

17. La excursión al parque .....	106	22. Los últimos pesos.....	107
18. Jugando con la “x” .....	106	23. Memory algebraico.....	108
19. Las máquinas del Álgebra.....	107	24. Balanzas equivalentes .....	108
20. Los libros .....	107	25. Las reglas del álgebra.....	108
21. Los vagones.....	107	26. ¿Practicamos un poco?.....	109

## BLOQUE II: UN MUNDO PLANO

### TEMA 4: APRENDE MANIPULANDO

#### INTRODUCCIÓN

1. Diagonales.....	113
2. Sopa de letras.....	113

#### EL GEOPLANO. CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS. ÁREA Y PERÍMETRO

3. El geoplano .....	115
4. Clasificaciones .....	116
5. ¿Practicamos un poco?.....	117

#### POLIMINÓ Y TANGRAM. MÁS ÁREAS Y PERÍMETROS. DEL PLANO AL ESPACIO

6. Poliminós .....	118
7. El Tangram chino .....	118
8. ¿Practicamos un poco?.....	120

#### LIBRO DE ESPEJOS. POLÍGONOS REGULARES. ÁNGULO CENTRAL E INTERIOR

9. Libro de espejos .....	121
---------------------------	-----

10. Ángulos .....	122
11. ¿Practicamos un poco?.....	122

#### MOSAICOS Y POLÍGONOS ESTRELLADOS

12. Mosaicos .....	123
13. Polígonos en una circunferencia.....	124
14. ¿Practicamos un poco?.....	125

#### DIBUJA, RECORTA Y PEGA. ALGUNAS FÓRMULAS. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

15. Procesos .....	126
16. La línea perdida.....	126
17. El cuadrado perdido .....	126
18. Pliegos de papel.....	126
19. Circunferencia .....	126
20. Con regla y compás.....	126
21. Dos circunferencias.....	127
22. Círculos en una trama .....	128
23. Circunferencias .....	128
24. ¿Practicamos un poco?.....	128

### TEMA 5: PLANILANDIA: EL MUNDO EN UN PAPEL

#### DEL ESPACIO AL PLANO. ¿QUÉ ES UNA DISTANCIA?

1. El Sistema Solar .....	131
2. ¿El mapa engaña? .....	131
3. ¿Qué figuras son? .....	131
4. ¡Cuidado al mirar! .....	131
5. Puntos de vista.....	131
6. Curvas de nivel (lectura) .....	131
7. Cilindro mágico.....	132
8. Midiendo distancias.....	132
9. La Tierra vista desde el espacio .....	132
10. La proyección de Mercator (lectura) .....	132

#### ORIENTATE SOBRE UN PLANO

11. El parque de las estatuas .....	133
12. ¿Dónde están? .....	133
13. Planos y dibujos .....	133
14. Lee un plano .....	133
15. Descubrir las calles .....	134
16. El plano de la ciudad.....	134
17. L'Eixample .....	134
18. Un parque .....	134
19. ¿Dónde está? (I).....	134
20. ¿Dónde está? (II).....	134
21. Una ciudad mayor.....	135
22. Diseña tu urbanización (para trabajar en grupos).....	135

## BLOQUE III: EL MUNDO DE LA INFORMACIÓN

### TEMA 6: GRÁFICAS EN LA PRENSA

#### GRÁFICAS Y MÁS GRÁFICAS

1. Cansancio en profesorado y alumnado..... 139
2. La población española ..... 139
3. Alcohol y accidentes..... 139
4. Tiempo de cocción ..... 140
5. El agua: un bien escaso ..... 140
6. La selección de baloncesto ..... 140
7. Correr hasta reventar ..... 140
8. ¿Practicamos un poco?..... 140

#### GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

9. Presentación de la información..... 141
10. Estadísticas en la prensa ..... 141
11. De la gráfica a la información ..... 142
12. Y de la información a la gráfica..... 142
13. Diagrama de barras.  
    Polígonos de frecuencias ..... 142
14. Diagramas de sectores ..... 142
15. Elige la gráfica apropiada ..... 142
16. Hay otros tipos de gráficos ..... 143
17. ¿Practicamos un poco?..... 143

### TEMA 7: CONSTRUCCIÓN Y LECTURA DE GRÁFICAS

#### REPRESENTACIÓN Y LECTURA DE PUNTOS

1. El juego de los barquitos ..... 145
2. Barquitos matemáticos ..... 145
3. Tablas informativas..... 145
4. Localiza el tesoro..... 145
5. Posición geográfica..... 145
6. Socavón en la carretera ..... 146
7. Distancias sobre una recta..... 146
8. Distancias a dos puntos fijos..... 146
9. El radar ..... 146
10. Señala puntos ..... 146
11. Tablas de valores ..... 146
12. ¿Practicamos un poco?..... 147

#### REPRESENTACIÓN Y LECTURA DE SITUACIONES

13. Longitud y anchura de las hojas..... 148
14. Edad y altura..... 148
15. Esfuerzo y buenas notas ..... 148
16. El pie y el palmo ..... 148
17. Supresión de los pasos a nivel ..... 148
18. Antigüedad y precio ..... 149
19. Antigüedad/precio/ velocidad ..... 149
20. Personas para realizar un trabajo ..... 149
21. Alquiler de coches ..... 149
22. Lectura de un libro..... 149
23. Las gráficas nos engañan..... 149
24. ¿Practicamos un poco?..... 150

## **V. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y SOLUCIONARIO DE ACTIVIDADES**

## Introducción

Puede resultar extraño el título de este núcleo (**De los juegos a los números**) cuando en los currículos oficiales se habla de “**Números**” y de “**Álgebra**”. La explicación es muy sencilla. A lo largo de nuestros años de experiencia con alumnos de ESO (tanto en primero como en segundo ciclo) hemos llegado a la conclusión de que el aprendizaje de los números mediante un proceso repetitivo basado solamente en las destrezas no consigue los objetivos propuestos. Asimismo, el aprendizaje del Álgebra mediante codificaciones, variables y cálculos suele ser una fuente de conflictos de aprendizaje; si utilizamos los pasatiempos, balanzas y otras herramientas de aprendizaje más lúdico, podremos conseguir mejores resultados. El cambio continuo de la sociedad hace que el aprendizaje a partir de juegos, bien matemáticos, bien de ordenador, puede ayudarnos a conseguir dichos objetivos de una forma más agradable tanto para los alumnos y alumnas como para nosotros mismos.

A good mathematical joke is  
better and better mathematics  
than a dozen mediocre papers  
(J.E. Littlewood, A Mathematician's Miscellany).

¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática seria? Para muchos de los que ven la matemática desde fuera, ésta, mortalmente aburrida, nada tiene que ver con el juego. En cambio, para los más de entre los matemáticos, la matemática nunca deja totalmente de ser un juego, aunque además de ello pueda ser otras muchas cosas.

¿Se pueden utilizar los juegos matemáticos con provecho en la enseñanza? ¿De qué forma? ¿Qué juegos? ¿Qué objetivos pueden conseguirse a través de los juegos?

Los juegos tienen un carácter fundamental de pasatiempo y diversión. Para eso se han hecho y ese es el cometido básico que desempeñan. Por eso es natural que haya mucho recelo de su empleo en la enseñanza. “El alumno, –piensa–, se queda con el pasatiempo que, eso sí, le puede comer el coco totalmente y se olvida de todo lo demás. Para lo que se pretende, es una miserable pérdida de tiempo”.

Es un hecho frecuente que muchas personas que se declaran incapaces de toda la vida para la matemática, disfrutan intensamente con puzzles y juegos cuya estructura en poco difiere de la matemática. Existen en ellas claros bloqueos psicológicos que nublan su mente en cuanto se percatan de que una cuestión que se les propone, mucho más sencilla tal vez que el juego que practican, tiene que ver con la proporcionalidad directa.

En nuestra propuesta didáctica hemos planteado actividades estrictamente lúdicas, pasatiempos matemáticos, problemas sencillos de aplicación inmediata, problemas de resolución más compleja, sin olvidar, claro está la necesaria repetición de destrezas, que no podemos olvidar es un objetivo también importante. Pero nos gustaría que la propuesta didáctica en este núcleo (y en cualquier otro por supuesto) consiguiera animar al profesorado que siga este libro a una mayor utilización del juego como herramienta de aprendizaje.

En este núcleo recogemos de forma específica los contenidos referidos tanto al núcleo de Números como al de Álgebra. Los contenidos conceptuales (que respetan fielmente la programación oficial) que queremos conseguir son:

### Números naturales.

- Sistemas de numeración decimal.
- Jerarquía de las operaciones (presente en todo el campo numérico)

### Divisibilidad:

- Múltiplos y divisores. Números primos y compuestos.

### Criterios de divisibilidad.

#### Fracciones, decimales y porcentajes:

- Relaciones entre fracciones, decimales y porcentajes.
- Comparación y orden.
- Operaciones elementales. Redondeos.
- Cálculo con porcentajes habituales.

**Números enteros:**

- Números negativos.
- Representación de los números enteros.
- Operaciones elementales.

**Potencias de exponente natural. Raíces cuadradas exactas.****Las magnitudes y su medida (Las unidades monetarias no aparecerán como tema específico, sino que está como tema transversal).**

- El sistema métrico decimal y el SMD.

- Transformación de unidades de una misma magnitud.

**Magnitudes directamente proporcionales:**

- Magnitudes directamente proporcionales, inversamente proporcionales y no proporcionales.
- Razón y proporción.

**Simbolización:**

- Codificación.
- Obtención de valores numéricos en fórmulas sencillas.

Pero, también recogemos en este núcleo de forma transversal, los contenidos del currículo referidos a Probabilidad, ya que aparecen de la siguiente forma:

Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y comprobación mediante la realización de experiencias repetidas.

Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.

Considerar, por tanto, los campos numéricos, estadísticos, probabilísticos o algebraicos como compartimentos estancos hace que se pierda gran parte de la riqueza de las matemáticas. Por eso, en este núcleo hemos considerado tres grandes temas:

- **Jugando con los números.** Muchos de nuestros alumnos y alumnas, adecuadamente motivadas desde un principio, tal vez a través de esos mismos elementos lúdicos que están descargados del peso psicológico y de la seriedad temible de la matemática oficial, se mostrarán, ante las matemáticas, tan inteligentes como corresponde al éxito de su actividad en otros campos diferentes. Por ese motivo, el primer tema está planteado para acercarlos al mundo de las matemáticas desde una óptica más “amable”.
- **Jugando con la proporción y la medida.** En este tema, el papel del juego tal como lo entendemos pasa a un segundo término, pero sigue teniendo vigencia la filosofía de trabajar con actividades en las que probar, inventar, equivocarse, leer historias,... sea nuestro principal camino para conseguir los objetivos que pretendemos.
- **Números y letras.** Si bien en la programación oficial no se contempla el trabajo con ecuaciones, nosotros entendemos que el paso de trabajar con números a letras es un paso relativamente natural, siempre y cuando sigamos respetando la idea fundamental del aprendizaje no repetitivo. Lo anterior no es óbice para que se puedan empezar a plantear ecuaciones sencillas.

Como trabajo del núcleo, se les podría pedir que confeccionaran un dossier de prensa en el que aparecieran noticias relacionadas con los números, el azar y el lenguaje algebraico.

La adaptación que en nuestra propuesta didáctica hacemos de los contenidos oficiales es la siguiente:

**1. Jugando con los números**

- 1.1. Sistemas de numeración. Números naturales. Operaciones.
- 1.2. Prioridad de operaciones. Potencias y raíz cuadrada.
- 1.3. Números negativos.
- 1.4. Divisibilidad.
- 1.5. Fracciones, decimales y porcentajes.
- 1.6. Fracciones.
- 1.7. Decimales.
- 1.8. Porcentajes.

**2. Jugando con la proporción y la medida**

- 2.1. Situaciones de proporcionalidad.
- 2.2. Proporcionalidad directa. Razones y proporciones. Tanto por ciento y tanto por uno.
- 2.3. Lo medimos casi todo
- 2.4. La literatura y las unidades de medida.

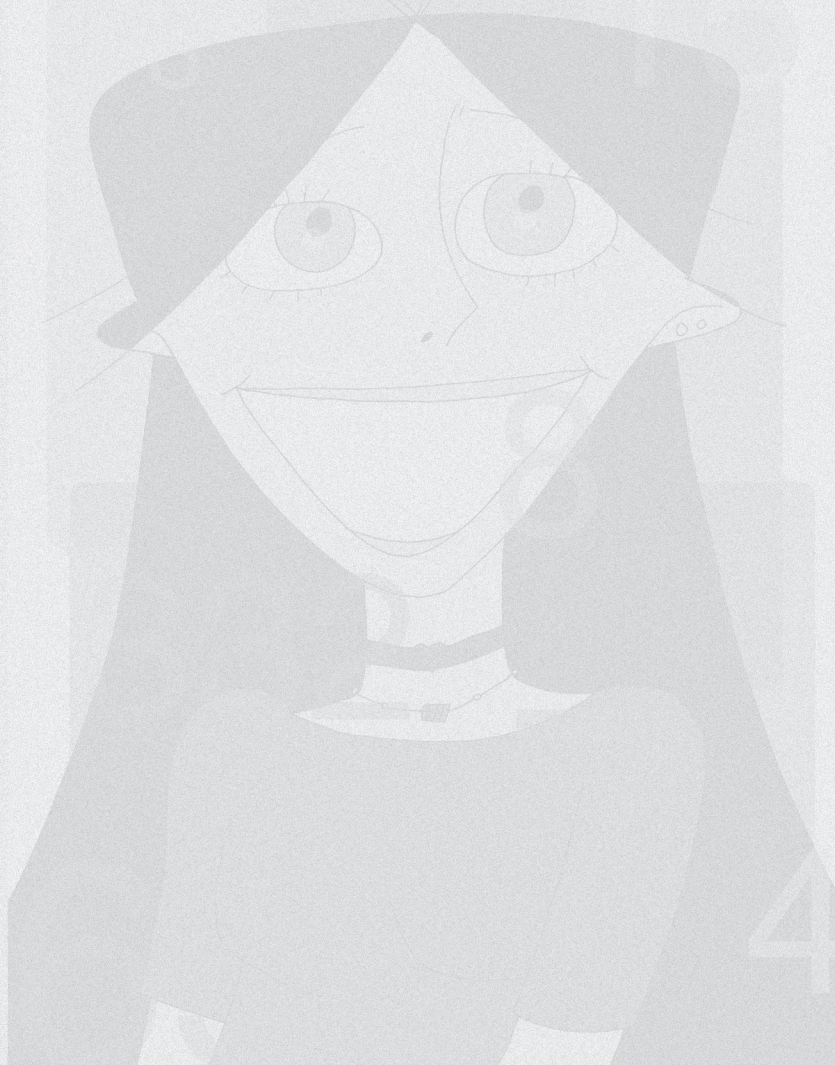
**3. Números y letras**

- 3.1. Codificación.
- 3.2. Ecuaciones. Estrategias de resolución.
- 3.3. El lenguaje algebraico. Introducción a las ecuaciones de 1<sup>er</sup> grado.



# 1\_ JUGANDO CON LOS NÚMEROS

**E**n la introducción del núcleo, ya se ha hecho suficiente hincapié en el **papel didáctico del juego**. Solamente nos queda añadir que en este tema, pretendemos conseguir que a través del juego los alumnos y alumnas se introduzcan, **conozcan y dominen mejor el mundo numérico; no solamente en el aspecto de las destrezas, sino también en el aspecto de estrategias y procedimientos de resolución**. Programas de ordenador como el “clic” pueden completar nuestro trabajo y conseguir para muchos de nuestros alumnos una motivación extra, así como una mayor autoestima. Nuestra propuesta sobre el orden de los subtemas que forman el tema completo es orientativa. Consideramos que es preferible ver antes los números negativos que trabajar con divisibilidad y con las fracciones, decimales y porcentajes. Igualmente, creemos que es conveniente hacer un estudio previo conjunto del trabajo con fracciones, decimales y porcentajes antes de un estudio más concreto; pero, en cualquier caso, es el profesor y los alumnos los que marcarán la posible secuenciación de contenidos.





# DESDE AHORA... SISTEMAS DE NUMERACIÓN. NÚMEROS NATURALES. OPERACIONES.

Este primer apartado sólo persigue **detectar capacidades y creatividad** en los alumnos mediante actividades totalmente lúdicas. No es, por tanto, el objetivo realizar todas las actividades, sino elegir aquéllas que nos parezcan más convenientes para nuestros propósitos. De hecho, se corre el riesgo de dedicar mucho tiempo a este punto debido a que el tipo de actividades suelen enganchar al alumnado (y esperamos que al profesorado).

Los contenidos que queremos ver son:

- Sistemas de numeración decimal, romano y binario.
- Propiedades de las operaciones con números.
- Propiedad distributiva de la multiplicación.
- “Sacar factor común”.
- División exacta e inexacta.
- Experimento determinista y experimento aleatorio.
- Probabilidad de un suceso.

Estos últimos conceptos no los trabajaremos de forma aislada, sino dentro del contexto del juego, ya que nos permiten y permitirán trabajar con fracciones, porcentajes, gráficos estadísticos,...

Pág. 17

## 1. ¿CÓMO ES POSIBLE?

Actividades introductorias sobre los conceptos que se quieren tratar, mediante actividades lúdicas.

### 1.1. “La mitad de doce es siete”



### 1.2. ¿Cómo se puede conseguir?

Muchos alumnos o alumnas proponen algo parecido a  $1 \times 1 = 1$ , que no se admite:



La solución correcta sería:



### 1.3. Los panes y los números

Muchas respuestas propuestas por el alumnado:



### 1.4. Cuentas poco claras

Es un problema de tipo lingüístico.

$$5 \times 4'20 + 4 = 25$$

### 1.5. ¡Vamos a pesar!

Se trata de trabajar sumando con el sistema binario.

$$100 = 64 + 32 + 4$$

$$43 = 32 + 8 + 2 + 1$$

Pág. 18

### 1.6. ¿Pesamos otra vez?

Lo mismo que en la actividad anterior, pero sumando y restando en base 3.

Con 27, 9, 3, 1:

$$2 = 3 - 1$$

$$6 = 9 - 3$$

$$10 = 9 + 1$$

$$13 = 9 + 3 + 1$$

$$16 = (27 + 1) - (9 + 3)$$

$$19 = (27 + 1) - 9$$

$$22 = (27 + 3 + 1) - 9$$

$$25 = (27 + 1) - 3$$

$$29 = (27 + 3) - 1$$

$$32 = (27 + 9) - (3 + 1)$$

$$35 = (27 + 9) - 1$$

$$38 = (27 + 9 + 3) - 1$$

$$4 = 3 + 1$$

$$7 = (9 + 1) - 3$$

$$11 = (9 + 3) - 1$$

$$14 = 27 - (9 + 3 + 1)$$

$$17 = 27 - (9 + 1)$$

$$20 = (27 + 3) - (9 + 1)$$

$$23 = 27 - (3 + 1)$$

$$26 = 27 - 1$$

$$30 = 27 + 3$$

$$33 = (27 + 9 + 1) - 3$$

$$36 = 27 + 9$$

$$39 = 27 + 9 + 3$$

$$5 = 9 - 3 - 1$$

$$8 = 9 - 1$$

$$12 = 9 + 3$$

$$15 = 27 - (9 + 3)$$

$$18 = 27 - 9$$

$$21 = (27 + 3) - 9$$

$$24 = 27 - 3$$

$$28 = 27 + 1$$

$$31 = 27 + 3 + 1$$

$$34 = (27 + 9 + 1) - 3$$

$$37 = 27 + 9 + 1$$

$$40 = 27 + 9 + 3 + 1$$

### 1.7. ¿Qué significa?

Otra vez trabajamos con el sistema binario.

## 2. EL NÚMERO EXACTO

Actividad propuesta para adquirir soltura en el cálculo mental y para trabajar en grupo.

Se propone en forma de juego de competición o en grupos. En este segundo caso, propone los números a utilizar y el resultado a conseguir un alumno o alumna que dispone de calculadora, y sólo puede utilizar como “munición” números de una cifra. Todos han de respetar la prioridad de operaciones y utilizar paréntesis, y no se admitirán respuestas escritas incorrectamente.

## 3. ¡TRES EN RAYA!

Actividad propuesta para adquirir soltura en el cálculo mental y para trabajar en grupo.



## 4. ¿PAR O IMPAR?

Actividad propuesta con dos objetivos fundamentales:

- Asociar números y probabilidad.
- Determinar el dominio de los conceptos par – impar.

Es importante hacerles notar que  $2 \times 1$ ,  $1 \times 2$  son dos opciones distintas.

Surge de forma espontánea el estudio de la relación par-impar en sumas y en productos. Es interesante la discusión que provoca el comentario que introduce el tercer juego, ya que Mat puede haber perdido más veces en el segundo a pesar de ser justo; para eso son juegos de azar.

Si se plantea el conflicto sobre si es o no el mismo caso  $1 \times 2$  que  $2 \times 1$ , se puede realizar la experiencia y estudiar las frecuencias relativas, lo que no suele ser necesario, pues al no estar acostumbrados a realizar estudios teóricos, la experiencia es la primera de las propuestas de trabajo.

## 5. NÚMEROS Y CIFRAS

### 5.1. Suman 10

El objetivo de esta actividad es fomentar al estrategia de ensayo y error para encontrar la solución; no se trata de buscar una solución por medio del Álgebra.

Posibilidades:

Número	Doble del número	Número invertido	¿Es solución?
91	182	19	No
82	164	28	No
73	146	37	No
64	...	...	...
55			
46			
37	74	73	¡Sí!
28			
19			

### 5.2. ¿Qué número sale?

Cuestión sobre el orden posicional en el sistema de numeración decimal. ¡Siempre suman 1089!

Salvo cuando la primera y la tercera cifra del número elegido inicialmente se diferencian en una unidad, en cuyo caso se obtiene 99.

Si algún chaval se lanza a un estudio de tipo general, cosa bastante improbable, veremos que si el número inicial es 'abc', al restarle el número invertido se obtiene  $99 \cdot (a-c)$ , que tiene relación con la serie

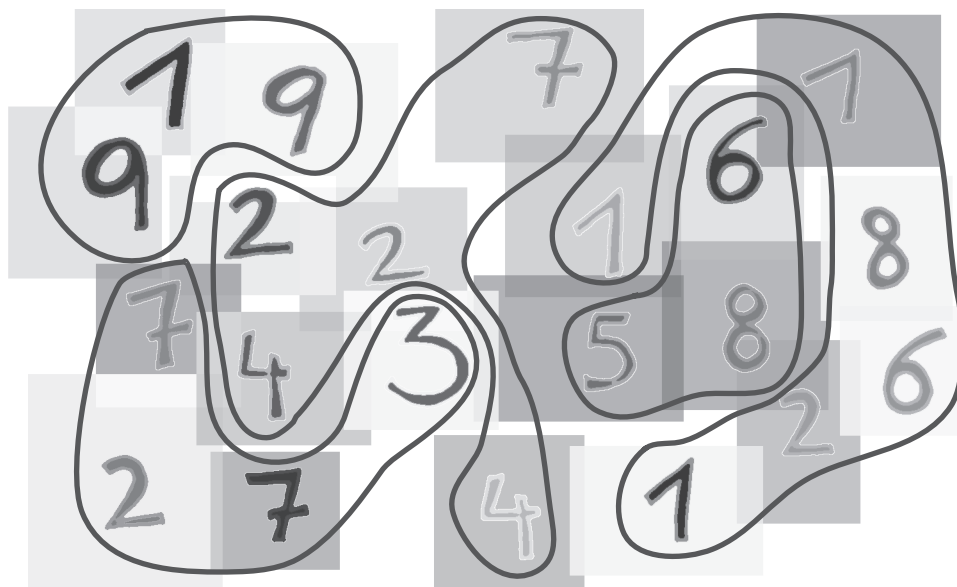
$$99 \times 8, 99 \times 7, 99 \times 6, \dots$$

según sean 'a' y 'c', luego...

## 6. REGIONES

Lo pueden hacer por tanteo, aunque se suelen dar cuenta de que:

Han de sumar las cifras y dividir el resultado (95) entre cinco. Hay varias posibilidades, a continuación presentamos una.



## 7. ¡ADIVINA MI EDAD!

Cuestión sobre el orden posicional en el sistema de numeración decimal.

- Número de calzado que gastas:  $ab$
- Multiplícalo por 2:  $2ab$
- Añade 5 a ese producto.  $2ab + 5$
- Multiplica el resultado por 50:  $100ab + 250$

A partir de este momento depende del año en el que plantea el problema; por ejemplo si se propone el año 2008:

- Suma al producto 1758:  $100ab + 2008$
- Resta al resultado tu año de nacimiento:  $100ab + \dots$

Este tipo de actividad es muy adecuado para tratar a distintos niveles: hay quienes se quedan en la realización de las operaciones y comprobación del resultado, y hay quienes son capaces de analizar las razones por las que esto ocurre.

## 8. ¿QUÉ PUNTUACIÓN HAS OBTENIDO?

Cuestión sobre el orden posicional en el sistema de numeración decimal.

- Puntuación del primer dado:  $a$
- Suma 5 al doble de los puntos que marque el primer dado:  $5 + 2a$
- Multiplicar por 5:  $25 + 10a$
- Añade a este producto los puntos del segundo dado:  $25 + 10a + b$
- Escribe un cero a la derecha de esta suma:  $250 + 100a + 10b$
- Y suma al número obtenido los puntos del tercer dado:  $250 + 100a + 10b + c$
- Resta 250 al resultado de esta última suma:  $100a + 10b + c \cong abc$

## 9. ¿CUÁL ES LA OPERACIÓN?

Actividad para practicar el cálculo mental.

## 10. ¡A LA BUSCA DEL RESTO PERDIDO!

¿Saben dividir? Puede ser una buena actividad para comprobarlo.

El objetivo es llegar a las propiedades fundamentales de la división exacta e inexacta.

Resolución de la tabla:

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
52	6	8	4
240	7	34	2
3524	52	<b>67</b>	<b>40</b>
<b>6.502</b>	250	26	2
7000	<b>20</b>	350	<b>0</b>

Pág. 22

## 11. VAMOS AL CONCIERTO

### 11.1. ¿Quién va a por las entradas?

Con esta actividad pretendemos varios objetivos:

- Romper la idea generalizada de que sólo hay dados cúbicos.
- Ver el concepto de probabilidad.
- Analizar la justicia de los juegos de azar.

Lógicamente, no todos tienen la misma probabilidad de ir a por las entradas. Ordenadas de mayor probabilidad a menor probabilidad estaría: Jorge, Mat, Ana y Andrea.

### 11.2. ¿Cuántos fueron cada día?

Es curioso que haya alumnos que escriban: “me han dicho que es un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas, y eso no lo sé hacer”. Ello muestra la deformación mental de los adultos. No se trata de un problema sencillo, pero gran parte de los chavales que lo abordan sin ayuda llegan a resolverlo, mediante distintas estrategias...

Problema propuesto para analizar distintas estrategias de resolución. Una puede ser:

$$\text{Lunes} + \text{Martes} + \text{Miércoles} + \text{Jueves} + \text{Viernes} = 13.300$$

$$\text{Lunes} + \text{Martes} + \text{Miércoles} + \text{Jueves} = 9.200 \rightarrow \text{Viernes} = 4.100 \rightarrow \dots$$

### NOTA IMPORTANTE:

Al encontrarnos por primera vez (si se ha comenzado con este tema) con “**Párate, piensa y escribe**” y “**Te lo damos resuelto**”, conviene hacer ver a los alumnos y alumnas dos cuestiones muy importantes:

- Todo lo que aparece en “Párate, piensa y escribe”, es lo que podríamos considerar como la clásica “Teoría”, lo que significa que es muy importante entenderlo, interiorizarlo y aprenderlo.
- Los problemas resueltos (ya se les explica por otra parte en el texto), pueden resolverse por diferentes caminos y, no debe, por tanto, obsesionarse con una única forma de resolución.

Pág. 25

## 12. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Simples cuestiones de destrezas para proponer como tratamiento de la diversidad.

### 12.1.

Solución: 2'05 €



**12.2.**

Solución:

- a)  $25 = 5 + 2 \times 10$
- b)  $253 = 3 + 5 \times 10 + 2 \times 100$
- c)  $2.534 = 4 + 3 \times 10 + 5 \times 100 + 2 \times 1.000$
- d)  $25.546 = 6 + 4 \times 10 + 5 \times 100 + 5 \times 1.000 + 2 \times 20.000$

**12.3.**

- a) 26
- b) 14
- c)  $18 : (4 + 2) + 5 \times (3 + 1) = 18 : 6 + 5 \times 4 = 3 + 20 = 23$
- d)  $3 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times 2 = 15 + 12 + 6 = 33$  (Puede ser interesante plantear la aplicación de la propiedad distributiva)

Pág. 26

**12.4.**

El número más grande es, lógicamente, 7531. Y el menor 1357.

**12.5.**

$$730 - 73 = 657$$

**12.6.**

Las operaciones completas son:

4366	7
715	714
234	93
+ 7040	+ 7213
<hr/> 12355	<hr/> 10170

**12.7.**

Como  $235 = 13 \times d + 1 \Rightarrow 234 = 13 \times d \Rightarrow d = 18$  (El objetivo no es utilizar el proceso algebraico)  
 $235 = 13 \times 18 + 1 \Rightarrow$  El número desconocido es 18.

**12.8.**

Simple aplicación de la propiedad distributiva:

- a)  $15 \times 32 + 15 \times 18 = 15 \times (32 + 18) = 15 \times 50 = 750$
- b)  $20 \times 70 + 80 \times 70 = (20 + 80) \times 70 = 100 \times 70 = 7000$

**12.9.**

Esta actividad no es tan sencilla y, por tanto, puede plantearse a alumnos un poquito más aventajados; sobre todo, en lo referente a la generalización.

Como  $125 = 16 \times 7 + 13 \Rightarrow 3 \times 125 = (3 \times 16) \times 7 + 3 \times 13 \Rightarrow$  El cociente no varía, pero el resto queda multiplicado por 3. Igualmente si se multiplica por 4.

Si la división es exacta, no varía el cociente.

**12.10.**

- a)  $(160 - 120) \times (3 \times 8) = 40 \times 24 = 960$
- b)  $(210 - 30) - (12 + 15) = 180 - 27 = 153$
- c)  $26 + (3 \times 42) - (2 \times 8) = 26 + 126 - 16 = 136$
- d)  $(360 - 220) - (75 - 50) = 140 - 25 = 115$

**12.11.**

- a)  $12 + 26 = 26 + 12$
- b)  $15 \times 16 = 16 \times 15$
- c)  $2 \times (3 + 7) = 6 + 21$
- d)  $2 \times 8 - 2 \times 5 = 2 \times (8 - 5)$
- e)  $4 \times (7 + 3) = 28 + 12$
- f)  $(12 + 15) + 5 = 12 + (15 + 5)$

# DESDE AHORA... PRIORIDAD DE OPERACIONES. POTENCIAS Y RAÍZ CUADRADA.

En esta parte, nuestro objetivo es dominar las **operaciones** y su **prioridad**. Se hará especial hincapié, como novedad, en la potencia y la raíz cuadrada.

Los contenidos de este apartado son:

- Potencia de un número natural. Cuadrados perfectos.
- Potencia es de base 10.
- Raíz cuadrada exacta de un número.

**Aunque se proponen situaciones en las que surgen raíces cuadradas no exactas, el objetivo es realizar aproximaciones mediante la calculadora.** Puede parecer contradictorio hablar de aproximaciones cuando aún no hemos trabajado de forma específica con decimales, pero no podemos olvidar, por una parte que en Primaria ya se han visto y no les deben de ser desconocidos y, por otra, que los números decimales se utilizan constantemente en la vida cotidiana.

- Prioridad en varias operaciones consecutivas.

Este último concepto preferimos empezar a trabajarlo con números naturales, aunque conforme vayan apareciendo otros tipos de números, se seguirá trabajando en él.

Pág. 27

## 13. ¿QUIÉN LO HACE MAL?

$5 + 3 \times 4 = 17$ , pero muchos alumnos no dominan la prioridad.

Ni tampoco muchas calculadoras. Quizá se puede plantear por qué las calculadoras más baratas no respetan la prioridad de operaciones: tiene que ver con la cantidad de cosas que son capaces de memorizar. Así, una calculadora “barata”, en esa operación hace  $5 + 3$  y al pulsar  $\times$  calcula la suma y escribe 8 en la pantalla; en cada momento “recuerda” dos operandos y un operador.

Una calculadora científica, para el mismo caso, no calcula ningún resultado hasta que no se pulsa el  $=$ , luego memoriza cinco elementos. ¿Cuál es el máximo número de objetos que debe memorizar, sin contar con paréntesis?

## 14. ¿QUÉ OPERACIÓN UTILIZO?

### 14.1. Los siete

Se trata de ejercitarse con las operaciones. Existen varias posibilidades. A continuación damos algunas dadas por los alumnos y alumnas:

$$2 + 2 + 2 = 6$$

$$6 + 6 - 6 = 6$$

$$3 \times 3 - 3 = 6$$

$$7 - 7 : 7 = 1$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 6$$

$$8 - \sqrt{\sqrt{8+8}} = 6$$

$$5 + 5 : 5 = 6$$

$$\sqrt{9 \times 9} - \sqrt{9} = 6$$

Pág. 28

### 14.2. Los cuatro

La respuesta es:  $(44 : 4) + 4 = 15$

## 15. ¿ESTÁ BIEN RESUELTO?

Análisis de otros criterios erróneos en la prioridad.

## 16. EL PAPIRO DE RHIND

Trabajo con potencias.

En la primera actividad nos encontramos con la siguiente suma:

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4$$

Se podría discutir si el hombre va también a St Ives, e incluso si todos ellos van o no a St Ives.

En la segunda actividad, tendríamos:

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$$

Pág. 29

## 17. SÓLO DE UNA CIFRA

Puede haber problemas de comprensión en el enunciado.

Una vez comprendido, se resuelve por simple enumeración de posibilidades, lo que puede dar lugar a comentar que de esta forma se podría, en teoría, resolver cualquier problema finito (eso sí, con lenguaje comprensible para nuestros alumnos o alumnas).

El objetivo es trabajar con potencias:

$$4^3 = 8^2$$

## 18. LA HERENCIA DE LA FINCA CUADRADA

Vamos a trabajar con potencias y raíces cuadradas.

No se trata de proponer una solución basada en el teorema de Pitágoras, sino en observar:

- La nueva área es doble que la antigua.
- Como el área inicial son 1600 m<sup>2</sup>, y la nueva es doble; el lado es raíz de 3.200 m<sup>2</sup>.

También hay quien hace un dibujo a escala y mide. Una buena estrategia que también se debe valorar.

Pág. 30

## 19. CUBOS Y CUADRADOS

Falta el cubo de 2.

## 20. LA RAÍZ CUADRADA

Nos vamos a introducir en el manejo de la raíz cuadrada. El objetivo de esta actividad es ver la posibilidad de trabajar con raíces cuadradas que no siempre dan lugar a números naturales.

Aunque en este curso aún no hayamos empezado a trabajar de forma específica con decimales, nos parece interesante aproximar las raíces cuadradas utilizándolos.

### 20.1. Cada vez más cerca de la raíz cuadrada

Se puede completar la actividad con el uso de la calculadora, aunque el objetivo fundamental es el cálculo mental y la aproximación.

Pág. 31

### 20.2. El lado del cuadrado

Aunque parezca mentira, la mayoría llega a una muy buena aproximación por tanteo, buscando un número que multiplicado por sí mismo dé 18.

### 20.3. La historia de la raíz cuadrada (para leer)

Actividad de lectura sobre el origen histórico del símbolo de la raíz cuadrada.

Pág. 33

## 21. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Como en muchas otras ocasiones, cuestiones de destrezas para proponer como tratamiento de la diversidad.



**21.1.**

- a)  $186 - 5 \times (3^2 + 6 \times 2) + 10 - 9 : 3 = 186 - 5 \times (9 + 12) + 10 - 3 = 186 - 5 \times 21 + 10 - 3 = 186 - 105 + 10 - 3 = 88$
- b)  $10 + 30 \times 15 + 10 - 8 = 10 + 450 + 10 - 8 = 462$
- c)  $4 + 3 \times (5 + 4) = 4 + 3 \times 9 = 4 + 27 = 31$
- d)  $14 - 15 : 3 + 2 = 14 - 5 + 2 = 11$
- e)  $111 + 3 \times (6 - 8 : 2) = 111 + 3 \times (6 - 4) = 111 + 3 \times 2 = 111 + 6 = 117$
- f)  $[(24 : 2) : 12] \times 3 = [12 : 12] \times 3 = 1 \times 3 = 3$
- g)  $646 : [4 \times (12 : 3)] = 646 : [4 \times 4] = 646 : 16 = 40'375$
- h)  $(3 + 2) + 5 - (8 - 3) : 5 = 5 + 5 - 5 : 5 = 5 + 5 - 1 = 9$

Pág. 34

**21.2.**

Actividad de práctica en lectura y escritura de potencias.

**21.3.**Solución:  $24 = 3^3 - 3$ **21.4.**Solución:  $2 < \sqrt{7} < 3$  $4 < \sqrt{17} < 5$  $11 < \sqrt{127} < 12$ **21.5.** $144 = 12 \times 12 = 12^2$ 

Por tanto, tiene 12 cajas con 12 minerales en cada caja.

**21.6.**

El problema que podemos encontrar es que no manejen con facilidad el área del cuadrado.

- a) Si la plaza tiene una superficie de  $\sqrt{1600} \text{ m}^2$ , el lado mide = 40 metros.
- b) Si se dan 5 vueltas diarias, se recorren  $5 \times 4 \times 40 = 800$  metros al día.

**21.7.**

Número pensado:

a

Multiplico por 6:

6a

Sumo al resultado el cuadrado del número:

 $6a + a^2$ 

Sumo 9 al resultado anterior:

 $6a + a^2 + 9 = (a + 3)^2$ 

Hallo la raíz cuadrada del último resultado:

a + 3

Resto el número pensado:

3

¡Siempre se obtiene 3! Lógicamente el objetivo no es más que llegar al resultado.

**21.8.**

Al completar la tabla, se pretende que salgan algunos resultados que rompen la idea de que sólo trabajamos con números naturales.

a	b	a + b	a - b	a · b	a : b	b : a	a <sup>b</sup>	b <sup>a</sup>	$\sqrt{a}$
9	3	12	6	27	3	$\sqrt[3]{9/3!}$	729	19683	3
4	2	6	2	8	2	$\sqrt[2]{4/4!}$	16	16	2
0	10	10	$\sqrt{-10!}$	0	0	Error	0		
100	0	100	100	0	Error	0		0	10

Al ver este tema, nos encontramos con el dilema de qué entendemos por el apunte “Operaciones elementales” al que alude el currículo. Nosotros **nos hemos limitado a considerar la suma y resta de números enteros, pero siempre desde un planteamiento no calculista, sino contextualizado**. Es evidente que es un proceso más lento, pero consideramos que se interioriza mejor el proceso de aprendizaje.

Los contenidos que nos proponemos conseguir son:

- Potencia de un número natural.
- Potencia es de base 10.
- Raíz cuadrada exacta de un número.
- Prioridad en varias operaciones consecutivas.
- Significado y necesidad de los números negativos.
- Números enteros. Representación gráfica.
- Suma y resta de números enteros.

Pág. 35

## 22. ¿POSITIVO O NEGATIVO?

Si no conocen los números negativos, puede ser una buena actividad como introducción.

- a)  $6 + 6 + 6 = 18$
- b)  $6 + 6 - 3 = 9$
- c)  $6 - 3 - 3 = 0$
- d)  $-3 - 3 - 3 = -9$

Es importante hacer ver que, al trabajar con probabilidad, los casos b) y c) son más probables.

Una buena estrategia consiste en introducir el diagrama de árbol, lo que se hace de forma natural.

## 23. ASOCIACIÓN

Con esta actividad pretendemos que se vea la diferencia entre la escritura y el significado de números enteros positivos y de números enteros negativos.

Pág. 36

## 24. VALORES NEGATIVOS

Otra forma de conocer y de trabajar con los números negativos. Repetimos que se trata de introducirlos, no de operar con ellos de forma sistemática

$$27 - (-27) = 54 \text{ o bien } (-27) - 27 = -54$$

aunque si nos parece que se ha entendido la mecánica, podemos proponer un “campeonato” del tipo  $a - b$  para distintos valores de  $a$  y de  $b$ .

## 25. DE ITALIA A ALASKA

Resta y ordenación de números negativos.

Solución:

- a) Variación térmica:
  - Roma =  $25 - 7 = 18$  °C
  - Moscow =  $18 - (-9) = 27$  °C
  - Johannesburg =  $20 - 10 = 10$  °C
  - New York =  $24 - (-1) = 25$  °C