias son tangentes interiores.

28. Reproduce esta figura con $AB = 8 \text{ cm}$.



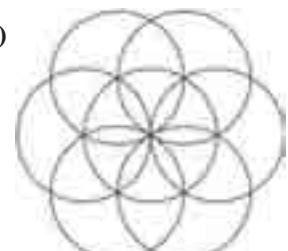
Como $AB = 8 \text{ cm}$, basta tomar una amplitud de 2 cm en el compás y trazar las dos semicircunferencias pequeñas. Luego con centro C y radio 4 cm se traza la semicircunferencia superior.

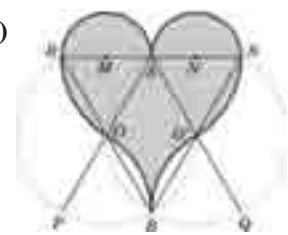
29. Reproduce esta figura. Ayuda: construye un cuadrado.



Con centro en cada uno de los vértices del cuadrado y amplitud igual al lado se trazan los arcos de vértice a vértice.

30. Reproduce estas figuras y describe su construcción.

- a)  Sobre una circunferencia se marcan seis señales correspondientes a la amplitud del radio. Con centro en cada una de ellas y amplitud el radio, se trazan las seis circunferencias restantes.

- b)  Traza dos circunferencias de igual radio de forma que cada una pase por el centro de la otra. Luego traza los segmentos AP, AQ, BR y RS.

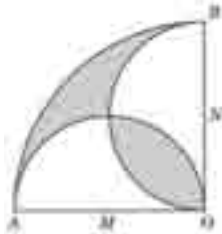
Determina el punto medio M de RA y el punto medio N de AS.

Traza dos arcos de abertura MA con centro en M y N , respectivamente.

Traza con centro en A y abertura AR los arcos RO y SO' .

Por último, con centro P y luego Q traza los arcos OB y $O'B$.

c)



La figura se realiza en un cuarto de circunferencia. Con centro O se traza el arco AB . Con centro en el punto medio M de OA y en el punto medio N de OB se trazan las semicirculares OA y OB .

d)



Traza una circunferencia de centro O y señala el diámetro AB así como el punto C de forma que CO sea perpendicular a AB . Traza desde A y con abertura AB el arco BD . Igualmente desde B traza el arco AE .

Ahora haz centro en C y con abertura CE trazas el arco ED .

► Pág. 222. Ejercicios

OTROS POLÍGONOS. LA CIRCUNFERENCIA

1. Representa una curva cerrada APB y una. Encuentra la construcción y señala la longitud de la curva BC .
2. Encuentra un punto M que construya una curva cerrada.
3. Encuentra una figura como la siguiente:
 - a) Traza por A una curva cerrada, radial a AB . Traza otra curva a la circunferencia en C .
 - b) ¿Qué puntos dan de los puntos A, B, C ?
4. Encuentra una figura como la siguiente:
 - a) Traza la tangente a la circunferencia F_1 que pasa por A .
 - b) Traza la tangente a la circunferencia F_2 que pasa por B .
 - c) ¿Cómo se construye la curva AC que pasa por A ?
5. Dibuja una circunferencia de radio 5 cm y marca dos puntos cualquiera A y B sobre ella.

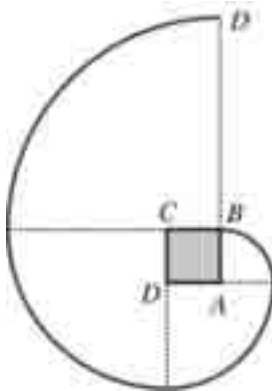
Muestra cómo (con centro P y Q y R) trazar la circunferencia y señalar los ángulos APB , AGR y AQR . ¿Qué observas?
6. En una circunferencia de radio 5 cm y centro O señala dos puntos A y B .

Muestra los puntos M sobre la circunferencia y señala los ángulos AMB y AMN . ¿Qué observas?
7. Número de diagonales de un polígono convexo.
 - a) Dibuja un cuadrilátero, un pentágono y un hexágono convexos y en cada uno de ellos cuenta el número de diagonales que puedes trazar.
 - b) ¿Comprobas que en un polígono convexo de n lados el número D de diagonales es $D = \frac{n(n-3)}{2}$?
 - c) ¿Comprobas que esta fórmula coincide con el valor que da el triángulo?
8. Señala de modo los ángulos de un polígono convexo de 1000 lados.
 - a) ¿Cuántos vértices tiene?
 - b) ¿Cuántas diagonales pueden salir de la frontera del círculo exterior?
 - c) ¿Hay alguna propiedad sobre la suma de los ángulos?
9. Una rueda como muestra por una curva cerrada.

Si la rueda como muestra tiene 10 radios, ¿cuántos los lados la rueda?
10. Dibuja un punto A .

Dibuja la región donde se debe encontrar al centro de una circunferencia de 4 cm de radio y una zona por A .

31. Reproduce esta curva tomando $AB = 1$ cm. Describe la construcción y calcula la longitud de la curva BD .



Se construye el cuadrado $ABCD$ de lado 1cm y se prolongan los lados tal como se ve en la figura. Cada arco es un cuarto de circunferencia.

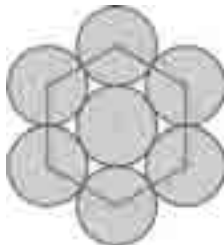
El primero tiene centro A , radio AB y termina cuando corta a la prolongación del lado DA .

Cada arco siguiente tiene centro en D , C y B respectivamente y abertura, la determinada por el final del arco anterior.

Cada arco es un cuarto de circunferencia de radios 1, 2, 3 y 4 cm. Por tanto la longitud de la curva BD es

$$L = \frac{2\pi \cdot 1}{4} + \frac{2\pi \cdot 2}{4} + \frac{2\pi \cdot 3}{4} + \frac{2\pi \cdot 4}{4} = 5\pi \text{ cm.}$$

32. Encuentra un método para construir estas siete circunferencias.

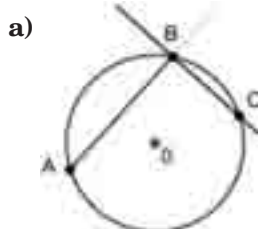


Dibuja un hexágono regular. Con centro en cada vértice y abertura la mitad de un lado traza las seis circunferencias que rodean a la central.

La circunferencia del centro tiene el mismo radio y el centro es el centro del hexágono.

33. Construye una figura como la siguiente:

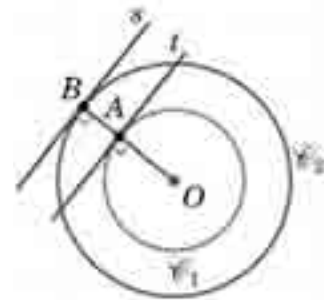
- a) Traza por B una recta perpendicular a AB . Esta recta corta a la circunferencia en C .
b) ¿Qué puedes decir de los puntos A , O y C ?



- b) Como el ángulo ABC es recto y está inscrito en una circunferencia entonces AC es un diámetro, luego A , O , y C están alineados.

34. Construye una figura como la siguiente:

- a) Traza la tangente t a la circunferencia $\mathcal{C}_1$ que pase por A .
b) Traza la tangente s a la circunferencia $\mathcal{C}_2$ que pase por B .
c) ¿Cómo son entre sí las rectas t y s ? ¿por qué?

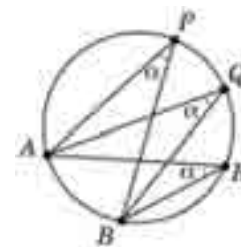


- a) y b) Las tangentes son perpendiculares al radio.
c) Las rectas t y s son paralelas pues ambas son perpendiculares al segmento OB .

35. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y marca dos puntos cualesquiera A y B sobre ella.

Marca ahora tres puntos P , Q y R sobre la circunferencia y mide los ángulos $\widehat{APB}$, $\widehat{AQB}$ y $\widehat{ARB}$.

¿Qué observas?



Los tres ángulos señalados son iguales. Se dice que son ángulos inscritos que abarcan el mismo arco AB .

36. En una circunferencia de radio 5 cm y centro O señala dos puntos A y B . Marca un punto M sobre la circunferencia y mide los ángulos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{AMB}$. ¿Qué observas?



El ángulo β es el doble de α . $\beta = 2\alpha$

Para un mismo arco $\widehat{AB}$ el ángulo central es doble del inscrito.

37. Número de diagonales de un polígono convexo.

a) Dibuja un cuadrilátero, un pentágono y un octógono convexo y en cada uno de ellos cuenta el número de diagonales que puedes trazar.

b) Comprueba que si un polígono tiene n lados, el número D de diagonales es $D = \frac{n \times (n - 3)}{2}$.

c) Comprueba que esta fórmula también se verifica para el triángulo.

a) y b)

4 lados, 2 diagonales

$$D = \frac{4 \times (4 - 3)}{2} = 2$$

5 lados, 5 diagonales

$$D = \frac{5 \times (5 - 3)}{2} = 5$$

8 lados, 20 diagonales

$$D = \frac{8 \times (8 - 3)}{2} = 20$$

c) Si $n = 3$ $D = \frac{3 \times (3 - 3)}{2} = 0$. Ciertamente el triángulo no tiene diagonales.

38. La suma de todos los ángulos de un polígono convexo es 1080° .

a) ¿Cuántos vértices tiene?

b) ¿Cuántas diagonales? (puedes aplicar la fórmula del ejercicio anterior).

c) Si fuese regular, ¿cuánto valdría su ángulo central?

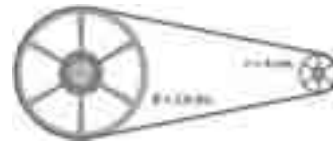
a) Como $180 \cdot (n - 2) = 1080 \rightarrow n - 2 = \frac{1080}{180} = 6 \quad n = 8$

Se trata pues de un octógono y tiene 8 vértices.

b) $D = \frac{8 \times (8 - 3)}{2} = 20$ diagonales

c) el ángulo central valdría $\frac{360}{8} = 45^\circ$.

39. Dos ruedas están unidas por una correa sin fin.



Si la rueda mayor ha dado 50 vueltas, ¿cuántas ha dado la menor?

La mayor al dar 50 vueltas recorre:

$$50 \times 2 \times \pi \times 36 = 3600 \pi \text{ cm.}$$

Como la pequeña ha recorrido igual distancia será:

$$3600 \pi = 2 \times \pi \times 6 \times n^\circ, \text{ siendo } n^\circ = \text{número de vueltas}$$

$$\text{Así pues: } n^\circ = \frac{3600 \pi}{12 \pi} = 300 \text{ vueltas.}$$

40. Dibuja un punto A. Dibuja la región donde se debe encontrar el centro de una circunferencia de 4 cm de radio y que pase por A.



El centro de la circunferencia indicada debe estar sobre la circunferencia de centro A y radio 4 cm.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Deducir y utilizar la fórmula que permite calcular el área de:
 - Triángulo.
 - Rectángulo.
 - Cuadrado.
 - Rombo.
 - Romboide.
 - Trapecio.
- Calcular áreas de figuras por descomposición.
- Reconocer el círculo e identificar sus partes.
- Deducir y hacer uso de las fórmulas que permiten calcular las áreas de:
 - Círculo.
 - Sector circular.
 - Corona circular.
 - Segmento circular.
- Formular y resolver problemas de áreas relacionadas con las figuras anteriores.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Entender el concepto de área y calcularla cuando conozcamos la unidad de medida.
- Calcular el área de un paralelogramo partiendo de los datos que nos dan.
- Reconocer que el área de un triángulo es la mitad del área de un paralelogramo.
- Conocer las fórmulas que nos permite calcular el área de un rombo, de un trapecio y de un polígono regular.
- Calcular el área de un círculo y la de todas sus partes, deduciéndolas por el simple significado de cada una de las partes.
- Leer con detenimiento los enunciados y dar solución al problema planteado, contestar correctamente y comprobar la validez de lo obtenido.

CONTENIDOS

- **Conceptos** ("saber")
 - Círculo. Partes del círculo.
 - Mediciones directas de algunos polígonos.
 - Mediciones indirectas de las áreas del rectángulo, cuadrado, triángulo, círculo, semicírculo, sector circular y segmento circular y corona circular.
 - Relación entre las medidas lineales y las áreas de las figuras anteriores.
 - Fórmulas para calcular el área de estas figuras.
- **Procedimientos** ("Saber hacer")
 - Reconocimiento del círculo como parte interior de una circunferencia e identificación de sus partes.
 - Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre el tamaño de las figuras.
 - Utilización de las fórmulas de áreas de polígonos para medir su superficie.
 - Utilización diestra de los instrumentos de medida habituales.
 - Medida del área de figuras utilizando la técnica de la descomposición en otras más simples.
 - Planificación colectiva de tareas de medición previendo las necesidades materiales y humanas para llevarlas a cabo, el grado de precisión exigido, los instrumentos adecuados, la secuenciación de las operaciones de medida, el procesamiento de los datos y la puesta en común.
- **Actitudes** ("Saber ser")
 - Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno.
 - Reconocimiento de la importancia y utilidad de las medidas indirectas como un medio sencillo para medir determinadas magnitudes.
 - Revisión sistemática del resultado de las medidas directas o indirectas, aceptándolas o rechazándolas según se adecúen o no a los valores esperados.
 - Hábito de expresar los resultados numéricos de las mediciones manifestando las unidades de medida utilizadas.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
CALCULAR ÁREAS DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	◦ Descriptores 1. Determinar el área de un paralelogramo, un triángulo, rombo y trapecio, polígonos regulares y el círculo con sus partes.		
	◦ Desempeño		
	1. Calcula el área de un paralelogramo y de un triángulo.	- Determina los elementos necesarios para calcular el área de un paralelogramo y realiza el cálculo. - Distingue el cuadrado del rectángulo y aplica la fórmula necesaria. - Reconoce que el área de un triángulo es la mitad de la de un paralelogramo y así la calcula.	- Ejemplo 1 (pág. 227)
	2. Determina y calcula el área de rombo y de un trapecio.	- Reconoce los elementos necesarios para calcular el área en un rombo y en un trapecio. - Aplica las fórmulas necesarias para cada superficie.	- Ejercicio 2 (pág. 229)
	3. Obtiene la expresión que le permita calcular el área de un polígono regular.	- Calcula el área de un polígono regular, a partir de los datos de que dispone.	- Ejercicio 3 (pág. 230)
	4. Deduce la fórmula que le permitirá calcular el área de un círculo.	- Calcula el área de un círculo a partir de sus datos.	- Ejemplo 3 (pág. 231)
	5. Deduce las áreas del sector circular, de la corona circular, del segmento circular y del trapecio circular.	- Efectúa los cálculos necesarios para obtener las áreas del sector circular, de la corona circular, del segmento circular y del trapecio circular.	- Ejemplos 4, 5, 6 y 7 (pág. 232 y 233)
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores 1. Comprender el enunciado de un problema. 2. Interpretar y aplicar el método necesario. 3. Analizar la veracidad del resultado obtenido. 4. Calcular áreas a partir del dibujo que representa la superficie.		
	◦ Desempeño		
	1. Lee y comprende.	- Leer con detenimiento y determinar la pregunta que se nos plantea en el problema.	- Ejercicios 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 25, 26, 27, 29 y 30 (pág. 235 y 238)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Utiliza los conocimientos del tema para elaborar la estrategia más adecuada.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	
	4. Obtiene los datos que le proporciona el dibujo y los utiliza para calcular el área.	- Reconoce para cada figura qué datos necesita, los obtiene de la propia gráfica y calcula el área.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA			
COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema y saber que quiere resolver. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- Ejercicios de enunciado del tema 12
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema.	- Reconoce las dimensiones del cuerpo geométrico que le da el enunciado - Identifica las dimensiones necesarias para la obtención del área.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia, utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto con la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona la información adecuada.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Reconocer que todas las superficies tienen área y la necesidad de saber calcularlas.		
	◦ Desempeño		
	1. Identifica situaciones en las que hay que saber calcular un área.	- Reconoce la necesidad de calcular áreas en determinados momentos.	- Ejercicio 20, 22 y 28 (pág. 236, 237 y 238)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptor		
	1. Reflexionar sobre la información y transformarla en conocimiento propio. 2. Comprender y asimilar estrategias y destrezas para la resolución de problemas. 3. Desarrollar técnicas para consolidar las capacidades matemáticas que aporten motivación y confianza.		
	◦ Desempeño		
	1. Generaliza estrategias.	- Aplica la estrategia de un problema en algunos similares para consolidar capacidades. - Distingue los datos principales de un problema. - Reconoce cuando se pueden aplicar las fórmulas de las áreas.	- A lo largo de todo el tema 12
	2. Mejora la atención.	- Se fija en cada paso y lo analiza para mejorar su confianza.	
	3. Mejora la motivación.	- Reflexiona sobre el interés puesto en la ejecución de los ejercicios. - Cuida la expresión y la presentación.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Reconocer que las áreas nos ayudan a comparar superficies. 2. Observar situaciones en las que las áreas nos facilitan conocimientos.		
	◦ Desempeño		
	1. Entiende la relación de las dimensiones con el área.	- Puede calcular las áreas de superficies de construcciones determinadas.	- Página de inicio de temas 12

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptores		
	1. Empezar iniciativas necesarias para decidir una opción. 2. Reflexionar sobre los resultados obtenidos y los propuestos. 3. Mejorar en la representación gráfica y tener gusto y limpieza.		
	◦ Desempeño		
	1. Propone metas accesibles.	- Es perseverante ante un ejercicio y buscar situaciones similares para plantearse un patrón de actuación. - Le dedica el tiempo necesario para la consecución de los objetivos.	- A lo largo del tema.
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto. - Cuida la representación gráfica y mejora la calidad y la limpieza.	

► Pág. 224 - 225. Áreas de figuras planas



DE 6º A 1º

Las **figuras planas** están limitadas por líneas rectas y/o curvas, y todos sus puntos están en un mismo plano. El espacio delimitado dentro de esas líneas define una **superficie**. Para todas las figuras planas existe concurrencia su **área** y su **perímetro**. El **área** de una figura plana es la medida de la superficie encerrada por ella.

PRACTICA

Un campo de fútbol es un rectángulo cuyas dimensiones laterales son de 105 m de largo por 68 m de ancho. Sobre su superficie se juegan los partidos de fútbol.

Los lados de un rectángulo son iguales dos a dos, y sus cuatro ángulos son rectos. El área de esa superficie se calcula como producto de sus dos **dimensiones**, la **longitud** y la **anchura**.

Por tanto, el área del campo de fútbol ideal es:

$$105 \text{ m} \times 68 \text{ m} = 7140 \text{ m}^2$$

Completa la tabla siguiente con los datos de las dimensiones de otros tres campos de fútbol:

Longitud	Anchura	Área
90 m	60 m	...
90 m	...	4300 m ²
...	70 m	7000 m ²



PRACTICA

El uso de la vela es un ejemplo de cómo usa la fuerza de la naturaleza (el viento) para mover una embarcación. Muchos de ellos utilizan velas triangulares, conocidas como foques. A mayor superficie de la vela mayor es la resistencia que ofrece y, por tanto, mayor es la velocidad que puede alcanzar.

Cualquier paralelogramo puede descomponerse en dos triángulos. Como el área de aquel es el producto de sus dos dimensiones (base por altura), el área de un triángulo es, consecuentemente, la mitad.

Un foque de 2 metros de base y 3 metros de altura enfrenta al viento una superficie de:

$$\frac{1}{2} \times 2 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 3 \text{ m}^2$$

Completa la tabla siguiente con los datos de las dimensiones de otros tres veleros:

Altura	Base	Área
4 m	3 m	...
6 m	...	12 m ²
...	300 cm	150000 cm ²



SOLUCIONARIO

Completa la tabla siguiente que recoge las dimensiones de otros tres campos de fútbol:

Longitud	Anchura	Area
90 m	60 m	5400m ²
90 m	70 m	6300 m ²
100 m	70 m	7000 m ²

Completa la tabla siguiente que recoge las dimensiones de los foques de otros tres veleros:

Altura	Base	Area
4 m	3 m	6 m ²
6 m	4 m	12 m ²
1000 cm	300 cm	150000 cm ²

► Pág. 226. 1 Área de los paralelos

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

1 Área de los paralelogramos

RECORDA QUE...

Mide una magnitud cualquiera, en
cualquiera de las unidades de superficie, la misma
al ancho, etc., al compararla con la
unidad correspondiente.

Todas las figuras están dadas en las unidades correspondientes.
delimitan tramos de plano que llamamos **superficie**. Esta superficie
puede ser medida y así obtenemos el **área** del polígono.

Un paralelogramo tiene sus lados paralelos dos a dos, pero
no tienen por qué ser perpendiculares. Los casos particulares
de paralelogramos son el cuadrado y el rectángulo.

La unidad de superficie es la de un cuadrado de lado 1, por eso
el área del cuadrado y del rectángulo es fácil de obtener.



Este cuadrado tiene un área de
 $5 \times 5 = 25$ unidades que es la
medida de su superficie.

Área del cuadrado



$A = l \times l = l^2$

Área del rectángulo



$A = l \times h$

La fórmula $A = l \times h$ se generaliza a cualquier paralelogramo,
como se observa en la siguiente figura:



El área de un paralelogramo de base l y altura h es:

$A = l \times h$

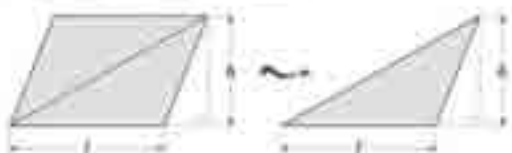
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Las aproximaciones y redondeos deberán estar presentes en toda la unidad.

► Pág. 227. 2 Área de los triángulos

2 Área de los triángulos

Si en un paralelogramo trazamos una de sus diagonales, éste queda dividido en dos triángulos, por tanto para calcular el área de cada uno de los triángulos no necesitamos más que dividir entre dos el área de un paralelogramo.

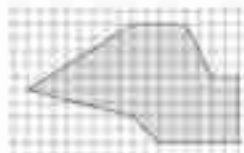


El área de un triángulo de base b y altura h es:

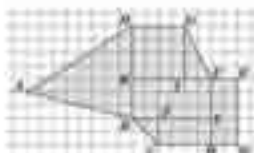
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

EJEMPLO

1. Calcula el área de la figura siguiente:



Cuando las figuras en un recuadrado se descomponen en triángulos, podemos descomponerlas en otros polígonos y calcular el área total sumando los áreas de las figuras descomponidas.



El triángulo ABH $\Rightarrow$ $A = \frac{7 \times 8}{2} = 28$

El triángulo CGI $\Rightarrow$ $A = \frac{2 \times 8}{2} = 8$

El triángulo BCJ $\Rightarrow$ $A = \frac{2 \times 2}{2} = 2$

El cuadrado $KGHI$ $\Rightarrow$ $A = 4^2 = 16$

El rectángulo $KBLF$ $\Rightarrow$ $A = 4 \times 3 = 12$

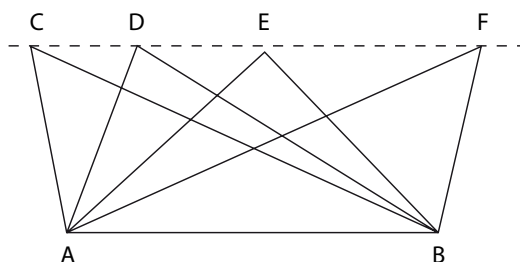
El rectángulo CMI $\Rightarrow$ $A = 4 \times 2 = 8$

El rectángulo $AHHI$ $\Rightarrow$ $A = 2 \times 7 = 14$

El área del polígono $ABKZGCI$ será la suma de todas las áreas parciales:
 $4 + 28 + 4 + 2 + 16 + 12 + 8 + 14 = 86$ unidades de superficie.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Consolidar el área del triángulo con la siguiente cuestión:



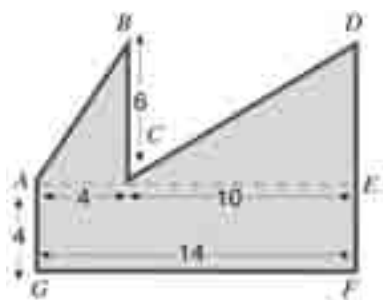
De los triángulos ABC , ABD , ABE y ABF , ¿cuál crees que tiene mayor área?

► Pág. 228. 3 Área de los rombos y trapecios

SOLUCIONARIO

1. Calcula el área de las figuras siguientes por descomposición suponiendo que cada cuadrado tiene 1 cm. de lado.

a)



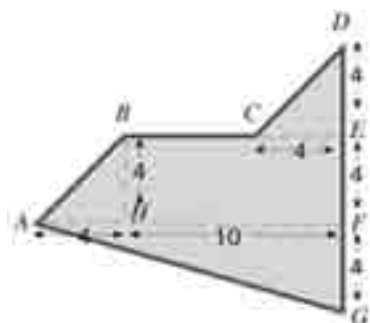
$$\text{Área triángulo } ABC = \frac{4 \times 6}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área triángulo } CDE = \frac{10 \times 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área rectángulo } AEFG = 14 \times 4 = 56 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 12 + 30 + 56 = 98 \text{ cm}^2$$

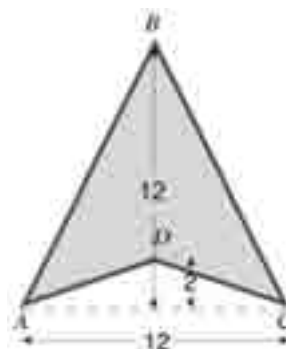
b)



$$\text{Área triángulo } ABH = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área rectángulo } BEFH = 10 \times 4 = 40 \text{ cm}^2$$

c)



$$\text{Área triángulo } ABC = \frac{12 \times 2}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

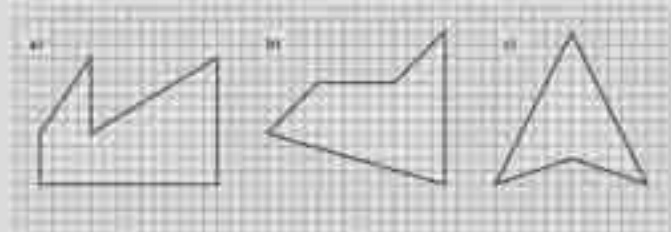
$$\text{Área triángulo } ADC = \frac{12 \times 2}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 72 - 12 = 60 \text{ cm}^2$$

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

EJERCICIO

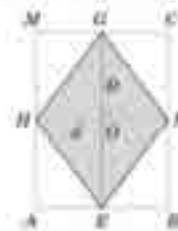
1. Calcula el área de las figuras siguientes por descomposición suponiendo que cada triángulo tiene 1 cm. de lado.



3 Área de los rombos y trapecios

A) Rombo

Observa el rombo EFGH, de diagonales D la mayor y d la menor y el rectángulo ABCE de lados paralelos a las diagonales.



Puedes observar que la figura está descompuesta en 8 triángulos y cuatro de ellos forman el rombo, por tanto su superficie es la mitad de la del rectángulo.

$$\text{El área de un rombo es el producto de sus diagonales dividido por dos.} \\ A = \frac{D \cdot d}{2}$$

228

$$\text{Área triángulo } CED = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área triángulo } AFG = \frac{14 \times 4}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 8 + 40 + 8 + 28 = 84 \text{ cm}^2$$

► Pág. 229.

TEMA 12

9) Trapecios

Si a un trapecio de bases B la mayor y b la menor se le agrega una igual pero invertida, se obtiene un paralelogramo.



Como los trapecios son iguales al área de uno de ellos es la mitad de la del paralelogramo, por tanto:

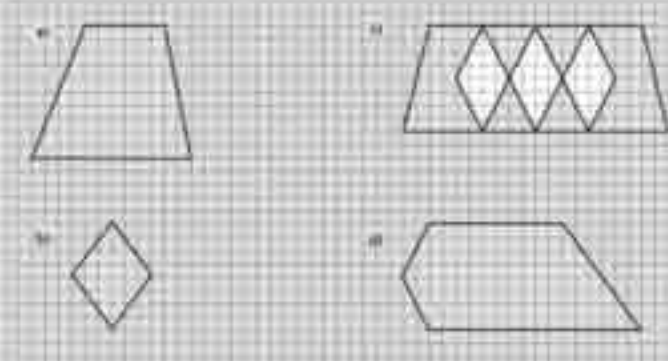
El área de un trapecio es el promedio de la suma de las bases por la altura dividida por dos:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

RECUERDA QUE...
El área de cualquier trapecio puede deducirse de la del rectángulo y el triángulo.

EJERCICIOS

1) Calcula el área de las siguientes figuras representadas que cada cuadrado tiene 1 cm de lado.



2. Calcula el área de las siguientes figuras suponiendo que cada cuadrado tiene 1 cm de lado.

a)



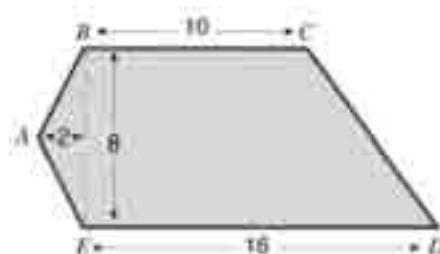
$$\text{Área} = \frac{(12 + 6) \times 10}{2} = 90 \text{ cm}^2$$

b)



$$A = \frac{8 \times 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

d)

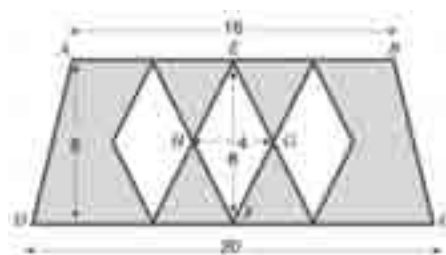


$$\text{Área triángulo } ABE = \frac{8 \times 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área trapecio } BCDE = \frac{(16 + 10) \times 8}{2} = 104 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 8 + 104 = 112 \text{ cm}^2$$

c)



$$\frac{\text{Área trapecio } ABCD}{(20 + 16) \times 8 / 2} = 144 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área rombo } EGFH = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 144 - 3 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$$

► Pág. 230. 4 Área de los polígonos

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

4 Área de los polígonos regulares



Perímetro = $6l$

En la figura tienes un hexágono regular, señala l el lado y a la apotema.

Se han trazado todos sus radios y hemos descompuesto el hexágono en 6 triángulos iguales, señala l la base del triángulo y a la altura de dicho triángulo.

El área del hexágono será 6 veces el área de uno de los triángulos:

$$A = 6 \times \frac{l \times a}{2} = \frac{6 \times l \times a}{2} = \frac{P \times a}{2}$$

Esta fórmula se generaliza a cualquier polígono regular:

El área de un polígono regular es el producto del perímetro por la apotema dividido por dos:

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

EJEMPLO

1 Calcula el área de la parte coloreada en la figura siguiente:



Calculamos primero el área del decágono regular que tiene 3 cm de lado y 4,6 cm de apotema:

$$A = \frac{P \times a}{2} = \frac{10 \times 3 \times 4,6}{2} = 69 \text{ cm}^2$$

Ahora calculamos el área del pentágono regular de 5,7 cm de lado y 4 cm de apotema:

$$A = \frac{P \times a}{2} = \frac{5 \times 5,7 \times 4}{2} = 57 \text{ cm}^2$$

El área buscada será la diferencia entre los dos.

$$A = 69 - 57 = 12 \text{ cm}^2$$

EXERCICIO

1 Calcula el área de los polígonos regulares siguientes:

a)



b)



SOLUCIONARIO

3. Calcula el área de los polígonos regulares siguientes:



a) Perímetro: $P = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}$
 Apotema: $a = 3,4 \text{ cm}$

$$\text{Área} = \frac{P \times a}{2} = \frac{25 \times 3,4}{2} = 42,5 \text{ cm}^2$$



b) Perímetro: $P = 3 \times 8 = 24 \text{ cm}$
 Apotema: $a = 3,6 \text{ cm}$

$$\text{Área} = \frac{P \times a}{2} = \frac{24 \times 3,6}{2} = 43,2 \text{ cm}^2$$

► Pág. 231. 5 Área del círculo

TEMA 12

5 Área del círculo

Llamamos círculo a la superficie plana limitada por una circunferencia.



En la serie siguiente se ha inscrito en cada circunferencia un polígono regular con un número creciente de lados.



La serie anterior permite identificar una circunferencia con un polígono regular de infinitos lados. En tal caso, el perímetro del polígono coincide con la longitud de la circunferencia y la apotema del polígono coincide con el radio. Por eso podemos:

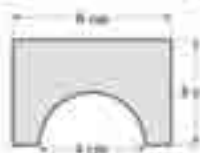
$$A = \frac{P \times a}{2} = \frac{2 \times \pi \times r \times r}{2} = \pi r^2$$

El área de un círculo es igual al producto del número π por el cuadrado del radio.

$$A = \pi r^2$$

EJEMPLO

1. Calcula el área de la figura:



Primero calcularemos el área del rectángulo de 6 cm de base y 4 cm de altura:

$$A = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$$

Ahora calculamos el área del semicírculo de radio 2 cm, que será la del círculo partida entre 2.

$$A = \frac{3,14 \times 2^2}{2} = 6,28 \text{ cm}^2$$

Restaremos al área del rectángulo la del semicírculo y tendremos el área pedida:

$$A = 24 - 6,28 = 17,72 \text{ cm}^2$$

► Pág. 232. 6 Área de las partes del círculo

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

6 Área de las partes del círculo.



A) Sector circular

El **sector circular** es la parte del círculo comprendida entre dos radios y el arco de circunferencia comprendida entre ellos.

Como a un ángulo de 360° le corresponde el **sector** sector circular que es el círculo completo de área $\pi \times r^2$, escribiremos la proporción de la forma:

$$\frac{\pi \times r^2}{360^\circ} = \frac{A}{\alpha}$$

donde A es el área del sector circular y α es la medida del ángulo.

Despejando A se obtiene la fórmula del área:

El área del sector circular de radio r y ángulo central α es:

$$A = \frac{\alpha \times r^2}{360^\circ}$$

EJEMPLO

1 Calcula el área del sector circular de radio 3 cm y ángulo 80° .

Sustituyendo los datos que nos dan en la fórmula del área se tiene:

$$A = \frac{\pi \times r^2}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 3^2 \times 80^\circ}{360^\circ} = 17,48 \text{ cm}^2$$



B) Corona circular

La **corona circular** es la superficie limitada por dos circunferencias concéntricas.

El área de la corona circular es la diferencia de los áreas de la circunferencia mayor y de la menor.

El área de la corona circular de radios mayor R y radio menor r es:

$$A = \pi \times (R^2 - r^2)$$

EJEMPLO

1 Calcula el área de la corona circular de radios 5 y 7 cm.

Sustituyendo en la fórmula del área se tiene:

$$A = \pi \times (R^2 - r^2) = 3,14 \times (5^2 - 7^2) = 3,14 \times 24 = 75,36 \text{ cm}^2$$

► Pág. 233.

TEMA 12

C) Segmento circular

El **segmento circular** es la porción de círculo comprendida entre una cuerda y su arco correspondiente.

El **área del segmento circular** es la diferencia entre el área del sector circular y el área del triángulo que forman los radios y la cuerda.



$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector circular}} - A_{\text{triángulo}}$$

EJEMPLO

■ Calcula el área del segmento circular de la figura.



Con los datos de la figura, calculamos primero el área del sector circular:

$$A = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 4^2 \times 120^\circ}{360^\circ} = 17,71 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ahora el área del triángulo: } A = \frac{1 \times b}{2} = \frac{4 \times \sqrt{3} \times 2}{2} = 4 \times \sqrt{3} = 4 \times 1,73 = 6,92 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{segmento circular}} = 17,71 - 6,92 = 10,82 \text{ cm}^2$$

D) Trapecio circular

El **trapecio circular** es la porción de corona circular comprendida entre dos radios.

El área del trapecio circular de radio mayor R, radio menor r y ángulo central de α es:

$$A = \frac{\pi \times (R^2 - r^2) \times \alpha}{360^\circ}$$



EJEMPLO

■ Calcula el área del trapecio circular de la figura.



Con los datos que aparecen en la figura y utilizando la fórmula anterior:

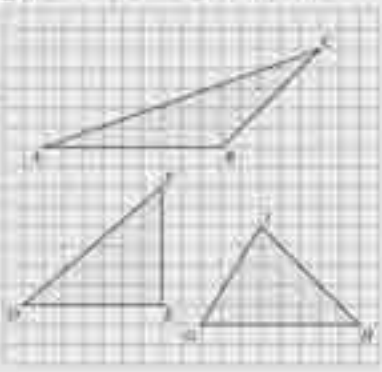
$$A = \frac{\pi \times R \times (R^2 - r^2) \times \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 90^\circ \times (3^2 - 2^2)}{360^\circ} = 10,85 \text{ cm}^2$$

► Pág. 235. Ejercicios

TEMA 12

EJERCICIOS

1 Reproduce las siguientes figuras en tu cuaderno:



A partir de cada triángulo dibuja un paralelogramo cuya área sea doble de la del triángulo.

2 A partir de cada triángulo de la figura anterior dibuja un rectángulo de área doble de la del triángulo.

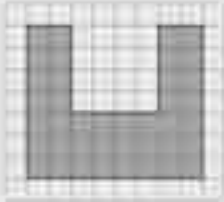
3 El cuadrado de la figura tiene 3 cm de lado.



¿Área de la figura?

4 Dibuja un cuadrado o rectángulo que el área sea doble de la del triángulo.

5 El área de la figura sombreada es: cm^2 .



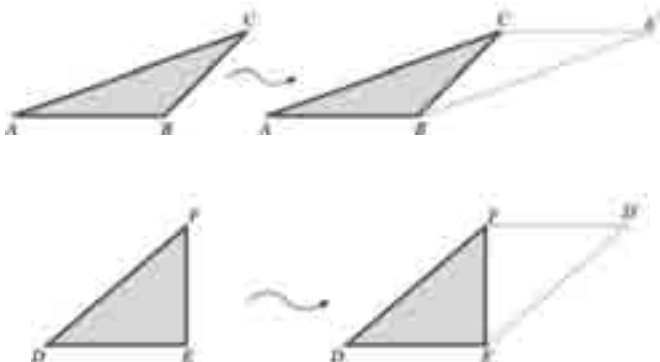
6 Observa la siguiente figura y dibuja un triángulo que el área sea:



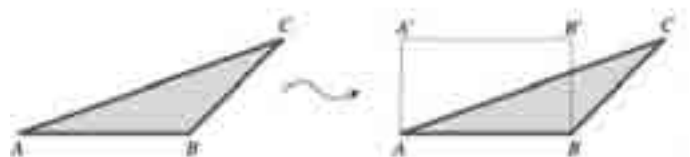
7 El área de la figura sombreada es: cm^2 .

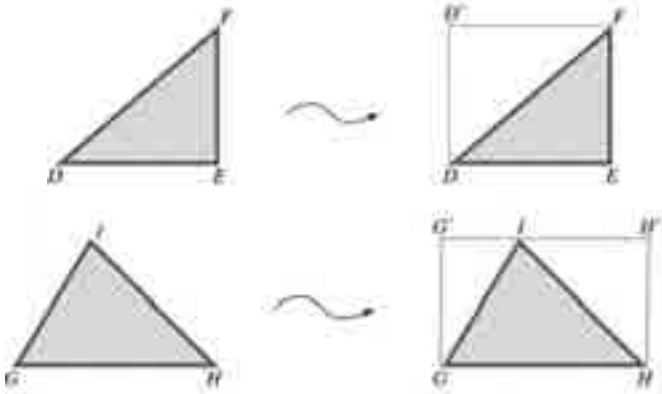
SOLUCIONARIO

4. Reproduce las siguientes figuras en tu cuaderno. A partir de cada triángulo dibuja un paralelogramo cuya área sea doble de la del triángulo.



5. A partir de cada triángulo de la figura anterior dibuja un rectángulo de área doble de la del triángulo.





6. El cuadrado de la figura tiene 3 cm de lado.

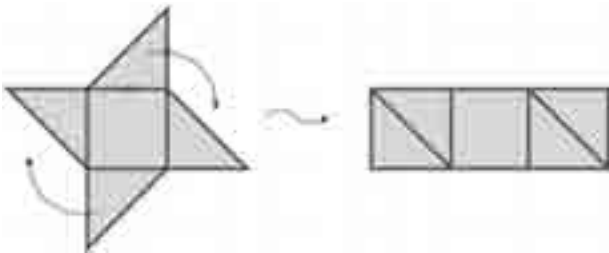
a) Determina su área.

b) Dibuja un rectángulo que tenga la misma área que la de la figura.

a) La figura consta de un cuadrado y 4 triángulos iguales

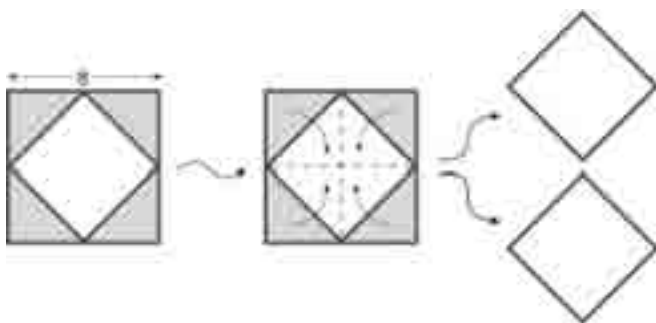
$$\text{Área total} = 3 \times 3 + 4 \times \frac{3 \times 3}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

b)



7. Dibuja un cuadrado e inscribe en él otro cuadrado uniendo los puntos medios de los lados.

Si recortas la figura te será posible construir dos cuadrados con la misma área. ¿Cuál es el área de cada uno de los nuevos cuadrados?



$$\text{Área cuadrado grande} = 8 \times 8 = 64$$

$$\text{Área cuadrado pequeño} = 32$$

8. Calcula las áreas de las superficies siguientes:

a) una hoja de tu libreta

b) la superficie que podrían cubrir todas las hojas de tu libro de matemáticas

c) la superficie de tu mesa

d) la superficie de tu aula

e) un pañuelo de papel

Todas las superficies propuestas son rectángulos. Su área será:

$$A = l \times h$$

siendo l el lado y h la altura.

9. Investiga.

¿Cuál es la superficie de:

a) un campo de fútbol?

b) una cancha de baloncesto?

c) un campo de rugby?

d) una pista de tenis?

a) Campo rectangular. Para una longitud de 120 m y anchura 90 m la superficie = $120 \times 90 = 10800 \text{ m}^2$.

b) Cancha rectangular. Longitud: 28 m; anchura: 15 m.

$$S = 28 \times 15 = 420 \text{ m}^2$$

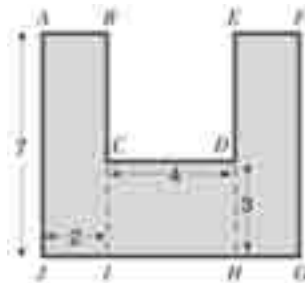
c) Campo rectangular. Longitud máxima: 100 m; anchura máxima: 70 m. $S = 100 \times 70 = 7000 \text{ m}^2$.

d) Pista rectangular. Longitud: 23,77 m y anchura: 8,23 m.

$$S = 23,77 \times 8,23 = 195,6271 \text{ m}^2$$

10. Observa la siguiente figura: cada cuadrado tiene 1 cm de lado.

Completa: El área de la parte coloreada es ... $\text{cm}^2 = \dots \text{dm}^2 = \dots \text{mm}^2$

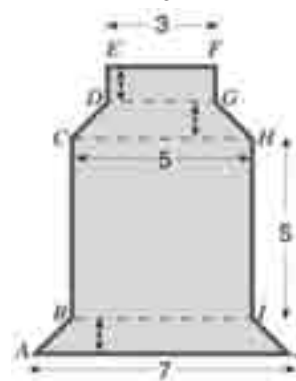


$$\text{Área rectángulos } ABIJ \text{ y } EFGH = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área rectángulo } CDHI = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 14 \times 2 + 12 = 40 \text{ cm}^2 = 0,4 \text{ dm}^2 = 4000 \text{ mm}^2$$

11. Mismo ejercicio.



$$\text{Área rectángulo } DEFG = 3 \times 1 = 3 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área trapecio } CDGH = \frac{(5+3) \times 1}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área rectángulo } BCHI = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área trapecio } ABIJ = \frac{(7+5) \times 1}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 3 + 4 + 25 + 6 = 38 \text{ cm}^2 = 0,38 \text{ dm}^2 = 3800 \text{ mm}^2$$

► Pág. 236. Ejercicios

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

11. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

12. Mismo ejercicio.

13. Mismo ejercicio.

14. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

15. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

16. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

17. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

18. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

19. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

20. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

21. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

22. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

23. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

24. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

25. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

26. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

27. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

28. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

29. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

30. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

31. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

32. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

33. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

34. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

35. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

36. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

37. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

38. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

39. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

40. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

41. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

42. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

43. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

44. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

45. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

46. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

47. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

48. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

49. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

50. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

51. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

52. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

53. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

54. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

55. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

56. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

57. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

58. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

59. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

60. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

61. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

62. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

63. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

64. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

65. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

66. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

67. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

68. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

69. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

70. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

71. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

72. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

73. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

74. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

75. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

76. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

77. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

78. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

79. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

80. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

81. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

82. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

83. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

84. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

85. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

86. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

87. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

88. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

89. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

90. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

91. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

92. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

93. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

94. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

95. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

96. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

97. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

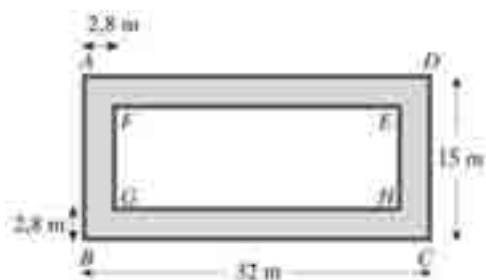
98. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

99. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

100. Calcula el área sombreada de la siguiente figura.

SOLUCIONARIO

12. ¿Cuál es el área sombreada de la siguiente figura?

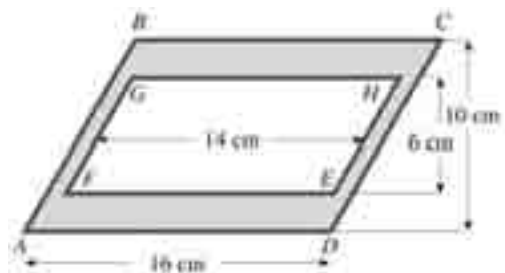


$$\text{Área rectángulo } ADCB = 32 \times 15 = 480 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Área rectángulo } EFGH &= \\ &= (32 - 2 \times 2,8) \times (15 - 2 \times 2,8) = 26,4 \times 9,4 = 248,16 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Área sombreada} = 480 - 248,16 = 231,84 \text{ m}^2$$

13. Mismo ejercicio-

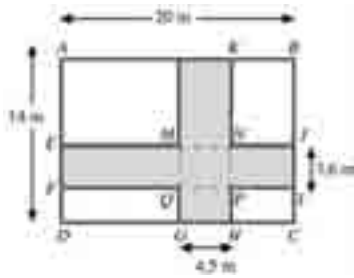


$$\text{Área paralelogramo } ABCD = 16 \times 10 = 160 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área paralelogramo } EFGH = 14 \times 6 = 84 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área sombreada} = 160 - 84 = 76 \text{ cm}^2$$

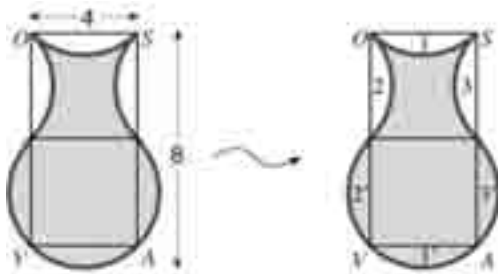
14. Mismo ejercicio.



Área rectángulo $LKHG = 4,5 \times 14 = 63 \text{ m}^2$
 Área rectángulo $EJIF = 20 \times 3,6 = 72 \text{ m}^2$
 Área rectángulo $MNPQ = 3,6 \times 4,5 = 16,2 \text{ m}^2$
 Área sombreada = $63 + 72 - 16,2 = 118,8 \text{ m}^2$

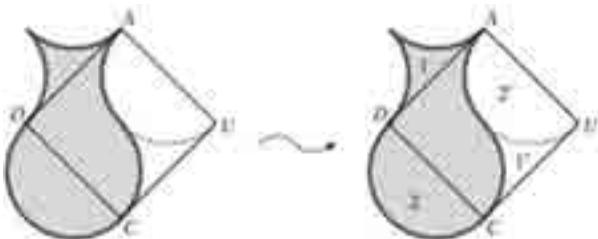
15. Observa la siguiente figura.

- ¿Qué relación existe entre el área del «vaso» y la del rectángulo VASO?
- ¿Cuál es el área del «vaso»?



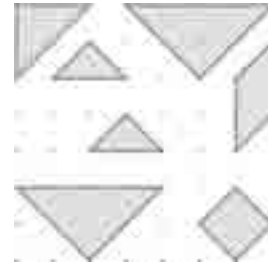
- Observa que las áreas 1 y 1', 2 y 2', 3 y 3' son iguales, por lo que las áreas del «vaso» y del rectángulo VASO son iguales.
- Área rectángulo VASO = área «vaso» = $4 \times 8 = 32$ unidades de superficie.

16. Esta es una forma de determinar el área de la figura anterior. Explica por qué el «vaso» y el cuadrado CUAD tienen la misma área.



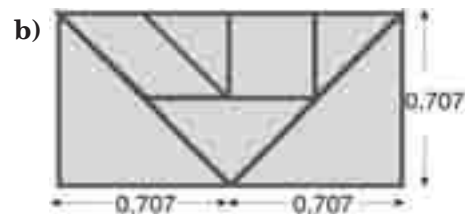
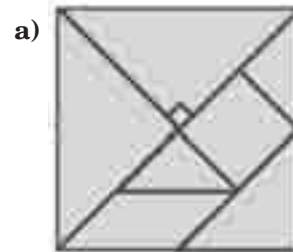
Observa que las áreas 1 y 1', 2 y 2' son iguales entre sí, y se complementan para formar ambas figuras, por lo que las áreas de «vaso» y del cuadrado CUAD son iguales a 32 unidades de superficie.

17. El Tangram. Ya sabes que el Tangram es un puzzle chino compuesto por 7 piezas.



Si no dispones de un Tangram puedes construir uno recortando las piezas sobre un cartón.

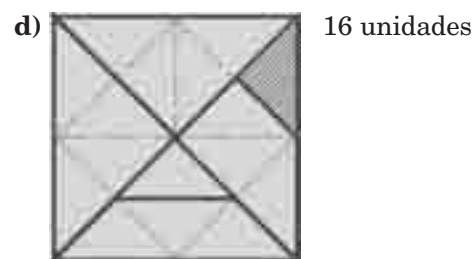
- Construye con las siete piezas un cuadrado.
- Construye con las siete piezas un rectángulo (no un cuadrado).
- ¿Cuál de las dos figuras (el cuadrado original y el rectángulo) tiene mayor perímetro?
- ¿Cuál sería el área del cuadrado si se toma como unidad de área la del triángulo más pequeño?



- El rectángulo tiene mayor perímetro. Por ejemplo, si suponemos que el lado del cuadrado es la unidad:

Perímetro del cuadrado = 4 unidades

Perímetro del rectángulo = $6 \times 0,707 = 4,242$ unidades.



► Pág. 237. Ejercicios

TEMA 12

Si las dimensiones de Fig. 5 están dadas en centímetros, completa la siguiente tabla:

l (cm)	h (cm)	Área (cm ²)
15	12	
24	5,2	
12,6	3,8	
14,8		29,6
	7	63
100		100

18. En la figura aparecen las dimensiones de un triángulo. Completa la tabla:



l	h	Área
15	12	
24	5,2	
12,6	3,8	
14,8		29,6
	7	63
100		100

19. Calcula con la mayor precisión posible la superficie de las siguientes figuras:

a) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

b) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

c) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

d) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

e) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

f) $l = 10,5$ cm, $h = 4$ cm

20. Calcula la superficie redondeada de las siguientes figuras. El resultado se expresará en cm² y se redondeará a centímetros.

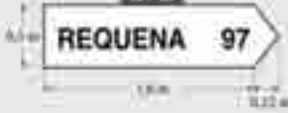





21. En la siguiente:

Observa las dimensiones dadas a cada una de ellas de las siguientes señales de tráfico:




SOLUCIONARIO

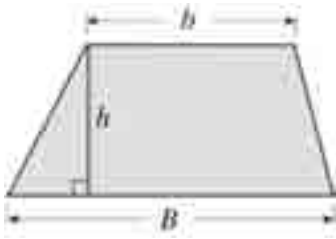
18. Observa el triángulo:



Si las dimensiones de l y h están dadas en centímetros, completa la siguiente tabla:

l (cm)	h (cm)	Área (cm ²)
15	12	$\frac{15 \times 12}{2} = 90$
24	5,2	$\frac{24 \times 5,2}{2} = 62,4$
12,6	3,8	$\frac{12,6 \times 3,8}{2} = 23,94$
14,8	$\frac{2 \times 29,6}{14,8} = 4$	29,6
$\frac{2 \times 63}{7} = 18$	7	63
100	$\frac{2 \times 100}{100} = 2$	100

19. En la figura siguiente las dimensiones están dadas en centímetros.



Completa la tabla:

B (cm)	b (cm)	h (cm)	$\frac{B+b}{2}$ (cm)	Área (cm ²)
5	3	2	$\frac{5+3}{2} = 4$	$4 \times 2 = 8$
9	5	$\frac{21}{7} = 3$	$\frac{9+5}{2} = 7$	21
$2 \times 8 - 6 = 10$	6	5	8	$5 \times 8 = 40$
8	$2 \times 6 - 8 = 4$	3	6	$6 \times 3 = 18$
$10 \times 2 - 5 = 15$	5	6	$\frac{60}{6} = 10$	60

20. Calcula con la mayor exactitud posible la superficie de las siguientes monedas.

a) De 0,01 € (si la encuentras).

b) De 0,05 €.

c) De 0,20 €.

d) De 1 €.

e) De 2 €.

a) $0,01 \text{ €} \Rightarrow r = 0,75 \text{ cm} \Rightarrow \text{Área} = \pi r^2 \approx 3,14 \times 0,75^2 = 1,77 \text{ cm}^2$

b) $0,05 \text{ €} \Rightarrow r = 1 \text{ cm} \Rightarrow \text{Área} = \pi r^2 = \pi \times 1^2 = \pi \text{ cm}^2$

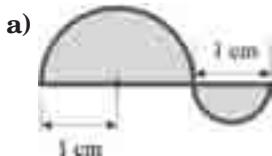
c) $0,20 \text{ €} \Rightarrow r = 1,05 \text{ cm} \Rightarrow \text{Área} = \pi r^2 \approx 3,14 \times 1,05^2 = 3,46 \text{ cm}^2$

d) $1 \text{ €} \Rightarrow r = 1,15 \text{ cm} \Rightarrow \text{Área} = \pi r^2 \approx 3,14 \times 1,15^2 = 4,15 \text{ cm}^2$

e) $2 \text{ €} \Rightarrow r = 1,25 \text{ cm} \Rightarrow \text{Área} = \pi r^2 \approx 3,14 \times 1,25^2 = 4,91 \text{ cm}^2$

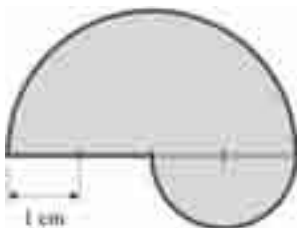
21. Calcula la superficie coloreada de las siguientes figuras.

Considera $\pi = 3,14$ y da un valor aproximado a centésimas.



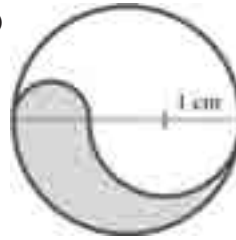
$$\text{Área} = \frac{1}{2} \times 3,14 \times 1^2 + \frac{1}{2} \times 3,14 \times 0,5^2 = 1,96 \text{ cm}^2$$

b)



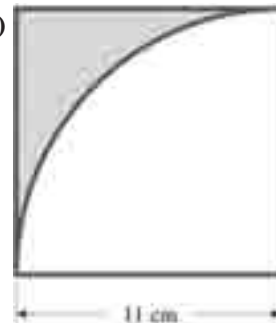
$$\text{Área} = \frac{1}{2} \times 3,14 \times 2^2 + \frac{1}{2} \times 3,14 \times 1^2 = 7,85 \text{ cm}^2$$

c)



$$\begin{aligned} \text{Área} &= \frac{1}{2} \times 3,14 \times 0,5^2 + \frac{1}{2} \times 3,14 \times 1,5^2 - \frac{1}{2} \times 3,14 \times 1^2 = \\ &= 2,36 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

d)



$$\text{Área} = 11^2 - \frac{1}{4} \times 3,14 \times 11^2 = 26,06 \text{ cm}^2$$

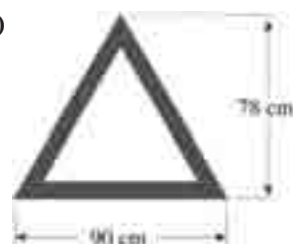
22. En la carretera. Observa las dimensiones dadas y calcula el área de las siguientes señales de tráfico.

a)



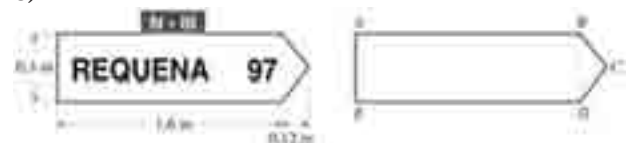
$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= 8 \times 37 = 296 \text{ cm} \\ \text{Apotema} &= \frac{90}{2} = 45 \text{ cm} \\ \text{Área} &= \frac{296 \times 45}{2} = 6660 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} \text{Área} &= \\ &= \frac{90 \times 78}{2} = 3510 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

c)



$$\text{Área rectángulo} = ABDE = 1,6 \times 0,3 = 0,48 \text{ m}^2$$

$$\text{Área rectángulo BCD} = \frac{0,3 \times 0,12}{2} = 0,018 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 0,48 + 0,018 = 0,498 \text{ m}^2$$

► **Pág. 238. Ejercicios**

ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

11) Deseñamos una figura en un cuadrado tal que quedaran como se ve en el dibujo:

12) Calcula la longitud de cada uno de los dos segmentos rojos.

13) Calcula la suma de las áreas de los dos círculos y de las áreas de los triángulos que se forman.

14) ¿Es posible?

Un reloj tiene 12 cm de radio:

15) ¿A las 7 y la manecilla de la hora está sobre los números? ¿Pasa de los números que los apalan?

16) ¿A las 8 y?

17) ¿A las 7 y 30 minutos?

18) ¿A las 11 y?

19) Las dimensiones de los triángulos que está en el interior son de 10 cm.

20) Determina las dimensiones de los pequeños triángulos.

21) ¿Cuál de ellos tiene la mayor área?

22) Las dimensiones de los triángulos que está en el interior son de 10 cm.

23) Determina las dimensiones de los pequeños triángulos.

24) ¿Cuál de ellos tiene mayor perímetro?

25) La superficie del triángulo es aproximadamente de 500.000 m². Calcula la superficie propiamente dicha el triángulo con la aproximación que como se muestra.

26) ¿Cuál será el lado de un cuadrado con la misma superficie que el triángulo?

27) ¿Cuál será el radio de un círculo con la misma superficie que el triángulo?

28) En la cancha de baloncesto:

A partir de los medidas indicadas en la figura calcula:

1) La superficie de la cancha.

2) El área de la zona de zona libre.

3) La superficie interior a la línea de tres puntos.

4) La superficie del círculo central.

29) ¿Cuál es la medida del área de un círculo cuando se divide en 100 partes por 20 y 20 por 10?

30) ¿Y el área de un cuadrado cuando se divide en 100 partes por 10 y 10?

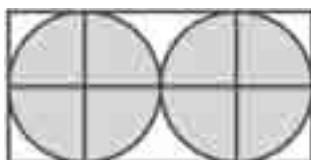
31) ¿Cuál de todos los triángulos ABC, ABD, ..., ABE tiene mayor superficie?

Justifica tu respuesta.

239

SOLUCIONARIO

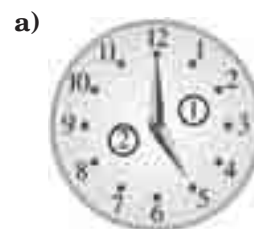
23. Reproduce esta figura en tu cuaderno (cada cuadrado tiene 3 cm. de lado).



- Calcula la longitud de cada una de las dos circunferencias.
 - Calcula la suma de las áreas de los dos círculos y da un resultado redondeado a las centésimas.
- a) Longitud = $2 \pi r = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84$ cm
- b) Área = $2 \times \pi r^2 = 2 \times 3,14 \times 3^2 = 56,52$ cm²

24. ¡En punto! Un reloj tiene 12 cm de radio.

- A las 5 h. ¿cuál es el área de cada uno de los dos sectores determinados por las agujas?
- ¿Y a las 8 h.?
- ¿Y a las 2 h. 30 min.?
- ¿Y a las 11 h.?



$$\begin{aligned}\text{Sector 1} &= \text{Área} = \\ &= \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 150}{360^\circ} = 188,4 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Sector 2 = Área =

$$\frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 210}{360^\circ} = 263,76 \text{ cm}^2$$

b)



$$\text{Sector 1} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 240}{360^\circ} = 301,44 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sector 2} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 120}{360^\circ} = 150,72 \text{ cm}^2$$

c)



$$\text{Sector 1} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 105}{360^\circ} = 131,88 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sector 2} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 255}{360^\circ} = 320,28 \text{ cm}^2$$

d)



$$\text{Sector 1} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 30}{360^\circ} = 37,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sector 2} = \text{Área} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{3,14 \times 12^2 \times 330}{360^\circ} = 414,48 \text{ cm}^2$$

25. Las dimensiones de un rectángulo (en cm.) son números enteros y su perímetro es 16 cm.

a) Encuentra las dimensiones de los posibles rectángulos.

b) ¿Cuál de ellos tiene la mayor área?

a) La suma de la base y la altura del rectángulo debe ser $\frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$

Por tanto, los posibles valores serán: 1 y 7; 2 y 6; 3 y 5; 4 y 4

b) Área (1,7) = $1 \times 7 = 7 \text{ cm}^2$

Área (2,6) = $2 \times 6 = 12 \text{ cm}^2$

Área (3,5) = $3 \times 5 = 15 \text{ cm}^2$

Área (4,4) = $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

El cuadrado de lado 4 cm es el de mayor área.

26. Las dimensiones de un rectángulo (en cm.) son números enteros y su área es 36 cm^2 .

a) Encuentra las dimensiones de los posibles rectángulos.

b) ¿Cuál de ellos tiene menor perímetro?

a) El área de un rectángulo es el producto de la base por la altura. Si el área es 36 y base y altura son números enteros, los posibles pares de valores serán: 1 y 36; 2 y 18; 3 y 12; 4 y 9; 6 y 6

b) Perímetro (1,36) = $1 \times 2 + 36 \times 2 = 74 \text{ cm}$

Perímetro (2,18) = $2 \times 2 + 2 \times 18 = 40 \text{ cm}$

Perímetro (3,12) = $2 \times 3 + 2 \times 12 = 30 \text{ cm}$

Perímetro (4,9) = $2 \times 4 + 2 \times 9 = 26 \text{ cm}$

Perímetro (6,6) = $2 \times 6 + 2 \times 6 = 24 \text{ cm}$

El cuadrado de lado 6 cm es el de menor perímetro.

27. La superficie de España es aproximadamente de 500000 km^2 . Contesta a las siguientes preguntas dando el resultado con la aproximación que creas conveniente.

a) ¿Cuál sería el lado de un cuadrado con la misma superficie que España?

b) ¿Cuál sería el radio de un círculo con la misma superficie que España?

a) Área cuadrado = $l^2 = 500\,000 \text{ km}^2 \Rightarrow$
 $= l = \sqrt{500000} = 707,1067812 \text{ km}$

b) Área círculo = $\pi r^2 = 500\,000 \text{ km}^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow r = \sqrt{\frac{500000}{3,14}} = 399,0434422 \text{ km}$

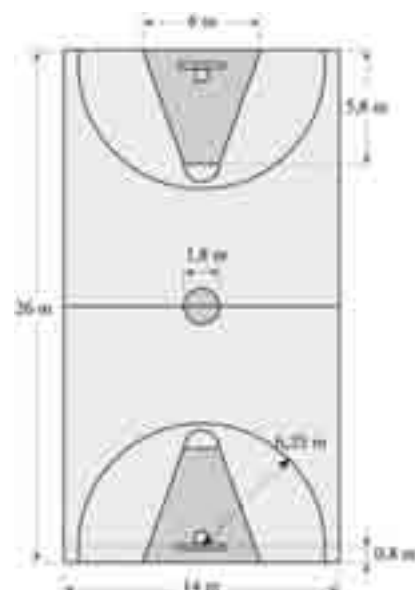
28. En la cancha de baloncesto. A partir de las medidas indicadas en la figura, calcula:

a) La superficie de la cancha.

b) El área de la zona de tiros libres.

c) La superficie interior a la «línea de tres puntos».

d) La superficie del círculo central.



- a) Superficie cancha = área rectángulo = 14×26
 $= 364 \text{ m}^2$
- b) Superficie área de tiros libres = área trapecio =
 $= \frac{(6+1,8) \times 5,8}{2} = 22,62 \text{ m}^2$
- c) Superficie interior “línea de tres puntos”
 = área sector circular + área rectángulo =
 $= \frac{3,14 \times 6,25^2 \times 180}{360} + 6,25 \times 2 \times 0,8 = 71,33 \text{ m}^2$
- d) Superficie círculo central = área círculo =
 $= 3,14 \times 0,9^2 = 2,54 \text{ m}^2$

29. a) ¿Qué le sucede al área de un círculo cuando se multiplica su radio por 2? ¿y por 3?, ¿y por 10?

b) ¿Y al área de un cuadrado cuando a su lado se le hace lo mismo?

a) Área círculo radio $r = \pi r^2$

Si $r_1 = 2r \Rightarrow \text{Área círculo radio } r_1 = \pi (2r)^2 = 4\pi r^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 4.

Si $r_2 = 3r \Rightarrow \text{Área círculo radio } r_2 = \pi (3r)^2 = 9\pi r^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 9.

Si $r_3 = 10r \Rightarrow \text{Área círculo radio } r_3 = \pi (10r)^2 = 100\pi r^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 100.

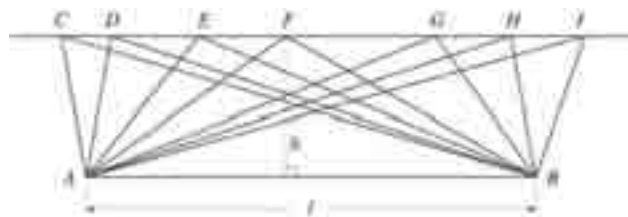
b) Área cuadrado lado $l = l^2$

Si $l_1 = 2l \Rightarrow \text{Área cuadrado lado } l_1 = (2l)^2 = 4l^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 4.

Si $l_2 = 3l \Rightarrow \text{Área cuadrado lado } l_2 = (3l)^2 = 9l^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 9.

Si $l_3 = 10l \Rightarrow \text{Área cuadrado lado } l_3 = (10l)^2 = 100l^2 \Rightarrow$ el área se multiplica por 100.

30. ¿Cuál de todos los triángulos ABC , ABD , ..., ABI , tiene mayor superficie? Justifica tu respuesta.



Todos los triángulos tienen la misma base y altura. Consecuentemente, el área de todos ellos es la misma.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Graduar un eje.
- Representar un punto en un sistema de referencia cartesiano.
- Representar datos en un gráfico cartesiano.
- Representar gráficamente datos obtenidos de una fórmula.
- Valorar críticamente las representaciones gráficas.
- Representar gráficamente datos de una tabla.
- Leer e interpretar gráficas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Representar de un punto en un eje graduado.
- Construir de un sistema de referencia cartesiano.
- Representar de un punto en un gráfico cartesiano.
- Representar gráficas obtenidas de una fórmula.
- Representar gráficas de los datos de una tabla.
- Interpretar y lectura correcta de una gráfica.
- Valorar sobre la utilidad de una gráfica.

CONTENIDOS

- **Conceptos** ("saber")
 - Cómo graduar un eje.
 - Tablas y gráficas.
 - Gráficos obtenidos de una fórmula.
 - Otros gráficos.
 - Lectura e interpretación de gráficas.
 - Gráficas de la vida cotidiana: gráficas de porcentajes, descuentos, IVA...
 - Diagramas de barras y de sectores.
 - Pictogramas.
- **Procedimientos** ("Saber hacer")
 - Graduación de ejes con distintos datos.
 - Paso de una tabla a una gráfica y viceversa.
 - Obtención de una tabla de valores a partir de una fórmula.
 - Realización de distintos tipos de gráficos obtenidos de una misma serie de datos.
 - Corrección de gráficas defectuosas.
 - Realización de gráficas de la vida diaria.
- **Actitudes** ("Saber ser")
 - Valoración de la información que se puede obtener en una gráfica.
 - Comprensión de la utilidad del lenguaje gráfico como representación de datos y descripción de fenómenos.
 - Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de las informaciones de índole muy diversa.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
REPRESENTAR ENTIDADES MATEMÁTICAS	◦ Descriptores		
	1. Escoger entre varias gráficas de acuerdo con los datos a representar. 2. Entender y utilizar la gráfica elegida. 3. Utilizar y entender la relación entre diferentes gráficas realizadas sobre los mismos datos.		
	◦ Desempeño		
	1. Escoge una gráfica en función de los datos a representar.	- Distingue entre eje, sistema de referencia cartesiano, datos procedentes de una fórmula y tabla de datos.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 242 a 256)
	2. Construye la gráfica.	- Representa una fórmula dando valores a las variables que en ella intervienen. - Aplica la metodología de construcción de cada gráfica.	
3. Compara y relaciona distintas gráficas aplicadas sobre un mismo conjunto de datos.	- Justifica la elección de un tipo determinado de gráfica. - Valora la idoneidad de cada gráfica en relación con las demás.		
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores		
	1. Proponer la representación gráfica de entes matemáticos.		
	◦ Desempeño		
	1. Analiza la representatividad de una gráfica.	- Valora la idoneidad de la gráfica en función del origen o naturaleza de los datos. - Interpreta la gráfica y obtiene información de ella.	- ¡Cuidado con algunas gráficas! (pág. 249) - Ejemplo 4 (pág. 246) - Ejercicios 30 a 34 (pág. 256)
	2. Decide qué aplicar para resolver.	- Utiliza los conocimientos del tema par elaborar la estrategia más adecuada.	
	3. Comprueba el resultado.	- Es crítico con el resultado obtenido y verifica su validez.	
4. Obtiene los datos que le proporciona el dibujo y los utiliza para calcular el área.	- Reconoce para cada figura que datos necesita, los obtiene de la propia gráfica y calcula el área.		
COMPRENDER, INTERPRETAR, RESOLVER Y ANALIZAR	◦ Descriptores		
	1. Identificar, definir y plantear problemas relacionados con la representación gráfica de entes matemáticos. 2. Resolver diferentes problemas relacionados con la representación gráfica de entes matemáticos.		
	◦ Desempeño		
	1. Plantea una situación concreta de representación gráfica, identificando sus elementos principales.	- Distingue el origen y/o naturaleza del ente a representar.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 242 a 256)
	2. Resuelve gráficamente la cuestión planteada.	- Obtiene la solución gráfica. - Critica una posible mala confección de una gráfica.	

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA			
COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Comprender el enunciado de un problema en el que interviene una representación gráfica. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve el proceso de elaboración de la gráfica y de sus características relevantes.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 242 a 256)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema en el que interviene la confección de una gráfica.	- Diferencia el origen y/o naturaleza de la información que debe representarse gráficamente.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia, utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto de la solución de forma adecuada y correcta. - Selecciona los aspectos relevantes de la solución.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Emplear representaciones gráficas para mejorar el conocimiento de la realidad económica, demográfica y cultural de la sociedad. 2. Conocer aplicaciones de la representación gráfica para la medición de fenómenos sociales.		
	◦ Desempeño		
	1. Utiliza una gráfica para conocer aspectos relevantes de la economía, cultura y demografía de la sociedad.	- Analiza una gráfica y obtiene de ella conclusiones.	- En los ejemplos 4 y 6 a 8 (pág. 247, 248 y 250) - Ejercicios 8, 18 y 27 a 29 (pág. 249, 254 y 256)

COMPETENCIA EN CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptor		
	1. Interpretar la información del mundo real -físico, económico, social o cultural- para su concreción gráfica.		
	◦ Desempeño		
	1. Interpreta la información numérica del mundo físico y la presenta en una gráfica adecuada.	- Sintetiza la información. - Expone la información con precisión. - Expone adecuadamente el proceso que traslada la información a la gráfica.	- Ejemplos 2, 4 a 8 (pág. 243, 246 a 248 y 250) - Ejercicios 1, 7 a 9, 18, 20, 21, 25 a 34 (pág. 244, 247, 249, 254 a 256)
	2. Obtiene conclusiones en relación al mundo que le rodea a partir de la evaluación visual de la gráfica.	- Relaciona conclusiones con la realidad observada. - Decide opciones de actuación en función de las conclusiones obtenidas.	
	3. Es crítico con la confección adecuada de una gráfica.	- Critica la bondad en la confección de la gráfica. - Pone de manifiesto los errores cometidos al elaborar una gráfica.	- ¡Cuidado con algunas gráficas! (pág. 249) - Ejercicio 34 (pág. 256)

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER			
COMPETENCIA APRENDER A APRENDER	◦ Descriptor		
	1. Adquirir conciencia, hacer uso de las propias capacidades y conocimientos y ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma para iniciarse en el aprendizaje de las representaciones gráficas. 2. Desarrollar la curiosidad de plantearse preguntas sobre cómo representar la realidad mediante dibujos y gráficas.		
	◦ Desempeño		
	1. Desarrolla habilidades para la representación gráfica.	- Lee los enunciados de los ejercicios con la intención de comprender, relacionar y graficar la información suministrada.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 242 a 256)
	2. Desarrolla la curiosidad por la representación gráfica.	- Plantea sugerencias de ampliación de los resultados obtenidos tras el análisis e interpretación de una gráfica.	- Ejemplos 4 a 6 (pág. 246 a 248) - Lectura e interpretación de gráficas (pág. 251) - Ejercicios 7 y 30 a 34 (pág. 247 y 256)

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA			
COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA	◦ Descriptor		
	1. Asociar gráficas y dibujos como representaciones de elementos artísticos..		
	◦ Desempeño		
	1. Considera personajes de la historia y hechos culturales relacionados con la representación gráfica y las matemáticas.	- Asocia historia y gráfico matemático. - Asocia cultura y gráfico matemático.	- Introducción (pág. 240) - De 6º a 1º (pág. 241) - Ejemplos 1 y 3 (pág. 242 y 243) - Ejercicio 5 (pág. 245)

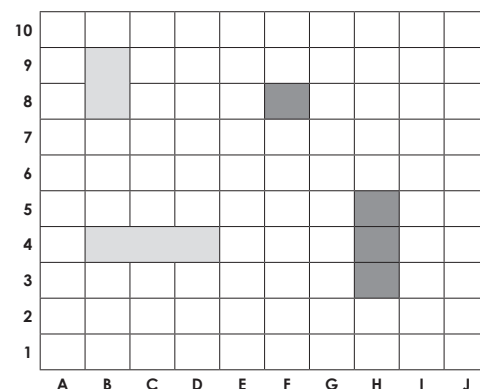
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	◦ Descriptor		
	1. Utilizar gráficas para organizar el pensamiento, elaborar planes y tomar decisiones.		
	◦ Desempeño		
	1. Interpreta una gráfica para tomar decisiones relacionadas con la característica representada.	- Analiza una gráfica, relaciona conclusiones y decide en función de ellas.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 242 a 256)
	2. Analiza los resultados obtenidos y el trabajo efectuado.	- Reflexiona si el trabajo efectuado ha sido suficiente para el objetivo que nos habíamos propuesto. - Cuida la representación gráfica y mejora la calidad y la limpieza.	

► Pág. 240 - 241. Las gráficas

**SOLUCIONARIO****Hundir la flota**

En el siguiente tablero del juego de hundir la flota ubica los siguientes barcos:

- a) submarino en la posición F8;
- b) acorazado (barco de tres casillas) en las posiciones H3, H4 y H5;
- c) ¿qué posiciones ocupa el acorazado B? B4, C4 y D4
- d) ¿qué posición ocupa el destructor A? B8 y B9



DE 6º A 1º

PRÁCTICA



Heedle the Rule. Los jugadores del tablero de juego suelen representarse con letras, de la A a la Z, y las casillas con números, del 1 al 19. Un jugador (cualquiera) situado en la casilla número 19 ocupará la posición A1, y un destructor (cualquiera) en posición vertical en la casilla superior derecha ocupará las posiciones 19 y 10.

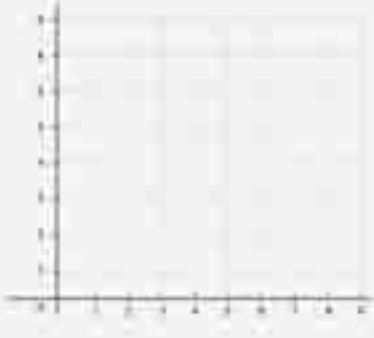
En el siguiente tablero del juego de Heedle la lista indica las siguientes acciones:

- admisión en la posición 19;
- ocultado (barrido de tres casillas) en las posiciones H3, H4 y H5;
- ¿qué posición ocupa el destructor 19?
- ¿qué posición ocupa el destructor A?

EJEMPLOS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS



Si el punto A lo localizamos como (4,1) ¿cuál es la localización de cada uno de los otros puntos?



¿Qué figura obtienes uniendo los puntos: A(1,5); B(4,6); C(5,9); D(6,6); E(9,5); F(6,4); G(5,1) y H(4,4), en este orden?

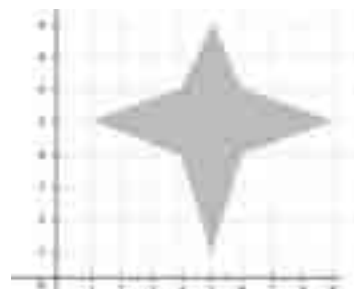
EJEMPLOS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Si el punto A lo localizamos como (4,1) ¿cuál es la localización de cada uno de los otros puntos?

B = (7, 1); C = (9, 3); D = (9, 5); E = (7, 7); F = (4, 7); G (2, 5) y H = (2, 3)

¿Qué figura obtienes uniendo los puntos A(1,5); B(4,6); C(5,9); D(6,6); E(9,5); F(6,4); G(5,1) y H(4,4), en este orden?

Una estrella



► Pág. 242. 1 ¿Cómo graduar un eje?

LAS GRÁFICAS

1 ¿Cómo graduar un eje?

Para graduar correctamente un eje o recta debe tenerse una doble elección. En primer lugar, elegir un **punto origen** en el eje a partir del cual situar, a la derecha, los valores positivos de la característica que se desea representar y, a la izquierda, los negativos. En segundo lugar, hay que elegir una **unidad de medida** que fije la escala de la graduación.

Una recta con punto de origen y unidad de medida se dice que es una **recta graduada** y a la distancia de un punto de la recta al origen se le llama **abscisa** del punto.

Una vez fijados el origen y la unidad de medida hay que tener en cuenta la **proporcionalidad** entre el dato que se desea representar y la distancia entre el punto representativo y el origen.

A veces, cuando los datos a representar tienen valores muy alejados del punto origen, puede truncarse el eje para facilitar su representación.

EJEMPLOS

1 Las fechas de nacimiento de algunas grandes figuras de la historia son:

Aristóteles	-384	Culón	1431
Julio César	-100	Mozart	1756
Alessandro	0	Napoleón	1769
Marlona	870	John Lennon	1940

El origen (año 0) se ha colocado hacia la izquierda del eje, dado que el valor negativo más pequeño está más cerca del origen que el valor positivo más grande. La unidad de medida es de 200 años. Para colocar sobre el eje los años de nacimiento de las distintas personalidades se ha respetado la proporcionalidad de sus valores respecto de la distancia del punto que lo representa al origen del eje.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Además de lo indicado en el texto insistir en la importancia de que:

- Se identifique el menor y el mayor valor de la lista.
- Se decida si el número 0 debe ser un punto del eje.
- Se decida la “escala” de la graduación
(Aprender a aprender)

► Pág. 243.

TEMA 13

1 Las velocidades máximas alcanzadas por algunos animales (en Km/h) son las siguientes:

caudato	85	gorrión	110
león	80	atolam	42
leopardo	35	avestruz	45
lince	20	perro	50

La representación gráfica de las anteriores velocidades sobre un eje horizontal es:



Como todas las velocidades son positivas, el origen se ha situado en el extremo izquierdo del eje.

2 A veces, los datos a representar sobre un eje están muy alejados del origen. En el caso de la fecha de las siguientes invenciones y descubrimientos contemporáneos:

Teléfono	Fotografía	Salvismo	Cine y radio	Televisión	Ordenador	Fuero 3	Antena 2	Penicilina
1874	1837	1904	1895	1925	1944	1946	1972	1928

Para hacer más operativa la graduación del eje, podemos en este caso trazar el eje de representación de manera que solo el dato más pequeño—el más cercano al origen—no pierda la debida proporcionalidad con la distancia al origen; En el correspondiente dibujo, para representar el truncamiento el eje se corta produciendo su discontinuidad.



La unidad de medida, o escala del eje, puede variar en función de los datos a representar, adaptándose a la dimensión absoluta de los datos o al ritmo de crecimiento de los mismos. Los tres ejemplos anteriores confirman esta apreciación.

► Pág. 244. 2 Sistema de referencia cartesiano

LAS GRÁFICAS

EJERCICIOS

1 Estas son las velocidades máximas alcanzadas por algunos animales.

Tortuga	0,3 km/h.
Araña	1,6 km/h.
Boa	360 m/h.
Hormiga	1,2 km/h.
Caracol	50 m/h.
Sapo común	250 m/h.

Presta atención a la unidad de longitud utilizada y representa estos datos en un eje horizontal.

2 Representa los puntos que corresponde a los valores de $4x$, $3y$, $x + 2y$, $y - 2x$, en esta recta graduada.

3 Dibuja un segmento de 19 cm. Gradúalo de -45 a 45 .

4 Dibuja sobre una recta un segmento AB de 11 cm de longitud. Angulo α de 3° y α de 1° . Sitúa en el en los puntos siguientes:

Punto	C	D	E	F	G
Abacías	1	1	1	2	4
	1	1	1	1	1

2 Sistema de referencia cartesiano

Las rectas graduadas perpendiculares, que se cortan en un respectivo punto origen, determinan un sistema de referencia cartesiano en el plano.

Cada una de las rectas es un eje de coordenadas: el eje horizontal se llama eje de abscisas o eje OX , o eje de los X , y el eje vertical se llama eje de ordenadas o eje OY , o eje de los Y .

El punto de intersección de los dos ejes es el punto O llamado origen de coordenadas.

Los dos ejes, al cortarse, dividen al plano en cuatro cuadrantes, que se numeran como se aprecia en la figura.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del vocabulario específico.
Insistir en que las coordenadas de un punto son un par ordenado.

SOLUCIONARIO

1. Estas son las velocidades máximas alcanzadas por algunos animales:

Tortuga 0,3 km/h.

Boa 360 m/h.

Caracol 50 m/h.

Araña 1,6 km/h.

Hormiga 1,2 km/h.

Sapo común 250 m/h.

Presta atención a la unidad de longitud utilizada y representa estos datos en un eje horizontal.



Tortuga 300 m/h

Boa 360 m/h

Caracol 50 m/h

Araña 1600 m/h

Hormiga 1200 m/h

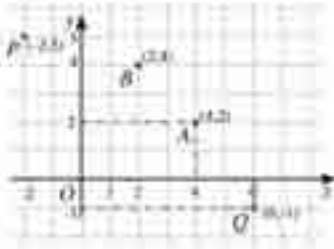
Sapo común 250 m/h

2. Representa los puntos que corresponde a los valores $4x$, $3y$, $x + 2y$, $y - 2x$, en esta recta graduada:



► Pág. 245.

TEMA 13



RESERVA QUE...

La abscisa de un punto A es la distancia que existe entre dicho punto y el eje de las ordenadas. La ordenada de un punto A es la distancia que existe entre el punto y el eje de las abscisas.

Para indicar la situación de un punto en el plano se utilizan sus **coordenadas**. Observa la figura, en la que se han dibujado los dos ejes de coordenadas, siendo O el origen. Fíjate en el punto A: tiene como coordenadas (4, 2). La primera de ellas (4) es su **abscisa** y la segunda (2) su **ordenada**.

Las coordenadas de un punto pueden tomar valores negativos. Así, por ejemplo, en la figura anterior las coordenadas del punto Q son (6, -1).

EJERCICIOS

5. En el juego del ajedrez se utiliza el siguiente sistema de referencia de los escaches (las casillas por donde se mueven las fichas): las casillas donde se sitúan las fichas al comienzo de la partida se denotan, de izquierda a derecha, con letras (A B C D E F G y H), y de abajo hacia arriba, esto es, desde las blancas a las negras, con números (1 2 3 4 5 6 7 y 8). Imagínate el comienzo de una partida. ¿En qué escaque estaría la Dama blanca? ¿Y la Dama negra? ¿Y el caballo del Rey negro? ¿Y el peón de dama blanco?

Dama blanca: D1; Dama negra: D8; Caballo del rey negro: G8; Peón de dama blanco: D2.

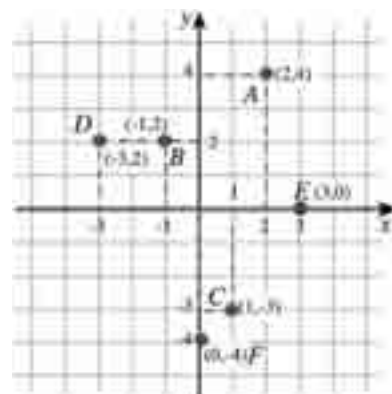
6. Sitúa, en unos ejes cartesianos con unidad de medida 0,5 cm., los siguientes puntos: A(2, 4), B(-1, 2), C(1, -3), D(-3, 2), E(3, 0) y F(0, -4).



5. En el juego del ajedrez se utiliza el siguiente sistema de referencia de los escaches (las casillas por donde se mueven las fichas): las casillas donde se sitúan las fichas al comienzo de la partida se denotan, de izquierda a derecha, con letras (A B C D E F G y H), y de abajo hacia arriba, esto es, desde las blancas a las negras, con números (1 2 3 4 5 6 7 y 8). Imagínate el comienzo de una partida. ¿En qué escaque estaría la Dama blanca? ¿Y la Dama negra? ¿Y el caballo del Rey negro? ¿Y el peón de dama blanco?

Dama blanca: D1; Dama negra: D8; Caballo del rey negro: G8; Peón de dama blanco: D2.

6. Sitúa, en unos ejes cartesianos con unidad de medida 0,5 cm., los siguientes puntos: A(2, 4), B(-1, 2), C(1, -3), D(-3, 2), E(3, 0) y F(0, -4).



3. Dibuja un segmento de 15 cm. Gradúalo de -45 a 45.



4. Dibuja sobre una recta un segmento AB de 15 cm de longitud. Asigna a A el 0 y a B el 1. Sitúa en el eje los puntos siguientes:

Puntos	C	D	E	F	G
Abscisa	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{3}$



► Pág. 246. 3 Tablas y gráficas

LAS GRÁFICAS

3 Tablas y gráficas

Las representaciones gráficas tienen como objetivo fundamental informar, de una manera sencilla e intuitiva, el contenido de una serie de datos. Deben intentar que no sólo visualicen, sino que ofrezcan la mayor información posible.

EJEMPLO

La gráfica siguiente indica el tiempo empleado y la distancia recorrida por los ciclistas en una etapa de 100 km.

Información extraída de la gráfica:

- La etapa se ha corrido en 5 h 30 min.
- La primera mitad de carrera (50 km) por terreno llano pasó haciendo una media de 40 km/h.
- A los dos tercios de carrera se han recorrido 50 km.
- La primera mitad de la etapa (50 km) se corrió en algo más de 3 horas.
- La segunda mitad de la etapa se corrió en menos tiempo que la primera, luego los ciclistas fueron a más velocidad.
- Entre las 4 h 17 min y 4 h 45 min, hicieron una fuerte bajada pues recorrieron 40 km en 30 min.
- La etapa terminó con un fuerte repecho pues los últimos 25 km recorrieron 45 min de pedaleo.

Si se desea realizar un gráfico que muestre la relación entre dos listas de números, se puede realizar un **gráfico cartesiano**. Este gráfico consiste en un sistema de rectángulos cartesianos en el que en el eje de abscisas se representan los números de la primera lista y en el de ordenadas los de la segunda lista. Los puntos que se obtienen al considerar como coordenadas los primeros números de las listas, los segundos, etc., se unen por rectas obteniéndose así el gráfico.

Cuando se construye un gráfico cartesiano se tienen que considerar los unidades de medida (las escalas) de los dos ejes, sino que cada una de las rectas se nombrará al tipo de datos que deben representarse.

246

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

El principal problema, en la realización de un gráfico, radica en la elección de las unidades y del intervalo de números representados en cada eje.

Un gráfico debe ofrecer toda la información posible.
(Competencia cultural y artística)

► Pág. 247.

TEMA 13

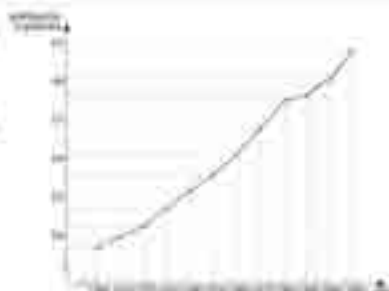
EJEMPLO

1 La evolución de la población española desde 1900 hasta 2005 queda recogida en la tabla siguiente.

Año	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2005
Nº habitantes (en millones)	18,5	20,0	21,4	23,7	26,0	28,1	30,6	34,0	37,7	39,4	41,1	42,1

Los datos se han truncado, dado que los primeros valores (año 1900 y población 18,5) quedan muy alejados del origen.

Observando el gráfico apreciamos que la población española, respecto a la censada en 1900, se duplicó en una fecha cercana a 1981.



EJERCICIO

2 Una de las clásicas etapas del Tour de Francia es la Aix les Bains-L'Alpe d'Huez. Algunos datos de esta etapa están en la tabla. Representa gráficamente estos datos y haz el "perfil" de la etapa.

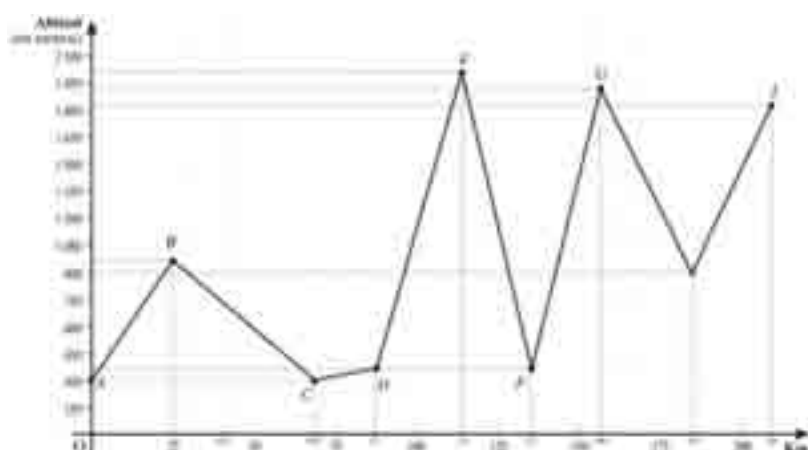
Referencia/Localidad	Km.	altitud (m)
Aix les Bains	0	500
Col du Frêne	40,3	800
Albertville	94,7	700
Rognaux	127	800
Col du Madeleine	114	2000
Saint-Etienne	139	400
Col du Glandon	156,5	1924
Le bourg d'Oisans	185	900
L'alpe d'Huez	200	1900



247

SOLUCIONARIO

7. Una de las clásicas etapas del Tour de Francia es la Aix les Bains-L'Alpe d'Huez. Algunos datos de esta etapa están en la tabla. Representa gráficamente estos datos y haz el "perfil" de la etapa.



A = Aix les Bains
B = Col du Frêne
C = Albertville
D = Rognaux
E = Col de Madeleine
F = Saint-Etienne
G = Col du Glandon
H = Le bourg d'Oisans
I = L'alpe d'Huez

► Pág. 248. 4 Gráficas obtenidas de una fórmula

LAS GRÁFICAS

4 Gráficas obtenidas de una fórmula

Muchas magnitudes físicas, sociales o económicas guardan entre sí relaciones que pueden expresarse mediante fórmulas.

Cuando dos magnitudes x e y guardan entre sí una relación expresada a través de una fórmula, siempre es posible representarla por una relación creciente en gráficas cartesianas. En el caso de la representación gráfica de una relación de proporcionalidad, cuya expresión generaliza en:

$$y = k \cdot x$$

donde k es una constante numérica.

EJEMPLO

El tipo impositivo general del impuesto del Valor Añadido (IVA) es del 10%. Eso significa que si el precio de un artículo es x , el precio final y que debe pagar el consumidor por él es:

$$y = x + \frac{10}{100}x = x + 0,10x = 1,10x$$

Por consiguiente, si el precio de un frasco de colonia es de 5,5 euros, el precio que deberá pagar el consumidor será, en realidad, de: $1,10 \cdot 5,5 = 6,05$ euros.

Si quisiéramos representar gráficamente esta relación procediéramos así:

1º Obtenemos pares de valores (x, y) , eligiendo valores cualesquiera al precio del artículo sin IVA y determinando los correspondientes valores del precio a pagar por el consumidor y a partir de la fórmula que los relaciona. Por ejemplo, para los valores de $x = 1, 2, 3, 4, 5$ y 7 se obtiene la tabla:

Artículo sin IVA (x)	Artículo con IVA (y)
1	$1,10 \cdot 1 = 1,10$
2	$1,10 \cdot 2 = 2,20$
3	$1,10 \cdot 3 = 3,30$
4	$1,10 \cdot 4 = 4,40$
5	$1,10 \cdot 5 = 5,50$
7	$1,10 \cdot 7 = 7,70$

2º Los valores de x se representan en el eje de abscisas (eje horizontal), mientras que los valores de y se representan en el eje de ordenadas (eje vertical).

3º Se marcan los puntos y dibujamos el gráfico de la figura.

Observa que el ejemplo anterior expresa una relación de proporcionalidad entre el precio inicial de un artículo y el que paga finalmente un consumidor, cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Prácticamente se restringe el epígrafe a gráficas de una proporcionalidad.

La gráfica de una proporcionalidad es una recta (casi siempre una semirrecta) que pasa por el origen de coordenadas.

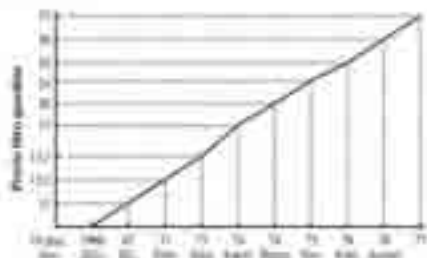
Insistir en la correcta graduación de los ejes y los valores lógicos que pueda tomar la variable.

► Pág. 249.

TEMA 13

[COMUNICACIÓN CON MEDIO GRÁFICO]

El uso indiscriminado de vacías y formas de representación puede llegar a confundir al lector. Observa, por ejemplo, la siguiente gráfica.



Se observaría proporcionalmente la misma idea de que el precio del litro de gasolina ha tenido un crecimiento constante (prácticamente lineal) en el periodo 1960-1977. Sin embargo, la realidad es muy distinta. Si graficase correctamente los datos aparecería que los años de precios más baratos se producían a partir de 1973, con siete ceros en sus cifras.

EJERCICIOS

8. Un fabricante de automóviles valora uno de los modelos que fabrica en 10 000 euros (sin IVA). En la oferta que presenta en el verano de 2009 publicita una rebaja, sobre dicho precio, del 14 %. ¿Cuál es el precio que debía pagar un consumidor por el automóvil, aprovechándose de la oferta, sabiendo que el tipo impositivo del IVA era del 16 %?

9. La siguiente tabla recoge los tiempos de duración x en horas y el coste del alquiler de la pista y en euros de cinco partidos de tenis.

x	2	3	4	4,5	5
y	5	7,5	10	11,25	12,5

a) Representa los datos en el gráfico cartesiano;

b) ¿Existe alguna relación de proporcionalidad entre x e y ?



249

SOLUCIONARIO

8. Un fabricante de automóviles valora uno de los modelos que fabrica en 10 000 euros (sin IVA). En la oferta que presenta en verano publicita una rebaja, sobre dicho precio, del 14 %. ¿Cuál es el precio que debería pagar un consumidor por el automóvil, aprovechándose por la oferta, sabiendo que el tipo impositivo del IVA es del 16 %?

$$\text{Precio rebajado sin IVA} = 10\,000 \times (1 - 0,14) = 8\,600 \text{ €}$$

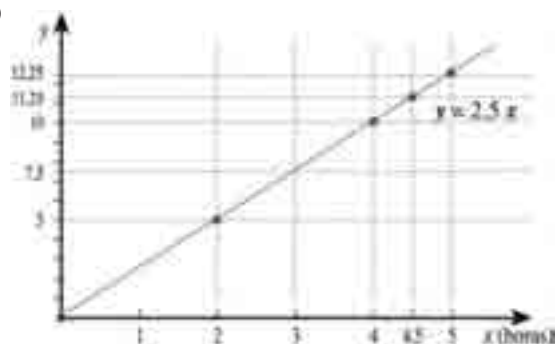
$$\text{Precio final (con IVA)} = 8\,600 \times 1,16 = 9\,976 \text{ €}$$

9. La siguiente tabla recoge los tiempos de duración x en horas y el coste del alquiler de la pista y en euros de cinco partidos de tenis. a) Representa los datos en el gráfico cartesiano;

b) ¿Existe alguna relación de proporcionalidad entre x e y ?

x	2	3	4	4,5	5
y	5	7,5	10	11,25	12,5

a)



$$b) k = \frac{5}{2} = \frac{7,5}{3} = \frac{10}{4} = \frac{11,25}{4,5} = \frac{12,5}{5} = 2,5 \Rightarrow y = 2,5x$$

► Pág. 250. 5 Otros gráficos

LAS GRÁFICAS

5 Otros gráficos

A) Diagramas de barras

Los gráficos en los que sobre las distancias medidas o valores de la comparación estudiada, se elevan barras cuya altura es proporcional a la cantidad que representan. Son fáciles de hacer y en muy poco espacio caben en los medios de comunicación. En ocasiones se unen los extremos de las barras con una grilla y el gráfico resultante recibe el nombre de **diagrama de líneas**.

EJEMPLO

La figura siguiente es el **diagrama de barras** que representa el número de víctimas registradas en España a 1 de enero de 2006, para ciertas nacionalidades:

Alemania	11000
Reino Unido	10111
Alemania	10740
China	11040
Francia	10411

El correspondiente **diagrama de barras** es el siguiente:

B) Pictogramas

Los pictogramas son representaciones gráficas que utilizan un dibujo o imagen al tema representado y cuya altura es proporcional a la cantidad que representa.

En otras ocasiones se utilizan cubos o trunks diferentes para explicar sobre un tiempo los rangos de valores de la variable representada.

EJEMPLO

La siguiente **gráfica** (en la) muestra el año 2001 en las cinco Comunidades Autónomas más afectadas por:

Aragón	111,6
Cataluña y Lleida	2021,9
Valencia y Murcia	107,1
Extremadura	1144,9
Castilla	1071,1

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del vocabulario específico.

Puede ser interesante utilizar los datos de los ejemplos 7, 8 y 9 para construir, en cada caso, los otros dos gráficos.

► Pág. 251. 6 Lectura e interpretación de gráficas

TEMA 13

C Gráficos de sectores

En los diagramas de sectores, la superficie total de un círculo se reparte en tantos sectores circulares como modalidades o valores posea la característica estudiada, correspondiendo a cada sector un número de grados directamente o proporcional a la cantidad que representa.

EJEMPLO

1 La actividad deportiva realizada por los 28 alumnos de un grupo de 1º de ESO es:

Deporte	Nº
Atletismo	8
Deportes	6
Natación	3
Alimentación	9



El gráfico de sectores obtenido corresponde al reparto proporcional de los 360° de la circunferencia a las frecuencias de los cinco tipos de actividades deportivas que practican.

Así, por ejemplo, para el 100%, el ser 11 los alumnos de un total de 28, la operación es:

$$100^\circ = \frac{11}{28} = 110^\circ$$

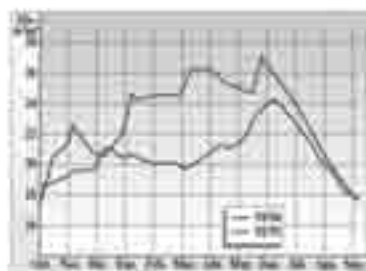
Es igual para las demás respuestas.

6 Lectura e interpretación de gráficas

Cuando la gráfica está bien construida puede deducirse de ella mucha información.

Fijarse en la gráfica del margen que expresa la reserva hidráulica correspondiente a lo largo de los periodos 93/94 y 94/95.

Observándose detenidamente, por ejemplo, que la máxima diferencia entre las dos reservas se produjo en la primera quincena de marzo, y que, salvo una día de octubre y de diciembre, las reservas hidráulicas de la temporada 93/94 fueron siempre inferiores que las correspondientes en el 94/95, si bien en septiembre de los años 93 y 94 coincidieron.



► Pág. 254. Ejercicios

LAS GRÁFICAS

EJERCICIOS

GRADUACIÓN DE UN EJE

10. Representa los puntos que corresponden a los valores $\frac{a}{3}$, $3b$, $a + 2b$, $2b - a$, en esta recta graduada:

11. Dibuja un segmento de 14 cm. Gradúalo de 0 a 350.

12. Dibuja sobre una recta un segmento PQ de 10 cm. de longitud. Asigna a P el 0 y a Q el 1. Sitúa en el eje los puntos siguientes:

Puntos	M	N	R	S
Abscisa	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$

13. Observa la figura y señala la cardinalidad de los conjuntos.

14. Representa en un gráfico cartesiano los datos de la tabla siguiente, que recoge los productos en los últimos meses del primer semestre anual por provincia en España, en toneladas y miles.

Año	Último mes de primavera
2000	524,26
2001	514,14
2002	500,00
2003	492,58
2004	470,04

15. Dibuja los ejes de un gráfico cartesiano de forma que la unidad de la escala del eje de abscisas sea el doble que la unidad de escala del eje de ordenadas. Dibuja en él la relación de proporcionalidad $y = 2x$.

FÓRMULAS Y GRÁFICAS

16. En la población de ciudades de menos de 50 habitantes de España, en 1996, había 99 ciudades. Reserva de 9.1.

Reservado que se ocupa de 70 habitantes.

17. ¿Cuántos habitantes se pueden encontrar dentro que el indicador de población sea mayor que se verá como normal lo normal?

18. ¿Cuántos habitantes se pueden encontrar para encontrar 100 habitantes?

19. ¿Qué fórmula utilizará para calcular el número de habitantes de una ciudad (a lo largo del tiempo de desarrollo) si que se pueden encontrar?

20. ¿A qué una gráfica de la ciudad que se puede encontrar?

SOLUCIONARIO

10. Representa los puntos que corresponden a los valores $\frac{a}{3}$, $3b$, $a + 2b$, $2b - a$, en esta recta graduada:



11. Dibuja un segmento de 14 cm. Gradúalo de 0 a 350.



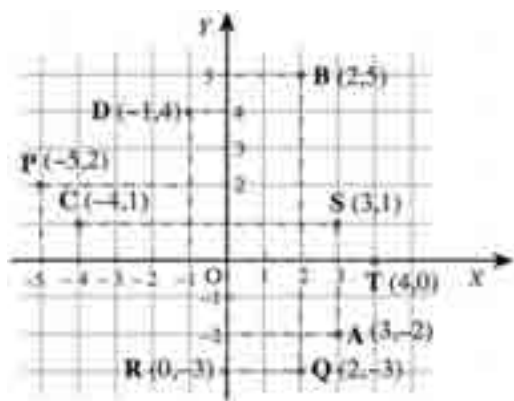
12. Dibuja sobre una recta un segmento PQ de 10 cm. de longitud. Asigna a P el 0 y a Q el 1. Sitúa en el eje los puntos siguientes:

Puntos	M	N	R	S
Abscisa	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$

13. Los años de nacimiento de los cinco miembros de una familia son los siguientes: el padre nació en 1952; la madre en 1956; el primer hijo, Vicente, en 1979; el segundo, Juan, en 1983; y, finalmente, María, en 1989. Utilizando un eje horizontal, con inicio en 1950, sitúa en él a los miembros de esa familia según su año de nacimiento.



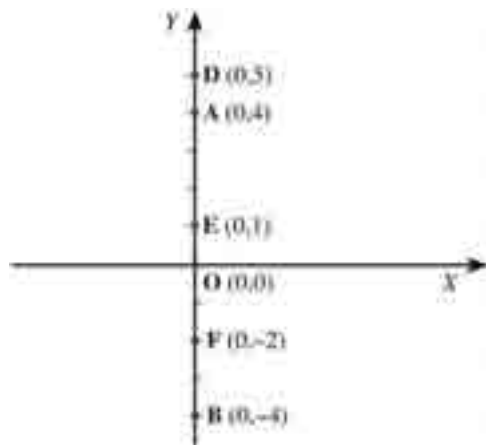
14. Dibuja un sistema de referencia cartesiano en el plano y representa gráficamente los puntos: $A(3, -2)$, $B(2, 5)$, $C(-4, 1)$, $D(-1, 4)$, $P(-5, 2)$, $Q(2, -3)$, $R(0, -3)$, $S(3, 1)$ y $T(4, 0)$.



15. Dibuja un sistema de referencia cartesiano y sitúa los puntos:

$A(0, 4)$, $B(0, -4)$, $D(0, 5)$, $E(0, 1)$, $O(0, 0)$ y $F(0, -2)$. ¿Qué observas?

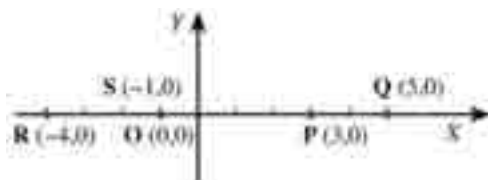
Todos están en el eje OY .



¿Qué deben cumplir las coordenadas del punto para que esté sobre el eje de ordenadas OY ?

Que su abscisa sea $x = 0$

16. Dibuja unos ejes de coordenadas cartesianas y sitúa los puntos $P(3, 0)$, $Q(5, 0)$, $O(0, 0)$, $R(-4, 0)$ y $S(-1, 0)$. ¿Qué observas?

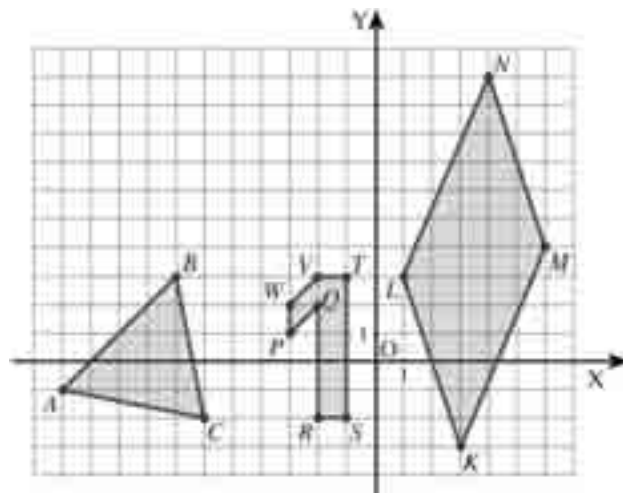


¿Qué deben cumplir las coordenadas del punto para que esté sobre el eje de abscisas OX ?

Todos están en el eje OX

Su ordenada sea $y = 0$

17. Observa la figura y escribe las coordenadas de los vértices.



$A(-11, -1)$, $B(-7, 3)$, $C(-6, -2)$.

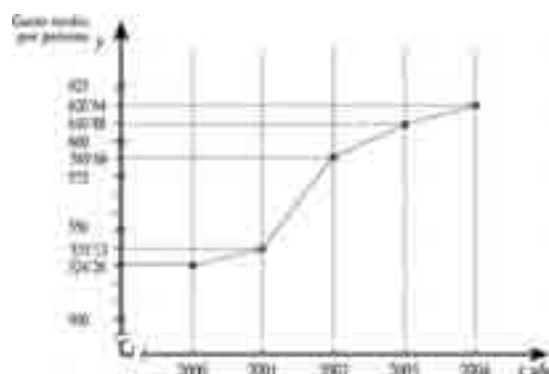
$P(-3, 1)$, $Q(-2, 2)$, $R(-2, -2)$,

$S(-1, -2)$, $T(-1, 3)$, $V(-2, 3)$ $W(-3, 2)$

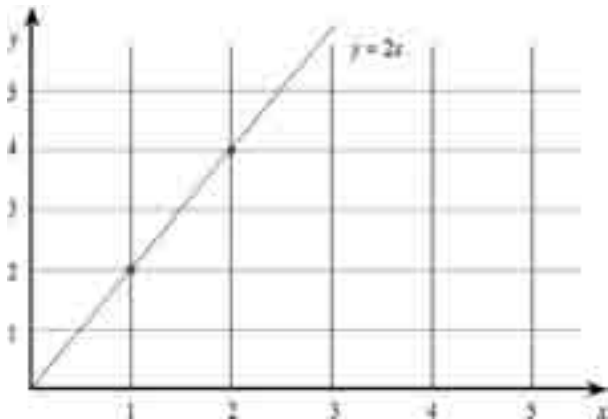
$K(3, -3)$, $L(1, 3)$, $M(6, 4)$, $N(4, 10)$

18. Representa en un gráfico cartesiano los datos de la tabla siguiente que recoge la evolución en los últimos cinco años del gasto medio anual por persona en hoteles, restaurantes y cafés:

Año	Gasto medio por persona
2000	524,26
2001	533,13
2002	589,66
2003	610,88
2004	620,64



19. Dibuja los ejes de un gráfico cartesiano, de forma que la unidad de la escala del eje de abscisas sea el doble que la unidad de escala del eje de ordenadas. Dibuja en él la relación de proporcionalidad $y = 2x$.



20. En la publicidad de un coche se puede leer: consumo 8 l. cada 100 km. a 90 km/h. Reserva de 5 l.

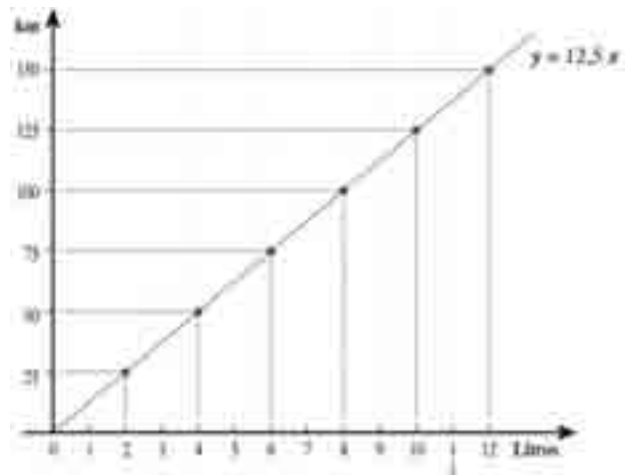
Suponiendo que se viaja a 90 km/h.

- ¿Cuántos kilómetros se pueden recorrer desde que el indicador de gasolina muestra que se está consumiendo la reserva?
- ¿Cuánta gasolina se necesita para recorrer 320 km?
- ¿Qué fórmula utilizarías para relacionar

el número de litros de gasolina (x) con el número de kilómetros (y) que se pueden recorrer?

- d) Haz una gráfica de la fórmula que hayas encontrado.

- $\left. \begin{array}{l} 8 \text{ l} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 5 \text{ l} \rightarrow x \text{ km} \end{array} \right\} x = \frac{5 \times 100}{8} = 62'5 \text{ km}$
- $\left. \begin{array}{l} 8 \text{ l} \rightarrow 100 \text{ km} \\ y \text{ l} \rightarrow 320 \text{ km} \end{array} \right\} y = \frac{5 \times 320}{100} = 25'6 \text{ litros}$
- $y = \frac{100}{8} x = 12'5 x$



► Pág. 255. Ejercicios

TEMA 13

21. El espacio recorrido por un objeto que cae en caída libre es aproximadamente $e = 5t^2$ donde: e espacio en metros, t tiempo de caída en segundos.

a) Completa la tabla siguiente:

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	4,5	5	6
e										

b) Dibuja una gráfica que represente la caída libre de un objeto. Indica el tiempo en un eje horizontal y el espacio en un eje vertical.

c) Se deja caer una piedra en caída libre desde una altura de 40 metros. ¿En cuánto tiempo llega al suelo?

a) $e = 5t^2$

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	4,5	5	6
e	0	1,25	5	11,25	20	45	80	101,25	125	180

DIAGRAMAS DE BARRAS, DE SECTORES Y PICTOGRAMAS

22. Entre sus alumnos de los cambios una encuesta sobre los hábitos de:

Ciudad	Habitantes (en millones)
Madrid	3,4
Barcelona	3,2
Valencia	1,1
Sevilla	0,7
Las Palmas	0,3
Bilbao	0,3
Granada	0,3
Almería	0,3

Representa estos datos en un diagrama de barras y de sectores.

23. El número de personas matriculadas en España en los últimos cinco años fue:

Año	1995	1996	1997	1998	1999
Matriculados	1.008.000	1.008.000	1.007.200	1.007.700	1.007.300

Representa estos datos en un diagrama de barras y de sectores.

24. Representa en un diagrama de barras y de sectores los datos de la tabla siguiente que recoge el número de las personas habilitadas en España en el periodo 2000-2005.

Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Habilitados	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000

(7) Datos proporcionados por el Ministerio de Sanidad y Consumo.

25. Representa mediante un pictograma los datos recogidos en la tabla siguiente que recoge las más importantes ciudades por superficie de las zonas que ocupan España en 2005.

Ciudad	Superficie (en km²)
Madrid	603,6
Barcelona	561,4
Valencia	460,8
Sevilla	402,1
Las Palmas	370,5
Bilbao	360,5

(Datos: Sistema de Información Geográfica de España)

21. El espacio recorrido por un objeto que cae en caída libre es aproximadamente $e = 5t^2$ donde: e espacio en metros, t tiempo de caída en segundos.

a) Completa la tabla siguiente:

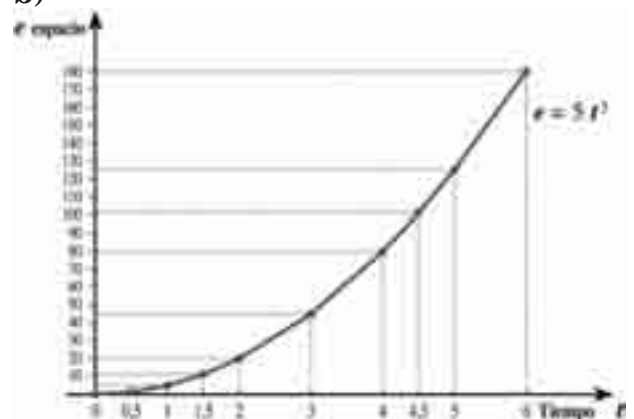
b) Dibuja una gráfica que represente la caída libre de un objeto. Indica el tiempo en un eje horizontal y el espacio en un eje vertical.

c) Se deja caer una piedra en caída libre desde una altura de 40 metros. ¿En cuánto tiempo llega al suelo?

a) $e = 5t^2$

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	4,5	5	6
e	0	1,25	5	11,25	20	45	80	101,25	125	180

b)



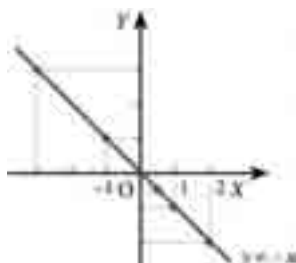
c) $t = \sqrt{\frac{e}{5}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = 2,82$ segundos

22. Haz las gráficas de las siguientes tablas de proporcionalidad:

a)

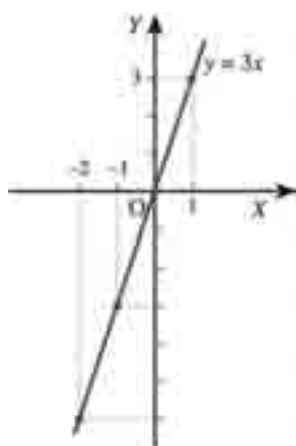
y	-1	1	-0,5	-2	3	0
x	1	-1	0,5	2	-3	0

a)



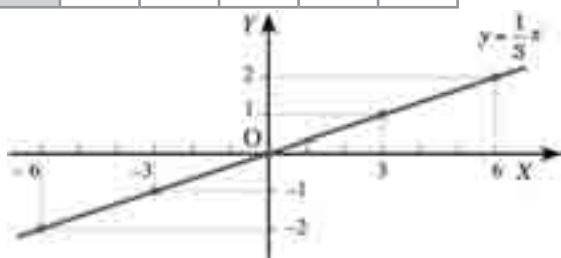
b)

y	-3	0	3	-6
x	-1	0	1	-2



c)

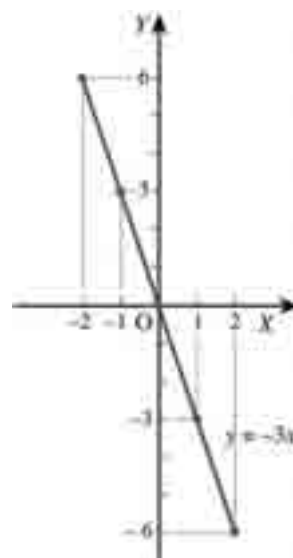
y	1	2	0	-1	-2
x	3	6	0	-3	-6



23. Completa las tablas de proporcionalidad y represéntalas gráficamente:

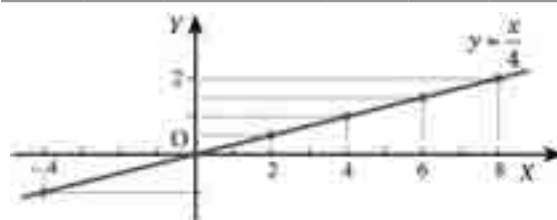
a)

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	0	-3	-6



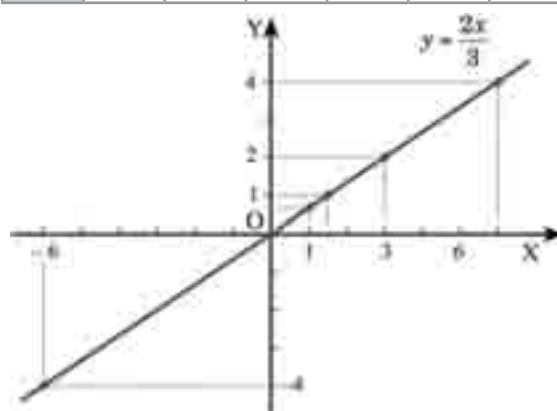
b)

x	-4	0	6	4	8	2
y	-1	0	1,5	1	2	0,5



c)

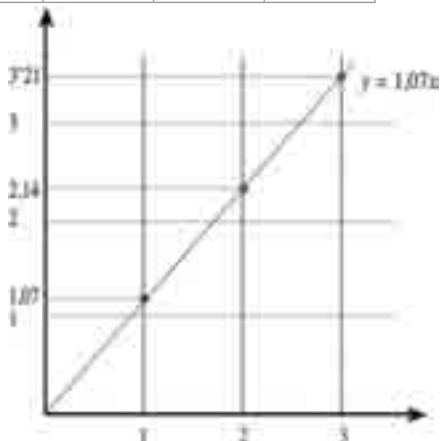
x	3	1	0	1,5	6	-6
y	2	2/3	0	1	4	-4



24. Representa en un gráfico cartesiano la relación entre el precio inicial x de los artículos de unos grandes almacenes y su precio final y , cuando los grandes almacenes deciden incrementar un 7% el precio de todos sus artículos.

x	1	2	3
y	1,07	2,14	3,21

$$y = 1,07x$$



25. La densidad del mercurio es $13,6 \text{ g/cm}^3$. Esto quiere decir que cada centímetro cúbico de mercurio tiene una masa de 13,6 gramos.

a) Completa la tabla.

b) De las fórmulas siguientes, ¿cuál crees que representa mejor los datos de la tabla? Compruébalo.

$$y = x + 13,6 ; y = 13,6x ; y = \frac{x}{13,16}$$

c) Haz un gráfico cartesiano de los valores de la tabla anterior.

a)

x (nº de cm^3)	1	2	5	10	13	24
y (masa en g)	13,6	27,2	68	136	176,8	326,4

b) $k = \frac{13,6}{1} = \frac{27,2}{2} = \dots = 13,6 \Rightarrow y = 13,6x$

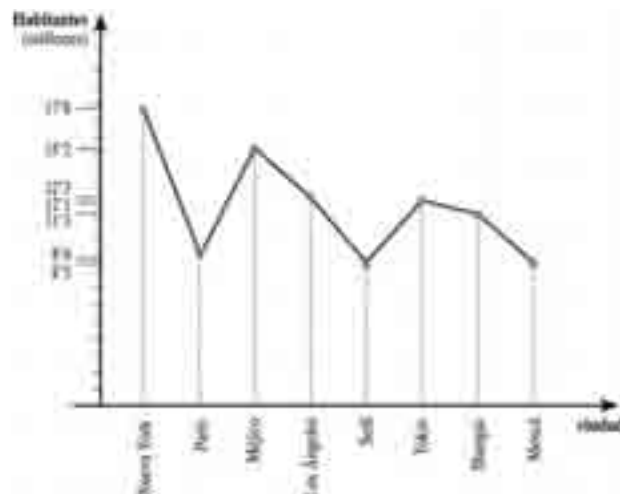
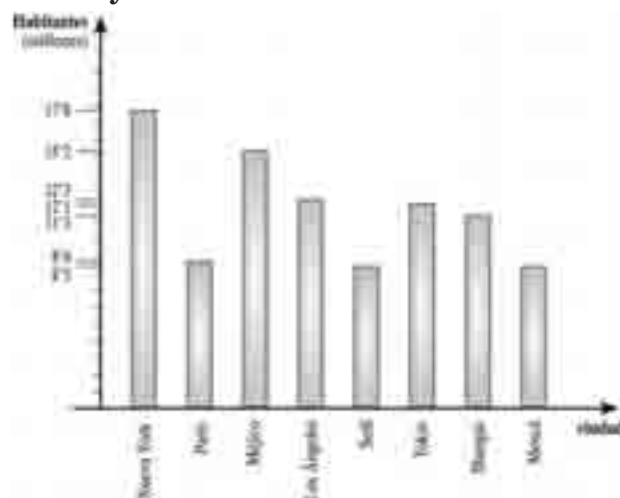
c)



26. Estas son algunas de las ciudades con mayor número de habitantes:

Ciudad	Habitantes (en millones)
Nueva York	17,8
París	8,6
Méjico	15,2
Los Angeles	12,3
Seúl	8,5
Tokio	12,1
Shangai	11,3
Moscú	8,5

Representa estos datos en un diagrama de barras y de líneas.



27. El número de turismos matriculados en España en los últimos cinco años fue:

2001	2002	2003	2004	2005
1 498 849	1 408 426	1 492 527	1 653 798	1 676 707

(Fuente: Dirección General de Tráfico)

Representa estos datos en sendos diagramas de barras, de líneas y de sectores.

Diagrama de barras y de líneas

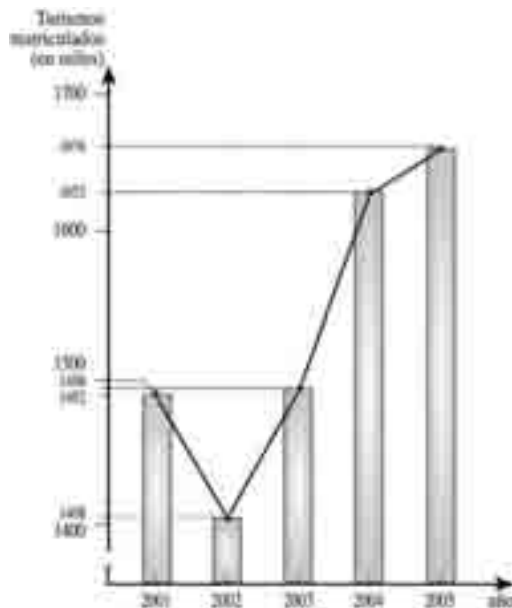


Diagrama de sectores

El total de turismo matriculado en el período 2001 a 2005 fue de 7730307 turistas.

$$2001: 360^\circ - 7730307 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{360^\circ \times 1498849}{7730307} = 69^\circ 8' \end{array} \right.$$

$$2002: 360^\circ - 7730307 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{360^\circ \times 1408426}{7730307} = 65^\circ 6' \end{array} \right.$$

$$2003: 360^\circ - 7730307 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{360^\circ \times 1492527}{7730307} = 69^\circ 5' \end{array} \right.$$

$$2004: 360^\circ - 7730307 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{360^\circ \times 1653798}{7730307} = 77^\circ 0' \end{array} \right.$$

$$2005: 360^\circ - 7730307 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{360^\circ \times 1676707}{7730307} = 78^\circ 1' \end{array} \right.$$

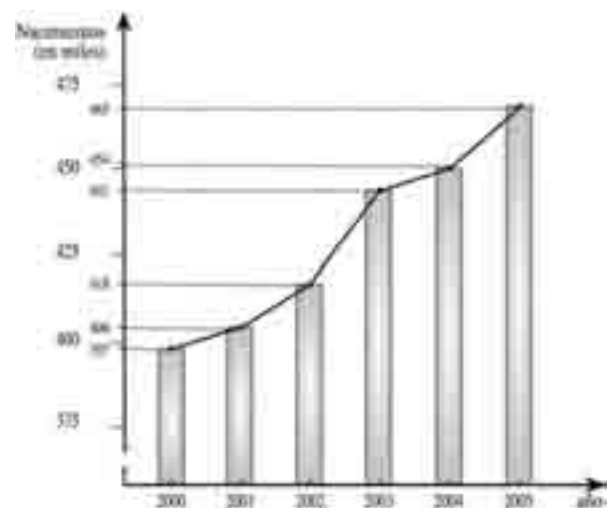


28. Representa en un diagrama de barras y de líneas la información de la tabla siguiente, que recoge el número de nacimientos habidos en España en el período 2000-2005.

Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nacimientos	397632	406380	418846	441881	454591	465616*

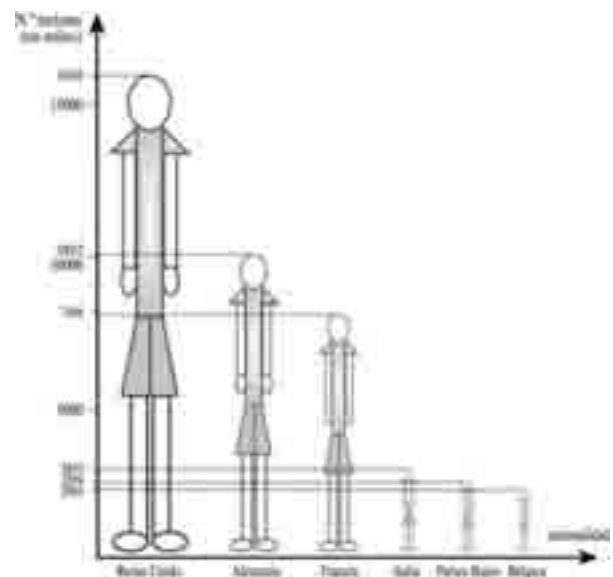
(*) Cifras provisionales

(Fuente: Instituto Nacional de Estadística. Movimiento Natural de la Población)



29. Representa mediante un pictograma los datos recogidos en la tabla siguiente que recoge las seis primeras nacionalidades por importancia de los turistas que visitaron España en 2004.

Nacionalidad	nº de turistas
Reino Unido	16 383 288
Alemania	10 022 280
Francia	7 498 544
Italia	2 610 178
Países Bajos	2 294 190
Bélgica	2 005 556



► Pág. 256. Ejercicios

LAS GRÁFICAS

LECTURA E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

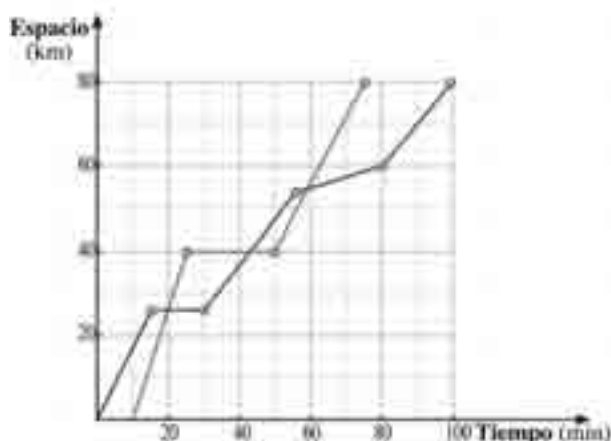
29. Esta es la gráfica que nos da el espacio recorrido en cada momento por dos automóviles, al realizar un viaje de 80 km.

30. Esta es la gráfica que nos da el espacio recorrido en cada momento por dos automóviles, al realizar un viaje de 80 km.

31. El gráfico siguiente recoge el consumo de combustible que necesitan cinco coches de tráfico según circulan por la ciudad.

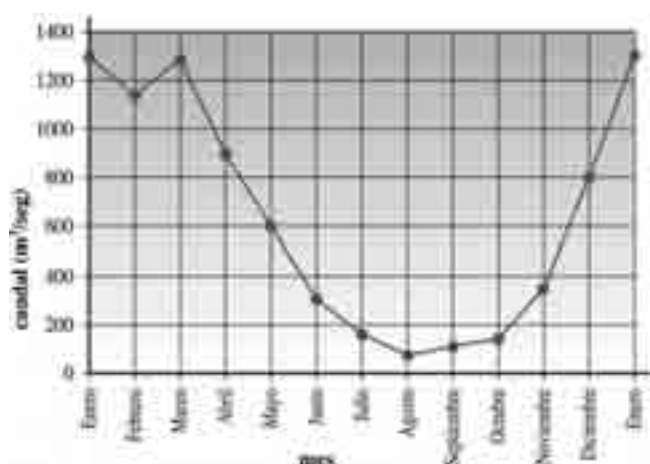
32. El gráfico siguiente recoge el consumo de combustible que necesitan cinco coches de tráfico según circulan por la ciudad.

30. Esta es la gráfica que nos da el espacio recorrido en cada momento por dos automóviles, al realizar un viaje de 80 km.



- ¿Cuál llegó antes? ¿Cuál invirtió mayor tiempo en realizar el recorrido?
 - ¿Cuánto tiempo estuvo parado cada coche? ¿En qué km. se detuvieron?
 - ¿Cuándo fue mayor la velocidad del primer coche? ¿Y la del segundo?
- el coche B llegó antes
el coche A invirtió más tiempo
 - el coche A estuvo parado 15 minutos, se detuvo en el Km 25
el coche B estuvo parado 25 minutos, se detuvo en el Km 40
 - el coche A en el primer tramo alcanzó su mayor velocidad 100 Km/h
el coche B en el primer tramo alcanzó su mayor velocidad 160 Km/h

31. La variación del caudal del río Duero a lo largo de los meses del año está representada en la gráfica.



a) ¿Cuál es el caudal mínimo? ¿cuándo lleva el río un caudal mínimo?

b) Misma pregunta para el caudal máximo.

c) ¿Cuáles son los meses de crecida y de estiaje?

a) 100 m³/seg y lo alcanza en Agosto

b) 1 300 m³/seg, en Enero y Marzo

c) De Febrero a Marzo y de Agosto a Enero crecida.

d) Enero a Febrero y de Marzo hasta Agosto estiaje.

32. El gráfico siguiente recoge la implantación de cinco cadenas de radio, medida por el número de radioyentes que las escuchan.



Contesta:

a) ¿Qué cadena es la más oída? ¿Con qué porcentaje de oyentes?

b) ¿Qué cadena es la menos oída? ¿Con qué porcentaje de oyentes?

c) ¿Cuál es el porcentaje de oyentes de las tres cadenas de mayor implantación?

d) ¿Qué podemos decir respecto al número de oyentes de la cadena Hertz si la comparamos con la cadena Ondas?

a) Onda Radio con el 28% de oyentes

b) Ondas con el 12% de oyentes

c) Onda Radio (28%) + Hertz (24%) + Radio Cadena (21%) = 73%

d) Que su porcentaje de oyentes (24%) duplica al porcentaje de oyentes de Ondas (12%)

33. El gráfico siguiente recoge el número de vehículos que atraviesan cierto cruce de calles, según tramos horarios.



Contesta:

a) ¿En qué tramo horario atraviesan más vehículos el cruce?

b) ¿En qué tramo horario atraviesan menos vehículos el cruce?

c) ¿En qué tramo horario desciende la intensidad de tráfico respecto al anterior?

d) ¿En qué tramo horario aumenta la intensidad de tráfico respecto al anterior?

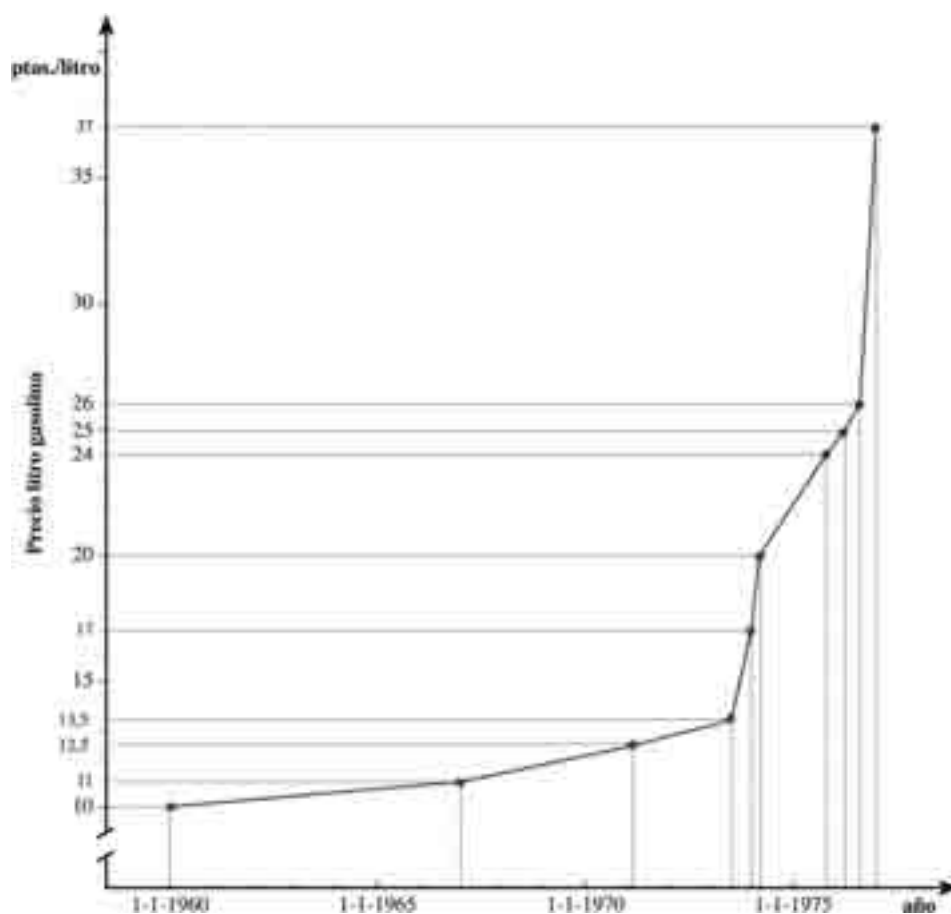
a) De 6 a 8 y de 18 a 20, con 2500 vehículos

b) De 0 a 2, con 200 vehículos

c) De 8 a 12, de 14 a 18 y de 20 a 24

d) De 0 a 8, de 12 a 14 y de 18 a 20

34. Dibuja correctamente el gráfico que recoge la evolución del precio del litro de gasolina en el período 1960-1977, que se ha comentado en la página 205 del texto. Compáralo con el que está dibujado en el texto. ¿Qué comentarios te sugiere la comparación?



En el gráfico de la pág. 249 el incremento del precio del litro de la gasolina parece lineal, esto es, constante en el tiempo, cuando en realidad dicho incremento se aceleró considerablemente a partir de 1973, con motivo de la primera gran crisis del petróleo. Hasta entonces los incrementos habían sido sostenidos.

► Programación de aula

OBJETIVOS

- Distinguir entre población y muestra.
- Distinguir entre variable y atributo.
- Distinguir entre fenómenos deterministas y aleatorios.
- Caracterizar el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.
- Operar con sucesos.
- Construir una tabla de frecuencias.
- Distinguir entre los tipos de frecuencias que intervienen en una tabla.
- Representar gráficamente una tabla de frecuencias.
- Definir la probabilidad a partir de la ley de regularidad de las frecuencias relativas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Distinguir entre población y muestra.
- Distinguir entre variable estadística y atributo.
- Distinguir entre los fenómenos deterministas y los aleatorios.
- Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.
- Construir una tabla de frecuencias con datos sin agrupar.
- Distinguir y calcular los elementos que intervienen en una tabla de frecuencias.
- Representar gráficamente una tabla de frecuencias sin agrupar.
- Obtener la probabilidad como límite de la frecuencia relativa.

CONTENIDOS

- **Conceptos** (“saber”)
 - Fenómenos y experimentos aleatorios.
 - Tabla de frecuencias.
 - Ley de estabilidad de las frecuencias relativas.
- **Procedimientos** (“Saber hacer”)
 - Utilización e interpretación del lenguaje estadístico teniendo en cuenta la situación que se representa, utilizando el vocabulario adecuado.
 - Utilización de distintas fuentes documentales para obtener información de tipo estadístico.
 - Interpretación y elaboración de tablas numéricas a partir de datos, teniendo en cuenta el fenómeno al que se refieren.
- **Actitudes** (“Saber ser”)
 - Reconocimiento y valoración de la utilización de la estadística para representar y resolver problemas de la vida cotidiana.
 - Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como la manera más eficaz de realizar determinadas actividades.
 - Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de los datos y resultados relativos a las observaciones, experiencias y encuestas.
 - Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje estadístico en informes y argumentaciones sociales, políticas y económicas.

► Programación por competencias

COMPETENCIA MATEMÁTICA			
CONCEPTOS Y RAZONAMIENTOS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores - Entender la extensión y las limitaciones de la presentación de información en forma de tabla de frecuencias. - Extender, tras abstraer sus propiedades, el concepto de tabla de frecuencias a cualquier conjunto de datos. - Proponer la necesidad de modelizar el azar, y distinguir entre la modelización de los fenómenos aleatorios versus los deterministas.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende el concepto de tabla de frecuencias y los criterios para su correcta elaboración.	- Presenta información en una tabla de frecuencias y la interpreta adecuadamente. - Es capaz de construir una tabla numérica a partir de alguno de los tipos de frecuencias. - Grafía y/o interpreta un gráfico estadístico asociado a una tabla de frecuencias.	- Ejemplo 6 (pág. 266) - Ejercicios 3, 4, 7 a 26, 28, 29, 31 y 33 (pág. 266, 269 a 272)
	2. Pone de manifiesto la existencia del azar en la vida ordinaria y plantea la necesidad de su cuantificación.	- Asocia el azar a la vida cotidiana. - Distingue entre posibilidad y probabilidad. - Determina el alcance del azar y su influencia. - Calcula la probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa de su ocurrencia.	- Introducción (pág. 258) - Ejemplos 1 a 5, 7 y 8 (pág. 262, 263 y 267) - Ejercicios 5, 14, 15, 17, 26, 30 y 32 (pág. 267 y 269 a 272)
	3. Opone la existencia del azar frente a los fenómenos deterministas.	- Distingue entre fenómenos aleatorios y fenómenos naturales o deterministas. - Entiende la necesidad de plantear tratamientos diferentes según el tipo de fenómeno. - Obtiene el espacio muestral asociado a un experimento de azar.	- Ejemplos 1 a 5, 7 y 8 (pág. 262, 263 y 267)
REPRESENTAR ENTIDADES MATEMÁTICAS Y CONSTRUCCIÓN DE MODELOS	◦ Descriptores - Utilizar y entender la relación interna entre los tipos de frecuencia de una tabla de frecuencias. - Representar gráficamente una tabla de frecuencias. - Modelizar el azar a través de la frecuencia relativa.		
	◦ Desempeño		
	1. Construye una tabla de frecuencias.	- Obtiene los distintos tipos de frecuencia. - Efectúa una comprobación de la tabla a partir de los totales.	- Ejemplo 6 (pág. 266) - Ejercicios 3, 4, 7 a 26, 28, 29, 31 y 33 (pág. 266, 269 a 272)
	2. Asocia la tabla de frecuencias a un gráfico adecuado.	- Elige la representación gráfica que se adapta mejor al tipo de información. - Construye una tabla de frecuencias a partir de un gráfico estadístico.	- Ejemplo 6 (pág. 266) - Ejercicios 3, 4, 7 a 18, 22 a 25, 28, 29, 31 y 33 (pág. 266, 269 a 272)
	3. Modeliza la incertidumbre a través de la frecuencia relativa.	- Calcula la probabilidad en una situación concreta.	- Ejemplos 7 y 8 (pág. 267) - Ejercicios 5, 14, 15, 17, 26, 30 y 32 (pág. 267 y 269 a 272)

PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS	◦ Descriptores		
	1. Identificar, definir, plantear y resolver problemas matemáticos en los que intervienen datos estadísticos.		
	◦ Desempeño		
	1. Plantea una situación concreta utilizando una tabla de frecuencias e identifica cómo sus elementos interaccionan con los datos de los que proceden.	- Trabaja con un conjunto de datos. - Calcula los diferentes tipos de frecuencia. - Relaciona las frecuencias con los datos de las que proceden.	- Ejemplo 6 (pág. 266) - Ejercicios 3, 4, 7 a 26, 28, 29, 31 y 33 (pág. 266, 269 a 272)
	2. Plantea una situación concreta en la que está presente el azar.	- Constata la existencia de incertidumbre en un problema de azar. - Cuantifica la incertidumbre a través de la probabilidad.	- Ejemplos 7 y 8 (pág. 267) - Ejercicios 5, 14, 15, 17, 26, 30 y 32 (pág. 267 y 269 a 272)
UTILIZAR AYUDAS Y HERRAMIENTAS	3. Resuelve la cuestión planteada.	- Obtiene la solución numérica. - Obtiene la solución gráfica. - Analiza la solución y obtiene conclusiones.	- Ejemplos y ejercicios del tema (pág. 262 a 272)
	◦ Descriptores		
	1. Usar una hoja de cálculo para confeccionar gráficos asociados a una tabla de frecuencias.		
	◦ Desempeño		
	1. Constata la existencia de la hoja de cálculo para confeccionar gráficos asociados a una tabla de frecuencias.	- Es capaz de utilizar una hoja de cálculo.	- Tabla de frecuencias (recuadro lateral, pág. 265).

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

COMPETENCIA LINGÜÍSTICA	◦ Descriptores		
	1. Comprender el enunciado de un problema en el que interviene un conjunto de datos y diferenciar las ideas fundamentales que nos permitan expresarlo en forma de tabla de frecuencias y gráfico asociado. 2. Ser capaces de indicar con un texto breve las soluciones del problema. 3. Ser capaces de indicar con una explicación oral breve los aspectos relevantes del problema planteado.		
	◦ Desempeño		
	1. Comprende lo que lee.	- Identifica la pregunta que se le hace. - Identifica los elementos que intervienen.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 262 a 272)
	2. Discrimina e interpreta la información que le da el enunciado de un problema en el que interviene la presentación en tablas estadísticas de un conjunto de datos.	- Diferencia los tipos de frecuencia que intervienen en una tabla.	
	3. Se expresa por escrito de manera adecuada y correcta, con claridad y coherencia, utilizando un lenguaje preciso.	- Presenta el texto de la solución del problema de forma adecuada y correcta. - Selecciona los aspectos relevantes de la solución.	

COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA			
COMPETENCIA SOCIAL Y CIUDADANA	◦ Descriptor		
	1. Utilizar la estadística para mejorar el conocimiento de la realidad económica, demográfica y cultural de la sociedad. 2. Conocer aplicaciones de la estadística para la medición de fenómenos sociales.		
	◦ Desempeño		
	1. Analiza la información de datos de carácter social.	- Utiliza una tabla de frecuencias para presentar la información. - Describe los resultados del análisis. - Utiliza un gráfico estadístico apropiado como acompañamiento de una tabla de frecuencias. - Obtiene probabilidades de hechos de interés social.	- Ejercicios 3 a 5, 10 a 13, 16 a 20, 23 a 25 y 28 a 33 (pág. 266, 267 y 269 a 272)

COMPETENCIA EN CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO			
COMPETENCIA EN CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MEDIO FÍSICO	◦ Descriptor		
	1. Interpretar la información del mundo real -físico, económico, social o cultural- y relacionarlos con el concepto estadístico de tabla de frecuencias. 2. Fomentar la reflexión para poder intervenir en la sociedad desde una perspectiva crítica y reflexiva, basada en información numérica.		
	◦ Desempeño		
	1. Interpreta información numérica del mundo físico y las presenta en una tabla de frecuencias.	- Expone la información del entorno -físico, natural, económico, demográfico y social- con precisión. - Relaciona conclusiones con la realidad observada.	- En el ejemplo 1 (pág. 262) - Ejercicios 1, 3, 5, 10 a 13, 16 a 20, 22 a 25, 28 a 33 (pág. 263, 266, 267, a 280)

COMPETENCIA DIGITAL Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN			
COMPETENCIA DIGITAL Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	◦ Descriptor		
	1. Confeccionar esquemas lógicos de cálculo para cumplimentar una tabla de frecuencias.		
	◦ Desempeño		
	1. Interpreta, organiza y contrasta la información contenida en un conjunto de datos.	- Resume y sintetiza la información. - Realiza las actividades de organización de los datos exigidas para su presentación en forma de tabla de frecuencias.	- Ejemplos y ejercicios del tema (pág. 262 a 272)
	2. Expone y presenta los resultados de manera ordenada y clara, transmitiéndola así oralmente o por escrito.	- Presenta los resultados de forma clara y ordenada. - Respeta y cumple el lenguaje matemático. - Presenta los resultados con un gráfico estadístico adecuado.	

COMPETENCIA APRENDER A APRENDER**• Descriptores**

1. Adquirir conciencia y hacer uso de las propias capacidades y conocimientos para iniciarse en el aprendizaje de la estadística.
2. Ser capaz de continuar aprendiendo de manera cada vez más eficaz y autónoma de acuerdo a los propios objetivos y necesidades.
3. Desarrollar la curiosidad de plantearse preguntas sobre un conjunto de datos, formalizarlas y resolverlas con la técnica estadística.
4. Utilizar estrategias de aprendizaje para afrontar la toma de decisiones tras el análisis de la información de una tabla de frecuencias.

• Desempeño

1. Desarrolla habilidades de obtención de datos.	- Lee los enunciados de los ejercicios con la intención de comprender, relacionar y sintetizar contenidos. - Maneja adecuadamente recursos y técnicas de aprendizaje individual.	- En los ejemplos y ejercicios del tema (pág. 262 a 272)
2. Desarrolla la curiosidad por la metodología estadística.	- Plantea sugerencias de ampliación a los resultados obtenidos tras el análisis de un conjunto de datos.	

COMPETENCIA CULTURAL Y ARTÍSTICA**• Descriptores**

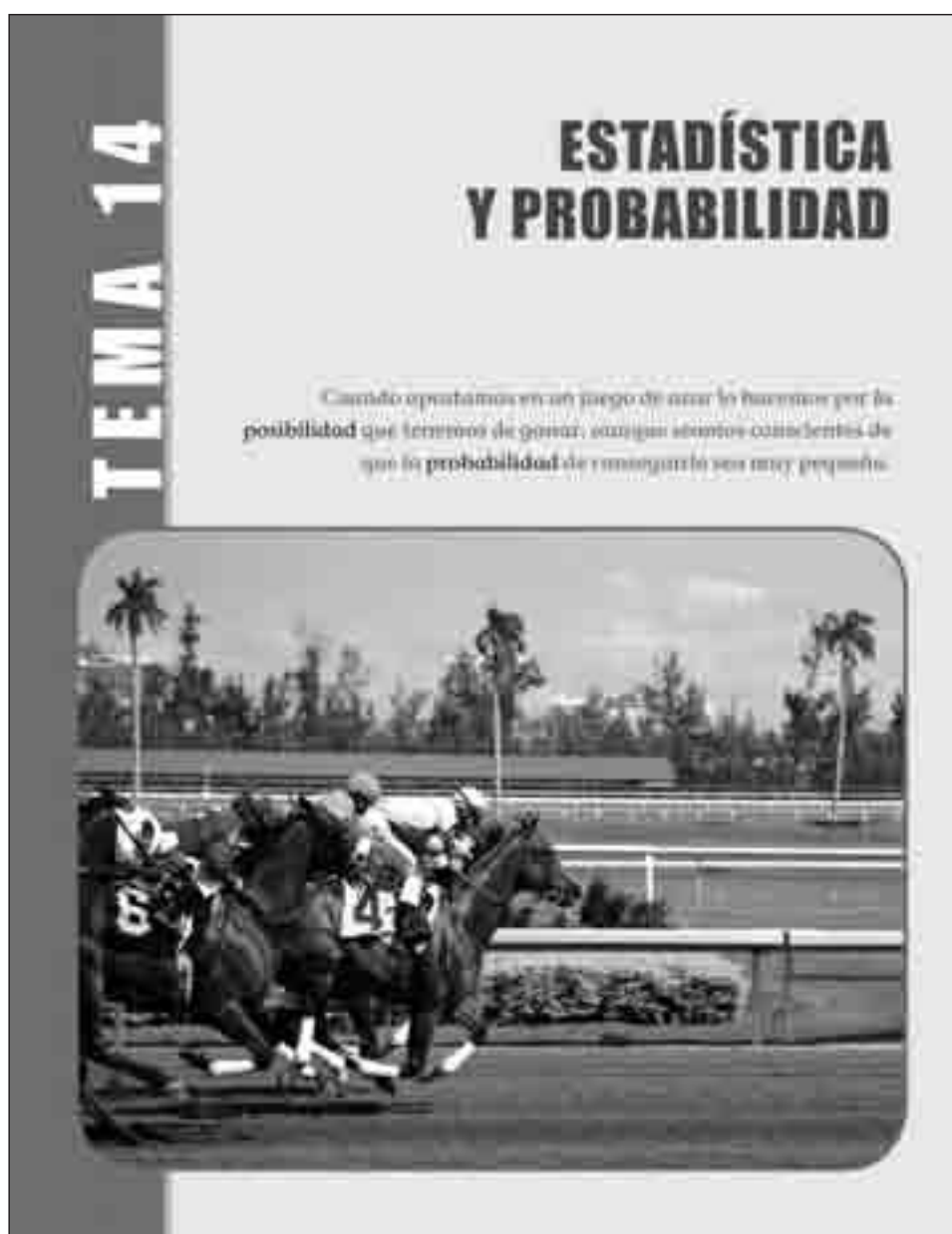
1. Relacionar gráficos y dibujos con una tabla de frecuencias.

• Desempeño

1. Relaciona la información de una tabla de frecuencias con su gráfico correspondiente.	- Construye e interpreta un diagrama de barras. - Construye e interpreta un diagrama de sectores.	- Ejemplo 6 (pág. 266) - Ejercicios 3, 4, 7 a 18, 22 a 25, 28, 29, 31 y 33 (pág. 266, 269 a 272)
2. Identifica representaciones gráficas y dibujos con la tabla de frecuencias que representan.	- Interpreta un gráfico estadístico. - Relaciona dibujo y tabla de frecuencias.	

COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL			
COMPETENCIA AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	• Descriptor		
	1. Utiliza el lenguaje estadístico como instrumento para representar, interpretar y comprender la realidad contenida en un conjunto de datos. 2. Utiliza el lenguaje estadístico como instrumento que orienta la propia actividad con autonomía. 3. Contribuye a organizar el pensamiento, a elaborar planes y tomar decisiones, también cuando éstas se toman en presencia del azar.		
	• Desempeño		
	1. Idea y planifica el desarrollo de un ejercicio.	- Elige la opción adecuada para la resolución de los ejercicios. - Mantiene la opción hasta llegar a la conclusión final.	- Ejemplos y ejercicios del tema (pág. 262 a 272)
	2. Evalúa la solución obtenida y toma decisiones en función de ella.	- Valora el resultado y lo pone en relación con el enunciado del problema resuelto. - Decide en función del resultado.	

► Pág. 258 - 259. Estadística y probabilidad



SOLUCIONARIO

Haz el recuento y completa la tabla siguiente siguiendo el modelo de la fila de la nota 3.

Nota	nº alumnos	%
1	0	0%
2	0	0%
3	6	$\frac{6 \times 100}{50} = 12\%$
4	7	14%
5	10	20%
6	7	14%
7	6	12%
8	5	10%
9	5	10%
10	4	8%
TOTAL =		50

DE 6º A 1º

Hemos recogido las notas de 30 alumnos de 1º de ESO en un examen de matemáticas.

3	3	7	7	8	9	10	10	9	6
6	5	4	4	5	6	3	6	8	5
6	6	6	6	4	3	10	6	2	7
5	5	5	4	3	5	7	8	7	6
4	3	5	6	5	6	3	8	9	10

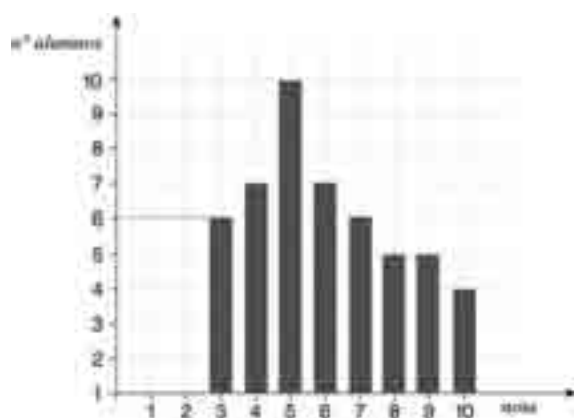
PRÁCTICA

A Haz el recuento y completa la tabla siguiente siguiendo el modelo de la fila de la nota 2.

Nota	nº alumnos	%
1		
2	5	$\frac{5 \times 100}{30} = 16\%$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
TOTAL = 30		

B Completa el siguiente diagrama:

Completa el siguiente diagrama:



► Pág. 260. 1 Experimenta con la recogida de información

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1 Experimenta con la recogida de información

VOCABULARIO

Población es el conjunto de los sujetos que tienen una propiedad común.

Carácter estadístico es cualquier característica que poseen los individuos de una población.

Muestra es una parte de la población.

Los alumnos de tu Instituto constituyen una **población**. Imagínate que tienes que hacer un estudio sobre el número de animales domésticos que tienen las familias de esos alumnos. Esta experiencia, el tener animales domésticos, recibe el nombre de **carácter estadístico**.

Los caracteres estadísticos son de dos tipos: los que toman valores numéricos, que llamaremos **carácter estadístico cuantitativo o variable estadística**; y los que se pueden expresar nominalmente, que llamaremos **carácter estadístico cualitativo o atributo**. Un ejemplo de estos últimos es el caso de una persona, mientras que la característica que nos interesa, el número de animales domésticos que tiene cada familia, es una **variable estadística**.

```

graph TD
    A[Caracteres estadísticos] --> B[Caracteres estadísticos cuantitativos]
    A --> C[Caracteres estadísticos cualitativos (atributos)]
          
```



Las distintas alternativas que pueden tomar un atributo se llaman **modalidades**, mientras las que puede tomar una variable estadística se llaman **valores**. Por ejemplo, el atributo sexo solo puede tomar las modalidades **varón** y **mujer**, mientras que la variable estadística **número de animales domésticos** que tiene una familia puede tomar los valores **0, 1, 2, 3 y 4**, suponiendo que esto sea el mayor valor posible para esta población.

Para conocer la característica que nos interesa podemos preguntar a todos los alumnos del Instituto. Esto seríamos haciendo un **censo o investigación exhaustiva**. Pero como consultar a todos ellos lleva mucho tiempo y puede resultar muy costoso, podemos recoger las respuestas de 30 compañeros seleccionados al azar. La muestra así obtenida se llama **muestra aleatoria**.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Diferenciar entre cualitativo y cuantitativo. Solicitar de los alumnos ejemplos diferentes a los del texto.

(Autonomía e iniciativa personal)

Asociar modalidad al carácter cualitativo y valor al cuantitativo.

Diseñar con los alumnos cómo obtener una muestra no sesgada de 30 alumnos del IES.

(Aprender a aprender)

Los datos de la tabla de la página 261 se puede adecuar a datos propios del aula.

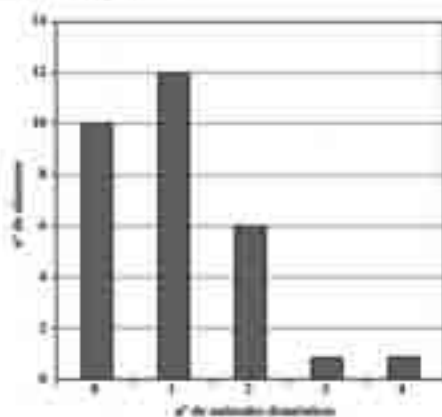
► Pág. 261.

TEMA 14

Cada respuesta que se proporciona un computador es un **dato**, en muchos casos, un **dato cuantitativo**. Para facilitar su estudio se organizan los datos en una tabla, que podría ser la siguiente:

N.º de animales domésticos	n.º de alumnos
0	10
1	12
2	8
3	2
4	1
Total	33

Representando en el eje de ordenadas las frecuencias absolutas de la tabla anterior, construimos, por ejemplo, el diagrama de barras de la figura:



Observando el gráfico podemos obtener ciertas conclusiones. Por ejemplo, que 1 es el número de animales domésticos que tiene el mayor número de familias, o que hay el mismo número de familias que poseen 3 o 4 animales domésticos.

RESEÑA QUE...

Una **tabla de frecuencias** recoge los datos cuantitativos que obtenemos de un estudio estadístico y el número de veces que aparece cada valor.

RESEÑA QUE...

El número de veces que se repite un valor de una variable es su **frecuencia**. Por ejemplo, la frecuencia de no tener animales domésticos es 10. Lo que significa que hay 10 familias que no tienen ningún animal doméstico.

► Pág. 262. 2 Fenómenos y experimentos aleatorios

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

2 Fenómenos y experimentos aleatorios

Los hechos o fenómenos naturales que observamos a nuestro alrededor, en la naturaleza o en nuestra vida cotidiana, pertenecen a dos grandes categorías: aquellos que se producen de manera sistemática, y aquellos en los que no somos capaces de predecir de antemano qué resultado concreto va a producirse. Los primeros son los **fenómenos deterministas**, y son propios de las ciencias naturales, físicas, químicas, etc. Los segundos son los **fenómenos aleatorios o de azar**, y constituyen el objeto de estudio de una parte de las Matemáticas conocida como **Estadística y Cálculo de Probabilidades**.

EJEMPLO

Fenómeno determinista: siempre que se lanzan un dado de 6 caras, éste, inevitablemente, cae al suelo.

Fenómeno aleatorio: observamos el resultado que aparece al tirar un dado. Antes de tirarlo no somos capaces de predecir con exactitud el resultado que va a salir, aunque conocemos el conjunto de resultados posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Cualquier experimento relacionado con un fenómeno aleatorio es un **experimento aleatorio**.

EJEMPLO

Tirar un dado: antes el tiempo que vamos esperando en una parada a que llegue el autobús, contar el número de efectos que hay dentro de las cajas de un supermercado, sacar una carta para apuntar sobre qué número se coloca la bola, etc., son ejemplos de experimentos aleatorios.



Los fenómenos aleatorios presentan las siguientes características que los definen:

- 1º Es conocido el conjunto de posibles resultados.
- 2º No puede predecirse el resultado que va a obtenerse en la realización de un experimento asociado al fenómeno aleatorio.

El conjunto de los posibles resultados se llama **espacio muestral**, y cada resultado es un **resultado elemental**.

A cualquier conjunto de resultados elementales se le llama **resultado compuesto o suceso**.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

De nuevo fomentar aportaciones de los alumnos sobre fenómenos aleatorios o deterministas.

(Autonomía e iniciativa personal)

► Pág. 263.

TEMA 14

EJEMPLOS

1 Tiramos una moneda al aire. Aunque sabemos que uno día los posibles resultados elementales, cara y cruz, no sabemos a priori qué resultado concreto aparecerá. El espacio muestral es, por tanto, el conjunto $\{\text{cara}, \text{cruz}\}$.

2 Si lanzamos una moneda al aire dos veces, ¿cuál será su espacio muestral?

Cuando el experimento se repite dos veces o más podemos utilizarlos de un conjunto para obtener el espacio muestral, observamos:

$E = \{(\text{cara}, \text{cara}), (\text{cara}, \text{cruz}), (\text{cruz}, \text{cara}), (\text{cruz}, \text{cruz})\}$

3 En una urna hay tres bolas, con los números 1, 2 y 3, sacamos una bola observamos el número y la devolvemos, sacamos otra y realizamos la misma operación. ¿cuál es su espacio muestral?

$E = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$

EJERCICIOS

1 Clasifica los siguientes fenómenos en aleatorios y deterministas:

- Tiempo que tarda en caer una pelota de tenis al soltarla a dos metros del suelo.
- Porcentaje de votos obtenido por un determinado partido en unas elecciones.
- Beneficios mensuales obtenidos por una empresa.
- Temperatura a la que empieza a hervir el agua.
- Resultados en una probeta: ácido clorhídrico y sosa cáustica, para observar el resultado.
- Número de accidentes de circulación que se producen los fines de semana en un tramo de carretera.
- Resultado de un partido de fútbol.

2 Indica el espacio muestral asociado a los siguientes fenómenos aleatorios:

- Lanzar un dado de parchís.
- Obtener un naipe de una baraja española.
- Obtener un naipe de una baraja española para anotar el palo al que pertenece.
- Obtener un naipe de una baraja española para comprobar si es o no una figura.
- Elegir al azar un número del 1 al 10.

- e) Juntar, en una probeta, ácido clorhídrico y sosa cáustica, para observar el resultado.

Determinista

- f) Número de accidentes de circulación que se producen los fines de semana en un tramo de carretera.

Aleatorio

- g) Resultado de un partido de fútbol.

Aleatorio

2. Indica el espacio muestral asociado a los siguientes fenómenos aleatorios:

- Lanzar un dado de parchís.
- Obtener un naipe de una baraja española.
- Obtener un naipe de una baraja española para anotar el palo al que pertenece.
- Obtener un naipe de una baraja española para comprobar si es o no una figura.
- Elegir al azar un número del 1 al 10.
 - $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
 - $\{\text{as de oros}, 2 \text{ de oros}, \dots, \text{rey de oros}, \text{as de copas}, 2 \text{ de copas}, \dots, \text{rey de copas}, \text{as de espadas}, 2 \text{ de espadas}, \dots, \text{rey de espadas}, \text{as de bastos}, 2 \text{ de bastos}, \dots, \text{rey de bastos}\}$, en total, 40 resultados elementales;
 - $\{\text{oros}, \text{copas}, \text{espadas}, \text{bastos}\}$;
 - $\{\text{figura}, \text{no figura}\}$;
 - $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

SOLUCIONARIO

1. Clasifica los siguientes fenómenos en aleatorios o deterministas:

- a) Tiempo que tarda en caer una pelota de tenis al soltarla a dos metros del suelo.

Determinista

- b) Porcentaje de votos obtenido por un determinado partido en unas elecciones.

Aleatorio

- c) Beneficios mensuales obtenidos por una empresa.

Aleatorio

- d) Temperatura a la que empieza a hervir el agua.

Determinista

► Pág. 264. 3 Tablas de frecuencias

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

3 Tablas de frecuencias

Al tirar un dado del juego 30 veces se ha obtenido:

Cara del dado	$n_i = n^{\circ}$ de veces que aparece la cara al tirar el dado
1	7
2	5
3	4
4	6
5	3
6	5
Total de tiradas del dado	$N = 30$

El número de veces que se repite cada resultado es su **frecuencia absoluta**. Así, por ejemplo, 7 es la frecuencia absoluta del 1.

La tabla que hemos construido se llama **tabla de frecuencias** asociada al experimento "tirar 30 veces un dado de juego". Esta tabla se completa con la columna de **frecuencias relativas**. La frecuencia relativa de un resultado es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de veces que se repite el experimento. Se escribe:

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

En muchas ocasiones la frecuencia relativa suele expresarse en **tanto por ciento** o **porcentaje** multiplicándola por 100. La tabla de frecuencias se completa así con dos columnas adicionales, incluyendo estas dos últimas columnas:

Cara del dado	Frecuencia absoluta n_i	Frecuencia relativa f_i	Porcentaje $\% = 100 \cdot f_i$
1	7	$7/30 = 0,233$	23,3
2	5	$5/30 = 0,166$	16,6
3	4	$4/30 = 0,133$	13,3
4	6	$6/30 = 0,200$	20,0
5	3	$3/30 = 0,100$	10,0
6	5	$5/30 = 0,166$	16,6
$N = 30$		1	100

La tabla de frecuencias es el instrumento utilizado para presentar los datos de un experimento o fenómeno. Las frecuencias de un conjunto de datos.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Hacer ver la diferente información que ofrece una frecuencia absoluta de una relativa. La información que ofrece el dato de que en una ciudad hay veinte personas que miden más de 210 cm., queda complementada cuando se conoce el número de habitantes de la ciudad.

La experimentación en el aula ayuda a consolidar estos conceptos.

► Pág. 265.

TEMA 14

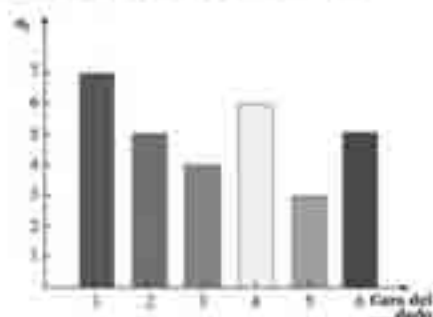
En la tabla de frecuencias anterior puedes observar que:

- la suma de todas las frecuencias absolutas es el número total de casos que has repetido el experimento
- la suma de todas las frecuencias relativas es siempre 1
- la suma de todos los porcentajes es 100

Estos tres resultados te servirán para comprobar si has construido correctamente una tabla de frecuencias.

Según la naturaleza de los datos, una tabla de frecuencias puede acompañarse de un gráfico que proporcione una idea visual de su contenido. En general, puede utilizarse el diagrama de barras o el de sectores.

El diagrama de barras que corresponde a las frecuencias absolutas de la tabla de frecuencias anterior es:



El de sectores es:



La hoja de cálculo EXCEL, permite obtener gráficos asociados a tablas de frecuencias. En su barra de herramientas, situada en la parte superior, apareciendo las instituciones del mismo gráfico, puedes elegir los diagramas de barras y de sectores absolutos en la cantidad anterior.



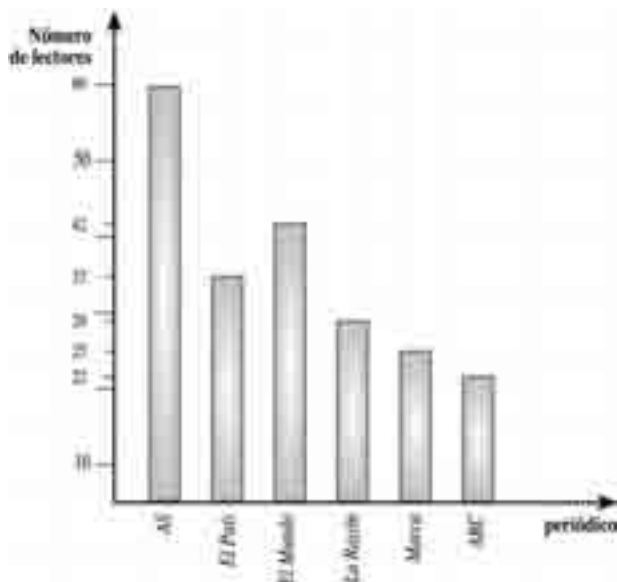
Si sumas las alturas de los rectángulos de un diagrama de barras, la longitud resultante se llama **polígono de frecuencias**.

► Pág. 266.

SOLUCIONARIO

3. Se ha realizado una encuesta a 213 lectores de periódicos, acerca de cuál es el periódico preferido. De los entrevistados, 60 manifiestan su preferencia por el *As*, 35 por *El País*, 42 por *El Mundo*, 29 por *La Razón*, 25 por *Marca* y 22 por el *ABC*. Confecciona la correspondiente tabla de frecuencias, explicitando tanto las frecuencias absolutas como las relativas y el %. Representa la tabla mediante un diagrama de barras y un diagrama de sectores. ¿Qué porcentaje de lectores leen periódicos deportivos?

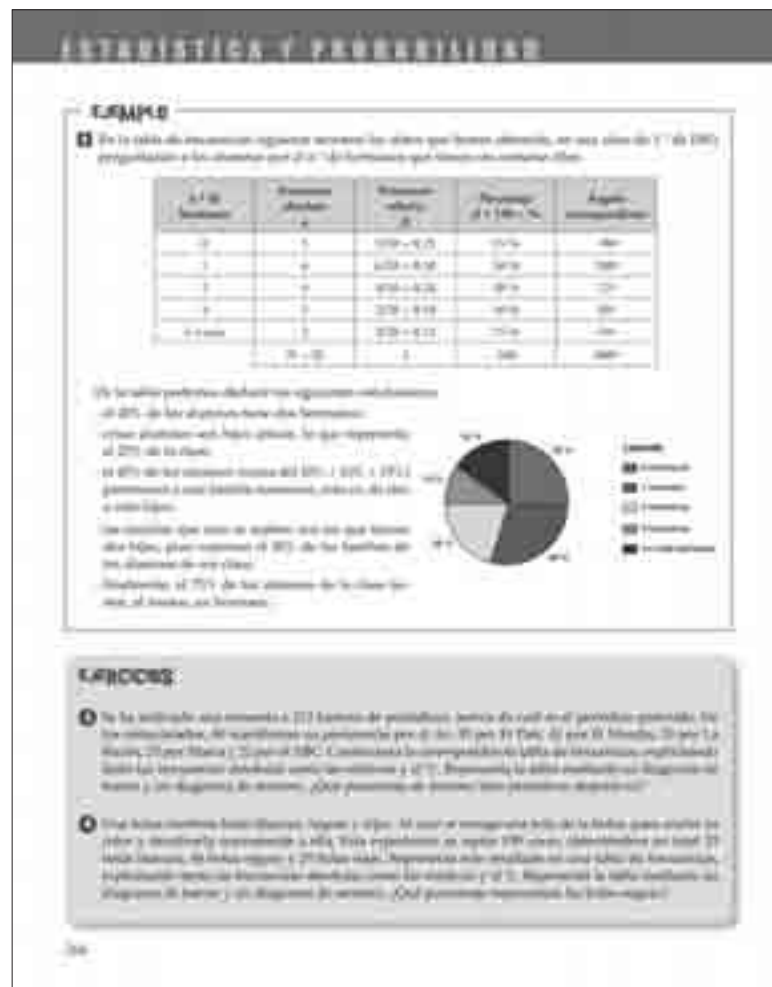
Periódico	n_i	f_i	%
<i>As</i>	60	0,28	28%
<i>El País</i>	35	0,16	16%
<i>El Mundo</i>	42	0,20	20%
<i>La Razón</i>	29	0,14	14%
<i>Marca</i>	25	0,12	12%
<i>ABC</i>	22	0,10	10%
	213	1	100%



$$\text{As: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 60 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 60}{213} = 101,4^\circ$$

$$\text{El País: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 35 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 35}{213} = 59,2^\circ$$

$$\text{El Mundo: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 42 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 42}{213} = 70,9^\circ$$



$$\text{La Razón: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 29 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 29}{213} = 49,0^\circ$$

$$\text{Marca: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 25 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 25}{213} = 42,3^\circ$$

$$\text{ABC: } \begin{array}{rcl} 360^\circ & \text{---} & 213 \\ x & \text{---} & 22 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 22}{213} = 37,2^\circ$$

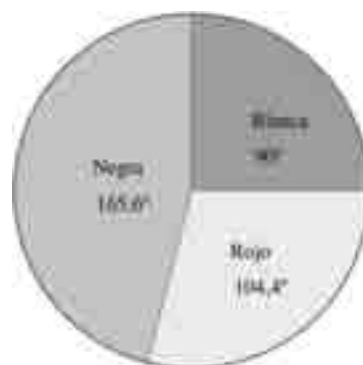


As (28%) + *Marca* (12%) = 40% es el porcentaje de lectores de periódicos deportivos.

► Pág. 267. 4 La ley de la estabilidad de las frecuencias relativas

Color	Porcentaje (%)
Blanco	20
Negro	60
Rojo	20

$$\begin{array}{r|l} \text{Rojo: } 360^\circ & \text{--- } 100 \\ x & \text{--- } 29 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 29}{100} = 104,4^\circ \right.$$



5. En la ciudad de Valencia hay cuatro líneas de metro, el porcentaje de usuarios viene dado por la tabla siguiente:

Líneas	% de viajeros
1	19%
3	63%
4	5%
5	13%

¿Qué porcentaje de viajeros utilizan la línea 1?

elegida al azar utilice la línea 5.

b) la línea 1 la utiliza el 19% de viajeros.

Color	n_i	f_i	%
Blanco	25	0,25	25%
Negro	46	0,46	46%
Rojo	29	0,29	29%
	100	1	100%

► Pág. 269. Ejercicios

TEMA 14

EJERCICIOS

6. Clasifica en variable o atributo las siguientes características que corresponden a la población de alumnos de un instituto:

- Edad.
- Afición o hobby.
- Horas diarias que ven la TV.
- Club de fútbol del que son aficionados.
- Barrio de residencia.
- Número de días en los que ha faltado a clase.

7. Una clase de 1º de ESO ha realizado la votación de delegado. Se han presentado 5 candidatos. Aurora ha obtenido 12 votos, Gonzalo y Emilio han empatado con 3 votos, Juan fue el segundo con 7 votos y Merche consiguió 5 votos. Expresa estos resultados mediante:

- Una tabla de frecuencias.
- Un diagrama de barras.
- Un diagrama de sectores.

8. El primer de Matemáticas ha conseguido que de los 200 alumnos de su curso el 27% de los alumnos han conseguido el primer premio, el 37% lo ha quedado el 12% ha obtenido notable y el resto los alumnos no obtuvieron. Con esta datos:

- Construye la tabla de frecuencias de la característica obtenida en el examen, con valores de las frecuencias absolutas y relativas.
- Dibaja el gráfico de sectores correspondiente.
- En función de esta información, ¿qué probabilidad significa a que un compañero de primera haya sido este estudiante?

9. El tercer de Matemáticas ha realizado los siguientes resultados: 4,2,3,2,1,3,9,4,5,6,6,2,4,9,1,5,2,9,5,4,6.

- Construye la tabla de frecuencias correspondiente, con valores de las frecuencias absolutas y relativas.
- Dibaja el diagrama de barras correspondiente.

10. El profesor de los tres primeros cursos en las Olimpiadas de Europa de Matemáticas celebradas en Garmisch en 2006, los siguientes datos:

- Has la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de oro.
- Dibaja el diagrama de barras correspondiente.
- Dibaja el gráfico de sectores correspondiente.

11. Con los datos del Medallero de los tres primeros países en las Olimpiadas de Europa de Matemáticas celebradas en Garmisch en 2006:

- Has la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de oro.
- Dibaja el diagrama de barras correspondiente.
- Dibaja el gráfico de sectores correspondiente.

12. Con los datos del Medallero de los tres primeros países en las Olimpiadas de Europa de Matemáticas celebradas en Garmisch en 2006:

- Has la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de oro.
- Dibaja el diagrama de barras correspondiente.
- Dibaja el gráfico de sectores correspondiente.

13. Los resultados de 30 jugadores en un torneo de tenis fueron los siguientes: 7,3,4,7,4,5.

- Construye la tabla de frecuencias correspondiente, con valores de las frecuencias absolutas y relativas.
- Dibaja el diagrama de barras correspondiente.

SOLUCIONARIO

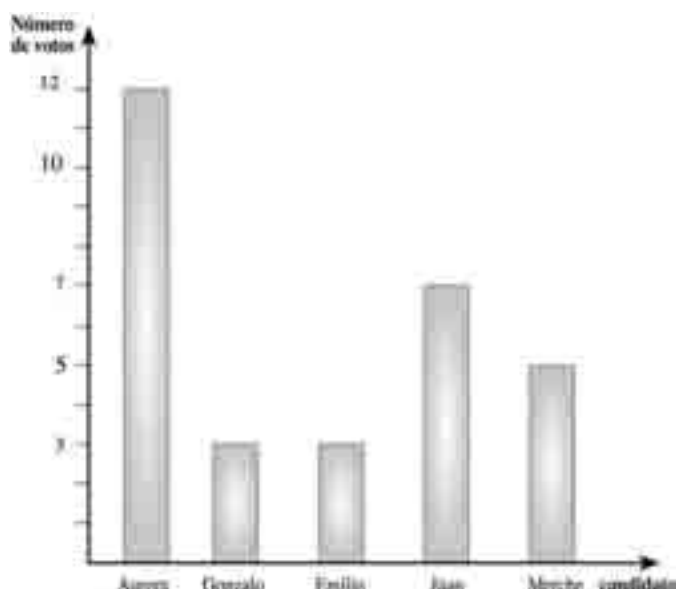
6. Clasifica en variable o atributo las siguientes características que corresponden a la población de alumnos de un instituto:

- Edad. Variable
- Afición o hobby. Atributo
- Horas diarias que ven la TV. Variable
- Club de fútbol del que son aficionados. Atributo
- Barrio de residencia. Atributo
- Número de días en los que ha faltado a clase. Variable

7. Una clase de 1º de ESO ha realizado la votación de delegado. Se han presentado 5 candidatos. Aurora ha obtenido 12 votos, Gonzalo y Emilio han empatado con 3 votos, Juan fue el segundo con 7 votos y Merche consiguió 5 votos. Expresa estos resultados mediante:

- Una tabla de frecuencias.
- Un diagrama de barras.
- Un diagrama de sectores.

Candidato	n_i	f_i	%
Aurora	12	0,4	40%
Gonzalo	3	0,1	10%
Emilio	3	0,1	10%
Juan	7	0,23	23%
Merche	5	0,17	17%
	30	1	100%



c)

$$\begin{array}{l} \text{Aurora: } 360^\circ \text{ — } 30 \text{ votos} \\ x \text{ — } 12 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 12}{30} = 144^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Gonzalo y Emilio: } 360^\circ \text{ — } 30 \text{ votos} \\ x \text{ — } 3 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 3}{30} = 36^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Juan: } 360^\circ \text{ — } 30 \text{ votos} \\ x \text{ — } 7 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 7}{30} = 84^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Merche: } 360^\circ \text{ — } 30 \text{ votos} \\ x \text{ — } 5 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 5}{30} = 60^\circ \right.$$



8. El profesor de Matemáticas ha comentado que de los 200 alumnos de un instituto el 27% de los alumnos han suspendido el último examen, el 43% lo ha aprobado, el 22% ha obtenido notable y el resto ha alcanzado un sobresaliente. Con estos datos:

- Construye la tabla de frecuencias de la característica calificación obtenida en el examen, con expresión de las frecuencias absolutas y relativas.
- Dibuja el gráfico de sectores correspondiente.
- En ausencia de otra información, ¿qué probabilidad asignarías a que mi compañero de pupitre haya obtenido sobresaliente?

a)

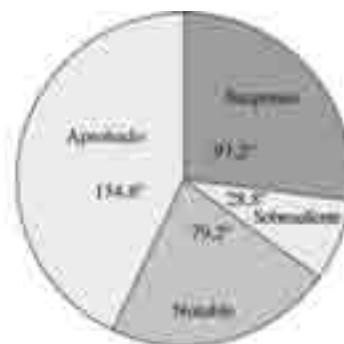
Calific.	n_i	f_i	%
Suspenso	$200 \times 27/100 = 54$	0,27	27%
Aprobado	$200 \times 43/100 = 86$	0,43	43%
Notable	$200 \times 22/100 = 44$	0,22	22%
Sobresaliente	$200 \times 8/100 = 16$	0,08	$100 - (27+43+22) = 8\%$
	200	1	100%

- Suspenso: $360^\circ \text{ — } 200 \text{ alumnos}$
 $x \text{ — } 54$ $\left| \quad x = \frac{360^\circ \times 54}{200} = 97,2^\circ \right.$

Aprobado: $360^\circ \text{ — } 200 \text{ alumnos}$
 $x \text{ — } 86$ $\left| \quad x = \frac{360^\circ \times 86}{200} = 154,8^\circ \right.$

Notable: $360^\circ \text{ — } 200 \text{ alumnos}$
 $x \text{ — } 44$ $\left| \quad x = \frac{360^\circ \times 44}{200} = 79,2^\circ \right.$

Sobresaliente: $360^\circ \text{ — } 200 \text{ alumnos}$
 $x \text{ — } 16$ $\left| \quad x = \frac{360^\circ \times 16}{200} = 28,8^\circ \right.$



c) Asignaríamos como probabilidad el 0,08, que es la frecuencia relativa asociada al sobresaliente.

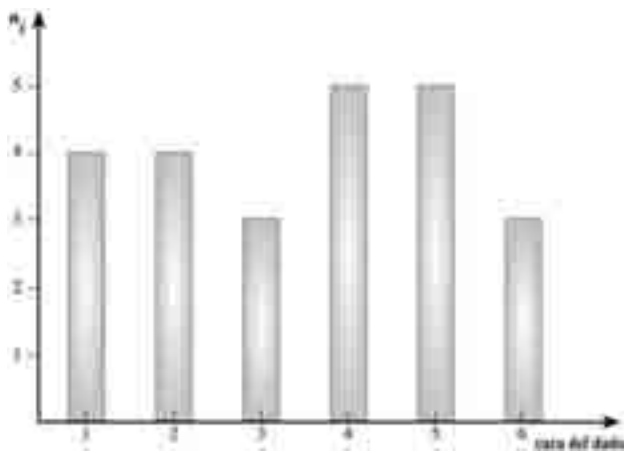
9. Al lanzar 24 veces un dado se han obtenido los siguientes resultados: 4 2 5 2 1 3 6 4 5 3 6 4 2 4 5 1 3 5 2 1 5 4 1 6.

- Construye la tabla de frecuencias correspondiente, con expresión de las frecuencias absolutas y relativas.
- Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

a)

Resultado	n_i	f_i
1	4	0,167
2	4	0,167
3	3	0,125
4	5	0,208
5	5	0,208
6	3	0,125
	24	1

b)



10. El medallero de los seis primeros países en los últimos Campeonatos de Europa de Atletismo celebrados en Gotemburgo en 2006 es el siguiente:

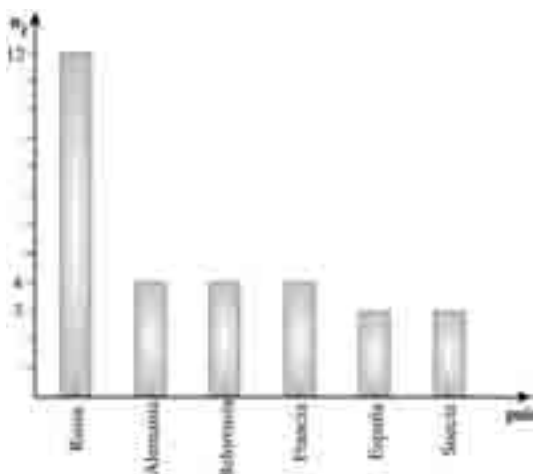
Posición	País	Oro	Plata	Bronce	Total
1	Rusia	12	12	10	34
2	Alemania	4	4	2	10
3	Bielorrusia	4	3	2	9
4	Francia	4	1	3	8
5	España	3	3	5	11
6	Suecia	3	1	2	6

a) Haz la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de oro.

b) Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

c) Dibuja el gráfico de sectores correspondiente.

País	n_i	f_i	%
Rusia	12	0,4	40%
Alemania	4	0,13	13,3%
Bielorrusia	4	0,13	13,3%
Francia	4	0,13	13,3%
España	3	0,1	10%
Suecia	3	0,1	10%
	30	1	100%



c)

$$\begin{array}{lcl} \text{Rusia: } 360^\circ & \text{---} & 30 \text{ medallas} \\ x & \text{---} & 12 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 12}{30} = 144^\circ \right.$$

Alemania, Bielorrusia y Francia:

$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{---} & 30 \\ x & \text{---} & 4 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 4}{30} = 48^\circ \right.$$

$$\begin{array}{lcl} \text{España y Suecia: } 360^\circ & \text{---} & 30 \\ x & \text{---} & 3 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 3}{30} = 36^\circ \right.$$



11. Con los datos del Medallero de los seis primeros países en Campeonatos de Europa de Atletismo celebrados en Gotemburgo en 2006 (ver ejercicio anterior):

a) Haz la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de plata.

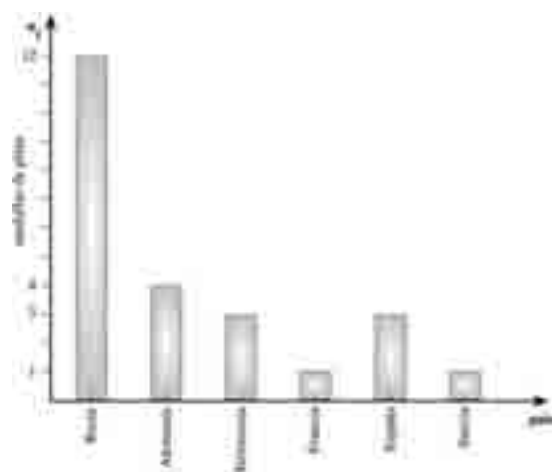
b) Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

c) Dibuja el gráfico de sectores correspondiente.

a)

País	n_i	f_i	%
Rusia	12	0,5	50%
Alemania	4	0,16	16,6%
Bielorrusia	3	0,125	12,5%
Francia	1	0,042	4,2%
España	3	0,125	12,5%
Suecia	1	0,042	4,2%
	24	1	100%

b)



c) Rusia: $360^\circ \text{ — } 24 \text{ medallas} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 12}{24} = 180^\circ \right.$

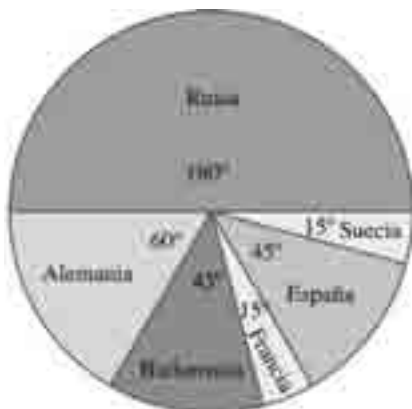
Alemania: $360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 4}{24} = 60^\circ \right.$

Bielorrusia y España:

$360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 3}{24} = 45^\circ \right.$

Francia y Suecia: $360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 1}{24} = 15^\circ \right.$

d)



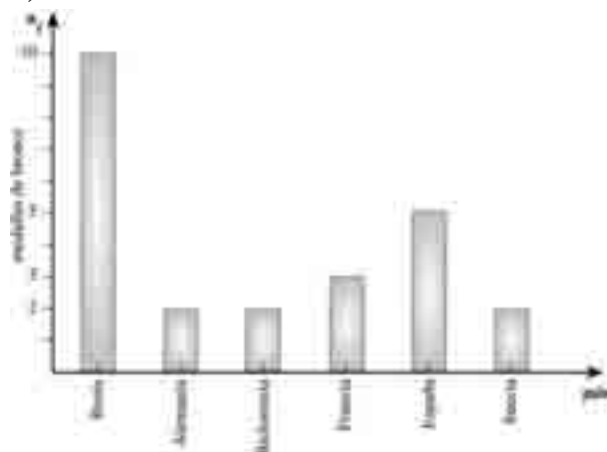
12. Con los datos del Medallero de los seis primeros países en los Campeonatos de Europa de Atletismo celebrados en Gotemburgo en 2006:

- Haz la tabla de frecuencias correspondiente al número de medallas de bronce.
- Dibuja el diagrama de barras correspondiente.
- Dibuja el gráfico de sectores correspondiente.

a)

País	n_i	f_i	%
Rusia	10	0,417	41,7%
Alemania	2	0,083	8,3%
Bielorrusia	2	0,083	8,3%
Francia	3	0,125	12,5%
España	5	0,209	20,9%
Suecia	2	0,083	8,3%
	24	1	100%

b)



c)

Rusia: $360^\circ \text{ — } 24 \text{ medallas} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 10}{24} = 150^\circ \right.$

Alemania, Bielorrusia y Suecia:

$360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 2}{24} = 30^\circ \right.$

Francia: $360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 3}{24} = 45^\circ \right.$

España: $360^\circ \text{ — } 24 \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 5}{24} = 75^\circ \right.$



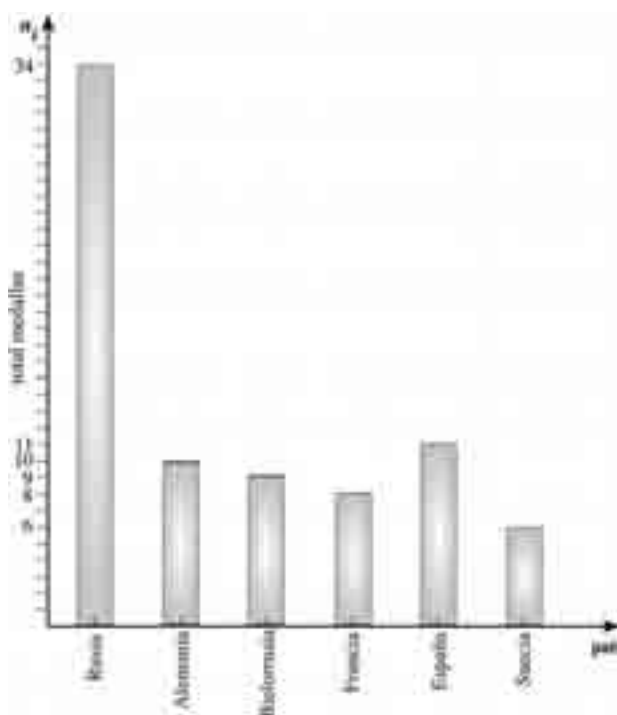
13. Con los datos del Medallero de los seis primeros países en los Campeonatos de Europa de Atletismo celebrados en Gotemburgo en 2006:

- Haz la tabla de frecuencias correspondiente al número total de medallas.
- Dibuja el diagrama de barras correspondiente.
- Dibuja el gráfico de sectores correspondiente.

a)

País	n_i	f_i	%
Rusia	34	0,436	43,6%
Alemania	10	0,128	12,8%
Bielorrusia	9	0,115	11,5%
Francia	8	0,103	10,3%
España	11	0,141	14,1%
Suecia	6	0,077	7,7%
	78	1	100%

b)



c)

$$\begin{array}{rcl} \text{Rusia: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 34 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 34}{78} = 156,9^\circ \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Alemania: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 10 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 10}{78} = 46,2^\circ \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Bielorrusia: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 9 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 9}{78} = 41,5^\circ \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Francia: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 8 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 8}{78} = 36,9^\circ \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \text{España: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 11 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 11}{78} = 50,8^\circ \right.$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Suecia: } 360^\circ & \text{---} & 78 \\ x & \text{---} & 6 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 6}{78} = 27,7^\circ \right.$$



14. Las puntuaciones de 30 alumnos en un examen de Matemáticas han sido: 5, 2, 4, 7, 6, 5, 1, 6, 9, 3, 8, 5, 6, 4, 7, 5, 6, 7, 3, 5, 6, 4, 7, 2, 9, 6, 5, 4, 10, 2.

a) Construye la tabla de frecuencias correspondiente.

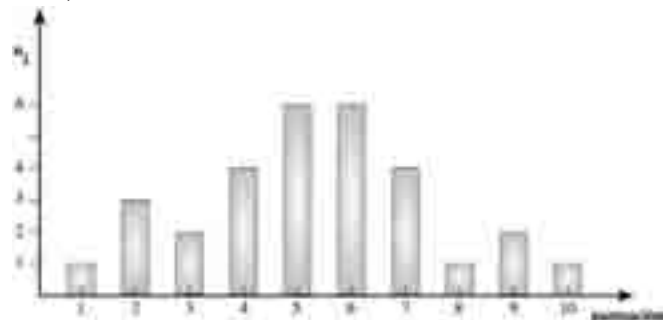
b) Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

c) Si se repitieran estas mismas notas en el próximo examen, ¿qué probabilidad asignarías a suspender?

a)

Puntuación	n_i	f_i	%
1	1	$0,0\hat{3}$	$3,3\%$
2	3	0,10	10,0%
3	2	$0,0\hat{6}$	$6,6\%$
4	4	$0,1\hat{3}$	$13,3\%$
5	6	0,20	20,0%
6	6	0,20	20,0%
7	4	$0,1\hat{3}$	$13,3\%$
8	1	$0,0\hat{3}$	$3,3\%$
9	2	$0,0\hat{6}$	$6,6\%$
10	1	$0,0\hat{3}$	$3,3\%$
	30	1	100%

b)



$$\text{c) Probabilidad suspender} = 0,0\hat{3} + 0,10 + 0,0\hat{6} + 0,1\hat{3} = 0,3$$

► Pág. 270. Ejercicios

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

4. Construye la tabla de frecuencias correspondiente.

5. Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

6. Si se reparten tres premios entre el primer, segundo y tercer participante, ¿qué probabilidad asignarías a cada uno?

7. Diez de mis compañeros de clase, entre los que me encuentro, percibimos una paga semanal de 10 €, otros cinco tienen una paga semanal de 15 €, mientras que 4 de mis compañeros tienen una paga de 8 € y otros seis de sólo 5 €.

8. Construye la tabla de frecuencias para la variable "paga semanal de los alumnos de mi clase".

9. Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

10. Si me he hecho recientemente amigo de un compañero de clase, ¿qué probabilidad asignarías a que percibiera una paga semanal de 5 €?

11. En un grupo de amigos, 7 de ellos son seguidores del Barcelona, 3 del Real Madrid, como tantos del Valencia como del Celta y finalmente como dos del Sevilla 2 son otros.

12. La correspondiente tabla de frecuencias.

13. El correspondiente diagrama de barras.

14. Construye la siguiente tabla de frecuencias para el grupo de los seguidores de 50 personas sobre una población de 100.

15. Construye la correspondiente tabla de frecuencias, representando las frecuencias absolutas y relativas.

16. ¿Qué probabilidad asignarías a la probabilidad por el caso?

17. Observa la siguiente tabla de frecuencias que se ha obtenido con un ordenador a 50 alumnos de 1º de ESO.

Temperatura (°C)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Porcentaje (%)
20	1	0,02	2%
25	1	0,02	2%
30	1	0,02	2%
35	1	0,02	2%
40	1	0,02	2%
45	1	0,02	2%
50	1	0,02	2%
55	1	0,02	2%
60	1	0,02	2%
65	1	0,02	2%
70	1	0,02	2%
75	1	0,02	2%
80	1	0,02	2%
85	1	0,02	2%
90	1	0,02	2%
95	1	0,02	2%
100	1	0,02	2%
Total	50	1	100%

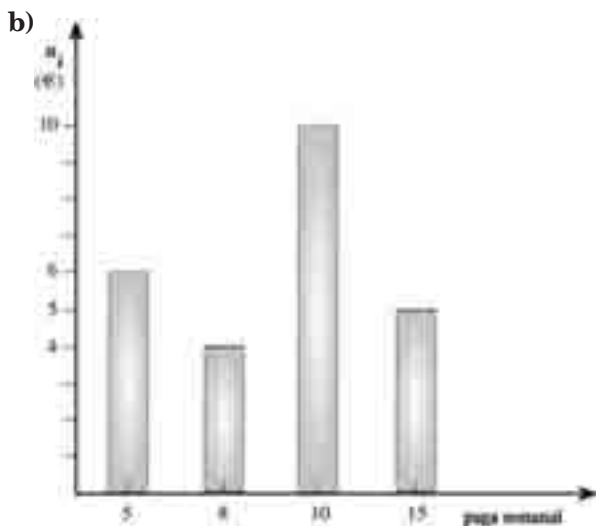
SOLUCIONARIO

15. Diez de mis compañeros de clase, entre los que me encuentro, percibimos una paga semanal de 10 €; otros cinco tienen una paga semanal de 15 €, mientras que 4 de mis compañeros tienen una paga de 8 € y otros seis de sólo 5 €.

- Construye la tabla de frecuencias para la variable "paga semanal de los alumnos de mi clase".
- Dibuja el diagrama de barras correspondiente.
- Si me he hecho recientemente amigo de un compañero de clase, ¿qué probabilidad asignarías a que percibiera una paga semanal de 5 €?

a)

Paga semanal	n_i	f_i	%
5 €	6	0,24	24%
8 €	4	0,16	16%
10 €	10	0,40	40%
15 €	5	0,20	20%
	25	1	100%



c) $f_{se} = 0,24$

16. En mi grupo de amigos, 3 de ellos son seguidores del Barcelona; 5 del Real Madrid, otros cuatro, del Valencia; yo, del Coruña y, finalmente, otros dos del Sevilla. Construye:

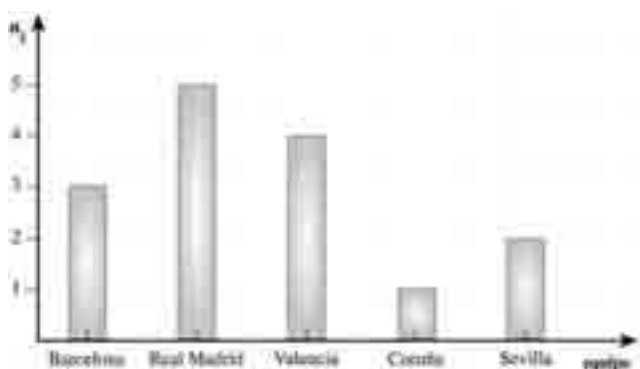
a) La correspondiente tabla de frecuencias.

b) El correspondiente diagrama de barras.

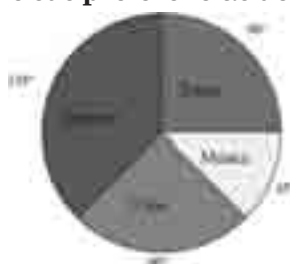
a)

Equipo	n_i	f_i	%
Barcelona	3	0,2	20,0 %
Real Madrid	5	0,3	33,3 %
Valencia	4	0,26	26,6 %
Coruña	1	0,06	6,6 %
Sevilla	2	0,13	13,3 %
	15	1	100 %

b)



17. Considera el siguiente diagrama de sectores obtenido a partir de las respuestas de 80 personas sobre sus preferencias de ocio:



a) Construye la correspondiente tabla de frecuencias, expresando las frecuencias absolutas y relativas.

b) ¿Qué probabilidad asignarías a la preferencia por el cine?

a)

Teatro y cine:

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \\ 90^\circ \text{ — } x \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{90^\circ \times 80}{360^\circ} = 20 \text{ personas} \right.$$

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \\ 135^\circ \text{ — } x \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{135^\circ \times 80}{360^\circ} = 30 \text{ personas} \right.$$

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \\ 45^\circ \text{ — } x \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{45^\circ \times 80}{360^\circ} = 10 \text{ personas} \right.$$

Preferencias	n_i	f_i	%
Teatro	20	0,25	25%
Deporte	30	0,375	37,5%
Cine	20	0,25	25%
Música	10	0,125	12,5%
	80	1	100%

b) $f_{cine} = 0,25$

18. Completa la siguiente tabla de frecuencias que se ha obtenido tras entrevistar a 50 alumnos de 1º de ESO:

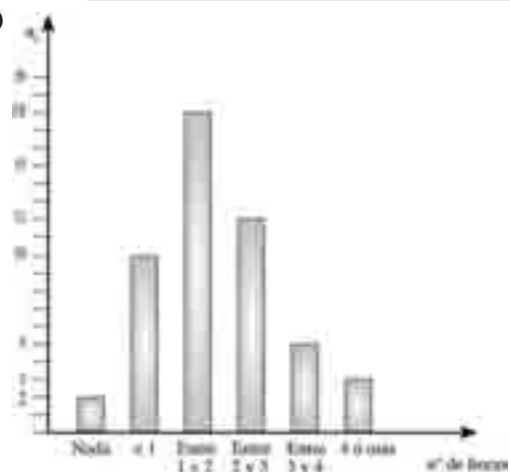
a) Completa la tabla.

b) Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

a)

Tiempo diario dedicado a ver la TV	Frec. absol.	Frec. relat.	Porcentaje %
Nada	2	$2/50 = 0,04$	$0,04 \times 100 = 4\%$
Menos de 1 hora	$0,20 \times 50 = 10$	0,20	$0,20 \times 100 = 20\%$
Entre 1 y 2 horas	$0,36 \times 50 = 18$	$36/100 = 0,36$	36%
Entre 2 y 3 horas	$0,24 \times 50 = 12$	0,24	$0,24 \times 100 = 24\%$
Entre 3 y 4 horas	5	$5/50 = 0,1$	$0,1 \times 100 = 10\%$
4 ó más horas	$0,06 \times 50 = 3$	$6/100 = 0,06$	6%
	50	1	100%

b)



19. Completa la siguiente tabla de frecuencias que recoge los periódicos preferidos por 25 lectores:

Periódico preferido	n_i	f_i	%
El Orbe	$0,2 \times 25 = 5$	0,2	20%
El Periódista	8	$8/25 = 0,32$	32%
Últimas Noticias	10	$10/25 = 0,4$	40%
Prensa Diaria	$25 - 5 - 8 - 10 = 2$	$2/25 = 0,08$	8%
	25	1	100%

20. Con referencia a la siguiente tabla de frecuencias, se pregunta:

- ¿cuántas veces se ha dado un valor igual o inferior a 3?
- ¿y un valor superior a 7, expresado en porcentaje?
- ¿cuál es la frecuencia relativa correspondiente a un número de asistencias al cine comprendida entre 3 y 8?

Nº asistencias mensuales al cine	n_i	f_i	%
0	6	0,03	3
1	14	0,07	7
3	30	0,15	15
5	50	0,25	25
7	60	0,30	30
8	34	0,17	17
9	6	0,03	3
Total	200	1	100

- $6 + 14 + 30 = 50$ veces
- $17\% + 3\% = 20\%$
- $0,15 + 0,25 + 0,30 + 0,17 = 0,87$

► Pág. 271. Ejercicios

TEMA 14

21. Completa la tabla de frecuencias siguiente, que corresponde a la distribución del número de automóviles vendidos durante el último mes por los 10 agentes comerciales de un concesionario, con las frecuencias relativas y porcentajes.

x : número de automóviles vendidos	n_i y n° agentes
6	2
8	3
9	3
10	1
143	1
Total	10

22. En un estudio sobre 25 viviendas, cada una se reparte el número de viviendas en cada una de ellas en el siguiente: 8, 2, 5, 1, 1, 2, 2, 3, 6, 5, 4, 2, 3, 5, 6, 5, 3, 2, 1, 5, 4, 2, 5, 3.

1) Representa la información en una tabla, explicando los términos estadísticos relativos y porcentajes.

2) Elabora el diagrama de barras correspondiente.

23. Se ha preguntado por el número de hijos que tienen padres fumadores. Se reparten así los siguientes: 1, 5, 6, 6, 1, 3, 1, 10, 2, 2, 6, 4, 1, 5, 2.

1) Representa la información en una tabla, explicando los términos estadísticos relativos y porcentajes.

2) Elabora el diagrama de barras correspondiente.

24. Se ha realizado sobre la frecuencia de los estados que presentan en un hotel el uso de agua del último año los siguientes datos:

Utilización	n_i
Exhaustiva	215
Alta	110
Normal	175
Baja	50
Muy baja	30
Uso no explotado	45
Total de visitas	725

Elabora los correspondientes diagramas de barras y de sectores.

25. Los datos estadísticos sobre los gastos de los estudiantes de la Universidad de Valencia se reparten en la siguiente forma: (frecuencia absoluta de 100 estudiantes)

Tipos de gastos	f_i
Los gastos	0,10
Gastos personales	0,25
Indicadores	0,40
Trabajo universitario	0,15
Total	1

1) Completa la tabla anterior, explicando los términos estadísticos y porcentajes.

2) Elabora el diagrama de barras correspondiente.

26. Considera el siguiente diagrama de barras que corresponde al número de viviendas de tipo A las que han sido construidas en cada provincia de España.

1) Completa la correspondiente tabla de frecuencias, explicando los términos estadísticos, relativos y porcentajes.

2) Se ha realizado un estudio sobre los gastos de los estudiantes de la Universidad de Valencia que se reparten en la siguiente forma: (frecuencia absoluta de 100 estudiantes)

27. El porcentaje que reparte los 100 estudiantes de un hotel que han gastado los siguientes datos se reparten en el siguiente diagrama de barras:

28. Los siguientes datos sobre los gastos de los estudiantes de la Universidad de Valencia se reparten en la siguiente forma: (frecuencia absoluta de 100 estudiantes)

SOLUCIONARIO

21. Completa la tabla de frecuencias siguiente, que corresponde a la distribución del número de automóviles vendidos durante el último mes por los 10 agentes comerciales de un concesionario, con las frecuencias relativas y porcentajes:

x = autom. vendidos	n_i = nº de agentes	f_i	%
6	2	$0,2 = 2/10$	$0,2 \times 100 = 20\%$
8	3	$0,3 = 3/10$	$0,3 \times 100 = 30\%$
9	3	$0,3 = 3/10$	$0,3 \times 100 = 30\%$
10	1	$0,1 = 1/10$	$0,1 \times 100 = 10\%$
143	1	$0,1 = 1/10$	$0,1 \times 100 = 10\%$
	10	1	100%

22. Un edificio consta de 25 viviendas, todas ellas ocupadas. El número de residentes en cada una de ellas es el siguiente: 3, 2, 4, 5, 1, 2, 2, 5, 6, 3, 4, 2, 3, 4, 4, 5, 3, 2, 2, 1, 3, 4, 2, 5, 6.

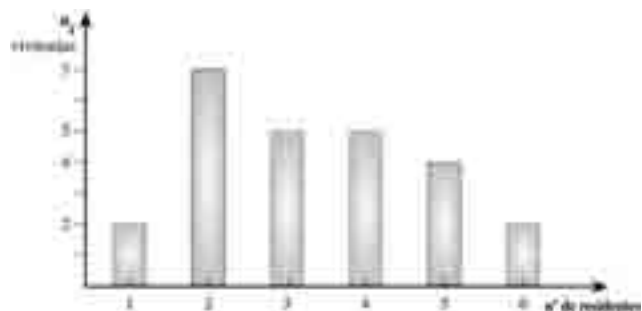
a) Expresa la información en una tabla, explicando las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes.

b) Dibuja el diagrama de barras correspondiente.

a)

$x = n^{\circ}$ resid.	$n_i = n^{\circ}$ de viviendas	f_i	%
1	2	$2/25 = 0,08$	$0,08 \times 100 = 8\%$
2	7	$7/25 = 0,28$	$0,28 \times 100 = 28\%$
3	5	$5/25 = 0,2$	$0,2 \times 100 = 20\%$
4	5	$5/25 = 0,2$	$0,2 \times 100 = 20\%$
5	4	$4/25 = 0,16$	$0,16 \times 100 = 16\%$
6	2	$2/25 = 0,08$	$0,08 \times 100 = 8\%$
	25	1	100%

b)



23. Se ha preguntado por el número de hijos que tienen quince matrimonios. Sus respuestas son las siguientes: 1, 2, 0, 0, 2, 3, 1, 0, 2, 2, 0, 4, 1, 3, 2.

a) Expresa la información en una tabla, explicando las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes.

b) Dibuja el diagrama de sectores correspondiente.

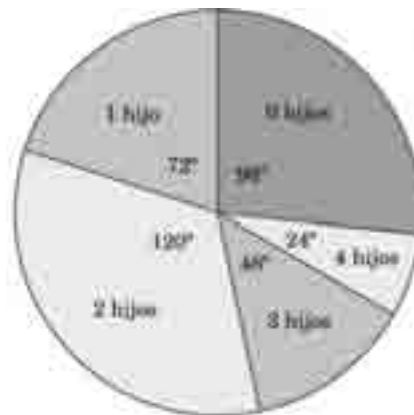
a)

$x = n^{\circ}$ hijos	$n_i = n^{\circ}$ matrim.	f_i	%
0	4	$4/15 = 0,2\hat{6}$	$0,2\hat{6} \times 100 = 26,6\%$
1	3	$3/15 = 0,2$	$0,2 \times 100 = 20\%$
2	5	$5/15 = 0,3\hat{3}$	$0,3\hat{3} \times 100 = 33,3\%$
3	2	$2/15 = 0,1\hat{3}$	$0,1\hat{3} \times 100 = 13,3\%$
4	1	$1/15 = 0,0\hat{6}$	$0,0\hat{6} \times 100 = 6,6\%$
	15	1	100%

b)

0 hijos: 360° — 15 matrimonios	$x = \frac{360^{\circ} \times 4}{15} = 96^{\circ}$
x — 4	
1 hijo: 360° — 15 matrimonios	$x = \frac{360^{\circ} \times 3}{15} = 72^{\circ}$
x — 3	
2 hijos: 360° — 15 matrimonios	$x = \frac{360^{\circ} \times 5}{15} = 120^{\circ}$
x — 5	
3 hijos: 360° — 15 matrimonios	$x = \frac{360^{\circ} \times 2}{15} = 48^{\circ}$
x — 2	
4 hijos: 360° — 15 matrimonios	$x = \frac{360^{\circ} \times 1}{15} = 24^{\circ}$
x — 1	

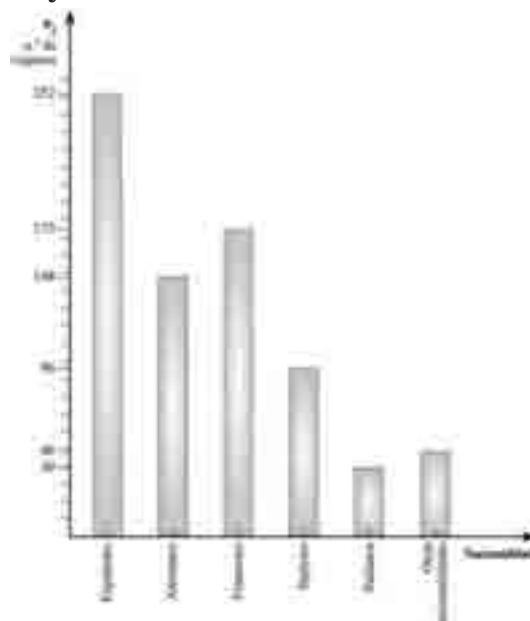
c)



24. En un estudio sobre la nacionalidad de los viajeros que pernoctaron en un hotel el mes de agosto del último año fue el siguiente:

Nacionalidad	n_i
Espanoles	252
Alemanes	148
Franceses	175
Ingleses	96
Italianos	39
Otras nacionalidades	48
Total de viajeros	758

Dibuja los correspondientes diagramas de barras y de sectores.



$$\begin{array}{l} \text{Españoles: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 252 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 252}{758} = 120^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Alemanes: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 148 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 148}{758} = 70^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Franceses: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 175 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 175}{758} = 83^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Ingleses: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 96 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 96}{758} = 45^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Italianos: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 39 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 39}{758} = 19^\circ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Otras: } 360^\circ \text{ — } 758 \text{ viajeros} \\ x \text{ — } 48 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 48}{758} = 23^\circ \right.$$



25. Unos almacenes comerciales tienen una plantilla de 80 trabajadores. El Departamento de Recursos Humanos analiza el nivel de estudios que poseen, obteniéndose la siguiente distribución de frecuencias relativas:

Nivel académico	f_i
Sin estudios	0,10
Estudios primarios	0,25
Bachillerato	0,50
Título universitario	0,15
Total	1

a) Completa la tabla anterior, explicitando las frecuencias absolutas y porcentajes.

b) Dibuja el diagrama de sectores correspondiente.

a)

Nivel académico	n_i trabajadores	f_i	%
Sin estudios	$0,1 \times 80 = 8$	0,10	$0,1 \times 100 = 10\%$
Estudios primarios	$0,25 \times 80 = 20$	0,25	$0,25 \times 100 = 25\%$
Bachillerato	$0,50 \times 80 = 40$	0,50	$0,50 \times 100 = 50\%$
Título universitario	$0,15 \times 80 = 12$	0,15	$0,15 \times 100 = 15\%$
	80	1	100%

b)

Sin estudios:

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \text{ trabajadores} \\ x \text{ — } 8 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 8}{80} = 36^\circ \right.$$

Estudios primarios:

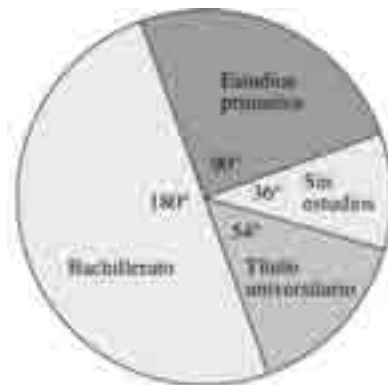
$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \text{ trabajadores} \\ x \text{ — } 20 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 20}{80} = 90^\circ \right.$$

Bachillerato:

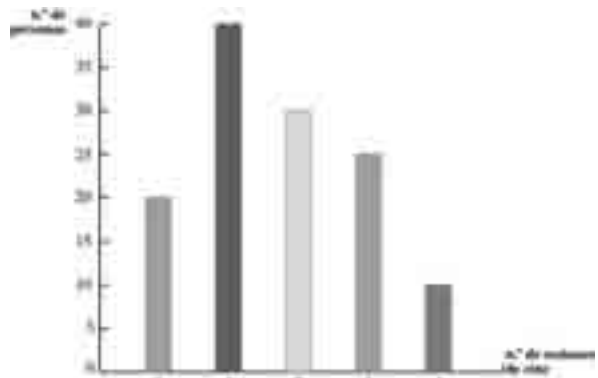
$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \text{ trabajadores} \\ x \text{ — } 40 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 40}{80} = 180^\circ \right.$$

Título universitario:

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 80 \text{ trabajadores} \\ x \text{ — } 12 \end{array} \quad \left| \quad x = \frac{360^\circ \times 12}{80} = 54^\circ \right.$$



26. Considera el siguiente diagrama de barras que corresponde al número de sesiones de cine a las que han asistido ciento veinte personas el último mes.



a) Construye la correspondiente tabla de frecuencias, expresando las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes.

b) Si de esas ciento veinte personas eliges a una al azar, ¿qué probabilidad asignarías a que haya asistido a cuatro sesiones de cine en el último mes?

a)

$x = n.º$ de sesion. cine	$n_i = n.º$ de personas	f_i	%
0	20	$20/125 = 0,16$	$0,16 \times 100 = 16\%$
1	40	$40/125 = 0,32$	$0,32 \times 100 = 32\%$
2	30	$30/125 = 0,24$	$0,24 \times 100 = 24\%$
3	25	$25/125 = 0,20$	$0,20 \times 100 = 20\%$
4	10	$10/125 = 0,08$	$0,08 \times 100 = 8\%$
	125	1	100%

b) $f_4 = 0,08$

27. El porcentaje que supone los 180 alumnos de un Instituto que han aprobado las Matemáticas en junio sobre el total de alumnos matriculados es del 56,25%. ¿Cuántos alumnos están matriculados ese curso en Matemáticas?

$$n = \frac{100 \times 180}{56,25} = 320$$

► Pág. 272. Ejercicios

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

28. El director de un colegio de una ciudad ha elaborado los datos siguientes de los nombres de los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana. ¿Qué porcentaje de niños ha puesto por los seis primeros nombres entre el total de nacidos?

Nombres	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

29. El director de un colegio de una ciudad ha elaborado los datos siguientes de los nombres de los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana. ¿Qué porcentaje de niños ha puesto por los seis primeros nombres entre el total de nacidos?

Nombres	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

30. El director de un colegio de una ciudad ha elaborado los datos siguientes de los nombres de los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana. ¿Qué porcentaje de niños ha puesto por los seis primeros nombres entre el total de nacidos?

Nombres	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

31. El director de un colegio de una ciudad ha elaborado los datos siguientes de los nombres de los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana. ¿Qué porcentaje de niños ha puesto por los seis primeros nombres entre el total de nacidos?

Nombres	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

32. El director de un colegio de una ciudad ha elaborado los datos siguientes de los nombres de los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana. ¿Qué porcentaje de niños ha puesto por los seis primeros nombres entre el total de nacidos?

Nombres	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

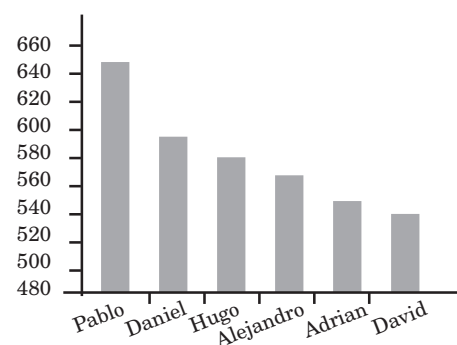
SOLUCIONARIO

28. Los seis nombres más repetidos entre los niños nacidos en el año 2009 en la Comunidad Valenciana aparecen en la tabla siguiente (fuente: Instituto Nacional de Estadística):

Nombre	nº de niños
Pablo	650
Daniel	595
Hugo	580
Alejandro	569
Adrian	553
David	542
Total seis primeros nombres	3489

- a) Construye el correspondiente diagrama de barras.
- b) Sabiendo que el total de niños valencianos nacidos en dicho año ascendió a 27057, ¿a qué porcentaje de niños les pusieron uno de esos seis primeros nombres sobre el total de nacidos?

a)



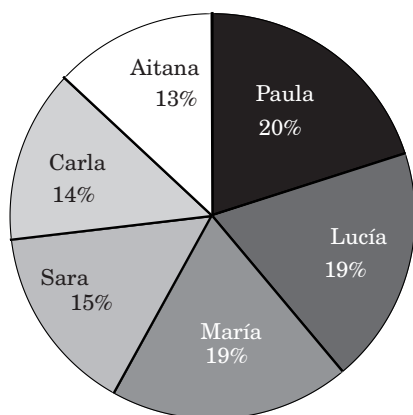
b) $\frac{3489}{27057} \times 100 = 12,9\%$

29. Los seis nombres más repetidos entre las niñas nacidas en el año 2009 en la Comunidad Valenciana aparecen en la tabla siguiente (fuente: Instituto Nacional de Estadística):

Nombre	nº de niñas
Paula	706
Lucia	688
Maria	674
Sara	531
Carla	513
Aitana	460
Total seis primeros nombres	3572

- a) Construye el correspondiente gráfico de sectores.
- b) Sabiendo que el total de niñas valencianas nacidas en dicho año ascendió a 25147, ¿qué porcentaje de niñas les pusieron uno de los tres primeros nombres sobre el total de nacidas?

a)



b) $\frac{706 + 688 + 674}{25147} \times 100 = \frac{2068}{25147} \times 100 = 8,2\%$

30. Teniendo en cuenta los datos de los ejercicios 28 y 29:

- a) ¿Qué probabilidad asignarías a nacer niño?
- b) ¿Y a nacer niña?
- c) ¿Podrías dar una explicación al resultado obtenido?

a) $P(\text{nacer niño}) = \frac{27057}{27057 + 25147} = 51,8\%$

b) $P(\text{nacer niña}) = \frac{25147}{27057 + 25147} = 48,2\%$

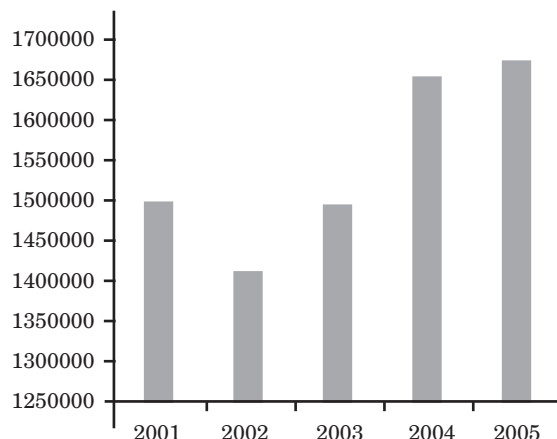
c) El resultado expresa un hecho demográfico muy conocido, la sobremasculinidad al nacimiento: nacen más niños que niñas. Pero la mayor mortalidad de aquellos hace que, aproximadamente hacia los 30 años, el número de hombres y mujeres supervivientes sea el mismo.

31. El número de turismos matriculados en España en el quinquenio de bonanza económica de 2001 a 2005 años fue:

2001	2002	2003	2004	2005
1498849	1408426	1492527	1653798	1676707

(Fuente: Dirección General de Tráfico)

Representa estos datos en un diagrama de barras.



32. El Centro Meteorológico de una ciudad ha clasificado los días atendiendo al hecho meteorológico más representativo de cada uno de ellos. Dispone de la información de los últimos veinte años. Los datos correspondientes a los días del mes de diciembre se recogen en la tabla siguiente:

METEORO	nº de días
Nieve	20
Lluvia	105
Niebla	15
Nuboso	210
Sol	270
TOTAL	620

- a) ¿Qué probabilidad asignarías a que un día de diciembre sea lluvioso?
- b) ¿Qué probabilidad asignarías a que un día de diciembre sea soleado?
- c) Entendiendo como día de tiempo desapacible los días con nieve, lluvia o niebla, ¿qué probabilidad asignarías a que un día de diciembre sea desapacible?

a) $P(\text{lluvioso}) = \frac{105}{620} = 0,169$

b) $P(\text{soleado}) = \frac{270}{620} = 0,435$

c) $P(\text{desapacible}) = \frac{20 + 105 + 15}{620} = \frac{140}{620} = 0,226$

33. La tabla siguiente recoge para los siete primeros países de destino, el valor, en millones de €, de las exportaciones de la Comunidad Valenciana (fuente: Instituto Valenciano de Estadística, Estadística de Comercio Exterior e intracomunitario, 2008):

País de destino	Exportaciones (millones €)
Francia	2835,40
Reino Unido	2201,97
Alemania	1851,71
Italia	1613,06
Portugal	1047,76
Rusia	756,31
Bélgica	700,23

Sabiendo que ese año el total de las exportaciones de la Comunidad Valenciana ascendieron a 19293,32 millones de €, contesta:

- En porcentaje, ¿cuánto suponen sobre el total de exportaciones las realizadas a esos siete primeros países?
- ¿Cuánto suponen, en porcentaje, las exportaciones realizadas a los tres primeros paí-

ses sobre las realizadas a los siete primeros países?

c) Representa en un diagrama de barras la información de la tabla anterior.

$$\text{a) } \frac{2385,40 + 2201,97 + 1851,71 + 1613,06 + 1047,76 + 756,31 + 700,23}{19293,32}$$

$$= \frac{11006,44}{19293,32} = 57,05\%$$

$$\text{b) } \frac{2835,40 + 2201,97 + 1851,71}{11006,44} = \frac{6889,08}{11006,44} = 62,59\%$$

