

## Introducción

Aprender geometría es aprehender, manipular, comparar, idealizar, abstraer. Es inconcebible el aprendizaje de las características de las formas que nos rodean sin palparlas ni jugar con ellas. Por ello, no hemos querido escribir un libro que enseñe geometría: no sería posible; la geometría se aprende, no se enseña. Este libro pretende, como máximo, servir de guía ofreciendo propuestas para que nuestras alumnas y alumnos puedan aprender geometría.

Esas formas que nos rodean y que hemos de manipular existen en nuestro espacio y son, por tanto, tridimensionales. A pesar de ello, y de un modo no del todo comprensible para nosotros, los contenidos marcados en la legislación actual sólo hacen referencia al plano:

- Elementos básicos de la geometría del plano: líneas, segmentos, ángulos. Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones del mundo físico.
- Análisis de relaciones y propiedades de figuras en el plano empleando métodos inductivos y deductivos. Paralelismo y perpendicularidad entre rectas. Relaciones entre ángulos. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
- Descripción de las figuras planas elementales: triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares.
- Clasificación de triángulos y cuadriláteros a partir de diferentes criterios. Estudio de sus propiedades características y relaciones en estos polígonos.
- Construcción de triángulos y polígonos regulares con los instrumentos de dibujo habituales.
- Triángulos: alturas, mediatrices, bisectrices y medianas; circuncentro e incentro. Criterios de igualdad.
- Medida y cálculo de ángulos en figuras planas.
- Cálculo de áreas y perímetros de las figuras planas elementales. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.
- Circunferencias, círculos, arcos y sectores circulares.
- Simetría axial de figuras planas. Identificación de simetrías en la naturaleza y en las construcciones humanas.
- Empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.

Curioso que, en un primer curso, se suponga que nuestro entorno es bidimensional, pues ello ya supone una abstracción que no corresponde a un primer estadio en la evolución conceptual. Es cierto que es más sencillo generalizar y estudiar propiedades en el plano que en el espacio, pero para ello debemos ser conscientes de querer generalizar o estudiar propiedades.

Hemos dedicado dos temas al estudio de la geometría, comenzando nuestra propuesta por una manipulación de objetos:

- **Aprende manipulando.** Se manipulan objetos, evidentemente tridimensionales, esperando que las conclusiones queden mutiladas en una de sus dimensiones, y las observaciones sean planas. Trabajaremos con geoplanos cuadrados, tangrams, poliminós, libros de espejos, piezas poligonales para formar mosaicos y geoplanos circulares; en caso de carecer de algunos de estos materiales, se explica cómo construirlos de un modo artesanal y sencillo. Merece la pena dedicar algunas sesiones de clase a la construcción de estos instrumentos y ver las expresiones de los chavales al descubrirlos. También es necesario trabajar con tramas para ir tomando nota de cuanto se vaya descubriendo.
- **Planilandia: el mundo en un papel.** Se comienza con la necesidad de crear representaciones planas del mundo tridimensional que nos rodea, y con distintas formas de hacerlo. A continuación tenemos una serie de actividades encaminadas a trabajar con la orientación en el plano y su relación con el mundo real, hasta llegar a la necesidad de transmitir la información situada en un plano y la introducción paulatina de un sistema de coordenadas, así como unas primeras referencias a la noción de semejanza y escala. Se finaliza con un pequeño proyecto de trabajo para realizar en grupo: el diseño de una urbanización.

Los contenidos trabajados son los siguientes:

#### 4. Aprende manipulando

##### 0. Introducción

- 0.1. Investigación, actividad abierta, discusión y recogida de resultados
- 0.2. Diagnóstico inicial

##### 1. El geoplano

- 1.1. Polígonos cóncavos y convexos. Regulares o no.
- 1.2. Recoger resultados en una tabla. Área y perímetro.
- 1.3. Unidad de medida.
- 1.4. Raíz cuadrada como lado de un cuadrado con área cuadrado perfecto.
- 1.5. Área de un paralelogramo.
- 1.6. Área de un triángulo. Cómo varía al cambiar la base y al variar la altura.
- 1.7. Clasificación de los triángulos según sus lados y sus ángulos.
- 1.8. Clasificación de cuadriláteros según que los lados sean o no paralelos y los ángulos sean o no rectos.

##### 2. Poliminó y tangram

- 2.1. Noción de isometría.
- 2.2. Relación de área y perímetro. Perímetro máximo y mínimo.
- 2.3. Paso del plano al espacio. Desarrollar la visión espacial.
- 2.4. Escribir un algoritmo detallado.
- 2.5. Punto medio, diagonal, paralela, perpendicular. Utilización de los utensilios de dibujo.
- 2.6. Comparación de figuras. Decimales y fracciones. Fracciones equivalentes.
- 2.7. Suma de fracciones al comparar áreas.
- 2.8. Producto de número por fracción.

##### 3. Libro de espejos

- 3.1. Búsqueda de regularidades.
- 3.2. Polígonos convexos.
- 3.3. Ángulo central e interior.
- 3.4. Medida de los ángulos interiores de un polígono regular. Suma de los ángulos interiores.
- 3.5. Paso de los casos particulares a la generalización. Intentar expresar la relación mediante una fórmula.
- 3.6. Descomposición de un polígono en triángulos. Aplicación al cálculo de áreas.
- 3.7. Fórmula, tabla y gráfica para expresar una relación.

##### 4. Mosaicos y polígonos estrellados.

- 4.1. Polígonos que rellenan el plano.
- 4.2. Suma de los ángulos que concurren en un mismo vértice del mosaico.
- 4.3. Polígonos inscritos en una circunferencia.
- 4.4. Ángulos centrales.
- 4.5. Polígonos regulares y regulares estrellados.
- 4.6. Método para dibujar un polígono regular cualquiera.
- 4.7. Cómo inscribir en una circunferencia un polígono regular: caso del hexágono.
- 4.8. Cómo dividir una circunferencia en partes iguales.
- 4.9. Relaciones numéricas.
- 4.10. Otro significado de una fracción.

##### 5. Dibuja, recorta y pega.

- 5.1. Más sobre áreas
- 5.2. Introducción a las simetrías.
- 5.3. Construcciones con regla y compás.
- 5.4. Circunferencia: construcción y elementos.
- 5.5. Posiciones relativas.
- 5.2. El número  $\pi$ .
- 5.3. Longitud de la circunferencia.
- 5.4. Área del círculo.

##### 5. Planilandia: el mundo en un papel.

##### 1. Del espacio al plano.

- 1.1. Vistas y representaciones planas.
- 1.2. Proyecciones.
- 1.3. Distancias.

##### 2. Orientación.

- 2.1. Estimación de distancias.
- 2.2. Situación en el plano.
- 2.3. Paralelismo y perpendicularidad.
- 2.4. Sistemas de referencia.
- 2.5. Introducción a la semejanza y escala.

##### 3. Proyecto de trabajo.

- 3.1. Reparto de tareas.
- 3.2. Colaboración con los demás.
- 3.3. Limpieza en la presentación final.
- 3.4. Elaboración de una pequeña memoria técnica.
- 3.5. Elaboración de un informe sobre el desarrollo del trabajo.
- 3.6. Aprender la utilidad de lo aprendido.
- 3.7. Satisfacción por el trabajo bien hecho.



## 4\_ APRENDE MANIPULANDO

Como viene claramente descrito en el nombre de este bloque, se trata de que nuestros alumnos y alumnas manipulen una serie de materiales y que, a través de dicha manipulación, estudien regularidades, procedimientos de construcción, recojan resultados en tablas, representen situaciones gráficamente, investiguen propiedades... En definitiva, que creen matemáticas.

Si es posible acceder a una sala con ordenadores, un programa perfecto para aprender geometría es el Cabri2, que permite crear figuras planas, modificarlas, efectuar transformaciones geométricas... En definitiva, experimentar con la geometría. Otro programa interesante al que se puede acceder de forma gratuita es el GeoGebra, que encontrarás en [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

