10.3. Asociación III

División de enteros.

6 : (–3)	–2	(–36) : (–3)	12
9 : 9	1	3 : 3	1
(–42) : 3	–14	(–42) : (–7)	6
(–28) : (–7)	4	(–36) : 6	–6

10.4. ¿Qué signo falta?

Recopilación de las operaciones con enteros.

20 ? 16 = 4	–	15 ? 15 = 1	:
2 ? (–5) = –3	+	(–6) ? (–16) = –22	+
21 ? (–13) = 34	–	(–3) ? 11 = –14	–
20 ? 10 = 200	x	8 ? (–3) = 5	+

Pág. 107

10.5. Operaciones combinadas

Recopilación de las operaciones con enteros.

(–9) + (+4) – (–7) – (+2)	0	(–9) · (–2) – (–4) – (+2)	+20
(+4) – (–5) – (–10) – (+2)	+17	(+4) · (–5) – (–10) : (+2)	–15
(–5) + (–4) – (–6) – (+3)	–6	(–5) + (–4) – (–6) : (+3)	–7
(+10) – (+12) + (–6) – (–3)	–5	(+10) – (–12) – (–6) · (–3)	+4

10.6. Productos

Actividad propuesta para detectar la relación entre productos y cuadrados de un número en relación con el signo del resultado.

a) −7.
b) Pueden ser 21 y −3 ó −21 y 3.
c) Puede ser 3 ó −3.
d) No es posible encontrar ningún número cuyo cuadrado sea −9.

10.7. Operaciones con potencias de enteros

¿Cuántas veces nos encontramos con estos fallos? Es importante corregirlos cuanto antes.

a)	$(-2)^3 = -8$	V	b)	$-2^3 = -8$	V
c)	$(-2)^4 = -16$	F (Es 16)	d)	$-2^4 = 16$	F (es −16)
e)	$(-2)^3 \times (-2)^4 = (-2)^7$	V	f)	$(-2)^4 \div (-2)^3 = (-2)$	V
g)	$2^6 \div 2^3 = 2^3$	V	h)	$2^3 \div 2^6 = 2^3$	F (Es 2^{-3})

10.8. Valor absoluto de un número

Aunque no forme parte del currículo, ¿por qué no dedicar una pequeña actividad a trabajar con el concepto de valor absoluto de un número?

a) Pueden ser 7, 8, 9 o sus opuestos.
b) Pueden ser −8, −9.
c) El resultado ha de ser un múltiplo de 5 que puede estar entre 60 y 75. Puede ser 65, 70, −65 ó −70.

Pág. 110

11. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas con los números enteros para proponer como tratamiento de la diversidad.

11.1. Más productos

a) Los números pueden ser: 6, −5 ó −6 y 5.
b) Los números son +4 y −4.
c) No es posible encontrar ningún número cuyo cuadrado sea −16.

11.2. Busca el número

a) $(-5)\cdot(-6) = 30$ b) $(-3)\cdot 5 = -15$ c) $7\cdot(-4) = (-28)$
d) $(-4)\cdot 5 = (-20)$ e) $(-3)\cdot(-3) = 9$ f) $(-1)\cdot(-1) = 1$

11.3. Sustituimos

a) Si en la expresión $\mathbf{5 \times a \times (-3)}$, sustituimos a por (−2), obtenemos 30.
b) Si en la expresión $\mathbf{7 \times a^2}$, sustituimos a por (−3), obtenemos 63.

Si en la expresión $\mathbf{5 \times (-1) \times (-a)}$, sustituimos a por (−3), obtenemos −15.

11.4. ¿Lo hemos hecho bien?

a) $(-2)^2 + (-3) = 4 + (-3) = 1$ B
b) $(-3)\cdot(-4)\cdot 2 + (-5) = 19$ M
c) $(-3)\cdot(-4)\cdot 2\cdot(-5) = 120$ M
d) $(-1)^3 + (-2)^2 = 3$ M
e) $(-1)^3 + (-2)^2 = 3$ B
f) $(-1) + 2 - (-1) + 2 - (-1) + 2 = 7$ B
g) $(-1) + 2 - (-1) + 2 - (-1) + 2 = 7$ M
h) $(-3)\cdot(-5)\cdot(-3)\cdot(-5) = 225$ M

11.5. Un poco de cálculo nunca viene mal

a) $8 - 7\cdot 9 = -55$ b) $5 - (-4) = 9$ c) $-6 -7 = -13$ d) $-6 - (-8) = 2$
e) 16 f) −2 g) 4 h) −1

11.6. Opera con potencias

a) $(-5)^3 \times (-5)^2 \times (-5) \times (-5)^4 = (-5)^{10}$
b) $2^3 \div 2^5 = 2^{-2} = 1/4$
c) $(7 - 3)^2 \times 4^2 = 4^2 \times 4^2 = 4^4 = 256$
d) $(7 \times 2 \times 4)^3 = 7^3 \times 2^3 \times 4^3 = 56^3$
e) $2^3 + 2^5 = 8 + 32 = 40$
f) $3^5 \div 3^5 = 3^0 = 1$
g) $(5 - 2 \times 3)^5 = (-1)^5 = -1$
h) $(2 \times 3 \times 4)^5 = 2^5 \times 3^5 \times 4^5 = 24^5$
i) $7^5 \div 7^3 = 7^2 = 49$
j) $\left(3^5\right)^2 = 3^{10}$
k) $(7 - 2 \times 3)^5 = 1^5 = 1$
l) $(1 \times 3 \times 2)^2 = 1^2 \times 3^2 \times 2^2 = 6^2$

11.7. Con letras

a) $m^9 \cdot m^3 = m^{12}$
b) $m^9 \div m^3 = m^6$
c) $m^3 \div m^9 = m^{-6}$
d) $\left(a^4\right)^2 = a^8$
e) $(a^2 \cdot a^2) : a^3 = a^4 : a^3 = a$
f) $(x^6 \div x^3) \cdot x^3 = x^3 \cdot x^3 = x^6$

DESDE AHORA... NÚMEROS RACIONALES

Los alumnos y alumnas ya deben conocer la relación existente entre fracción, decimal y porcentaje, por lo cual en este curso proponemos empezar a trabajar directamente con cada uno de los distintos tipos de números, pero, eso sí, sin olvidar nunca que al dar respuestas podemos y debemos aprovechar la relación antes citada.
En lo referente a las fracciones, nuevamente nos encontramos con la necesidad de completar conceptos y estrategias vistas anteriormente. Se puede decir que con las actividades propuestas se empieza prácticamente de cero, por lo que según el nivel de los alumnos y alumnas, puede plantearse directamente el trabajo con fracciones con distinto denominador, así como el producto y el cociente.
Los contenidos que deberían surgir en esta primera parte son:

- Significados de una fracción: como operador, como medida, para comparar,...
- Números mixtos.
- Fracciones equivalentes.
- Procedimiento para obtener fracciones equivalentes a una dada.
- Procedimiento para saber si dos fracciones son equivalentes.
- Procedimiento para simplificar fracciones.
- Fracción irreducible
- Procedimiento para saber cuando una fracción es mayor que otra.
- Suma y resta de dos fracciones.
- Producto y cociente de fracciones.

Pág. 111

12. ¿EMPLEAMOS FRACCIONES?

Aunque la idea de fracción debe estar ya asimilada, puede ser conveniente trabajar alguna actividad sobre el significado de la fracción, bien como operador, bien como parte de un todo.

12.1. El tablero de parchís

La fracción como parte de un todo, pero con la peculiaridad de que las partes no son enteras.
Hay 400 cuadros y de ellos:

- Rojo, azul, verde oscuro, amarillo oscuro: 38'5 cuadros. En total 154 cuadros.
- Rosa, azul claro, verde claro, amarillo claro: 10'5 cuadros. En total 42 cuadros.
- Blanco: 400 − 196 = 204

Pág. 112

12.2. ¿Pintamos la misma parte?

Actividad bastante dirigida con el objetivo de que se comparen fracciones con distinto denominador.

Grupo 1: 25/120
Grupo 2: 6/120
Grupo 3: 12/120
Grupo 4: 50/120

12.3. Hablamos con el lenguaje de las fracciones

a) La longitud de la vara: 5/6 de metro.
b) Tres varas son 2'5 metros. Dos metros son 2'4 varas.
c) 7/3 de yarda son 7 pies y 84 pulgadas
d) Aproximadamente un metro equivale a 394 pulgadas.
e) Una onza = 28'35 gramos. Una libra = 453'6 gramos. Por tanto, una libra equivale a 16 onzas, o bien una onza equivale a 1/16 de libra.

Pág. 113

13. ¿OPERAMOS CON FRACCIONES?

En este apartado proponemos trabajar las diferentes operaciones con fracciones:

- Suma y resta de fracciones con el mismo o distinto denominador.
- Producto y cociente de fracciones.

13.1. ¿Algo en común?

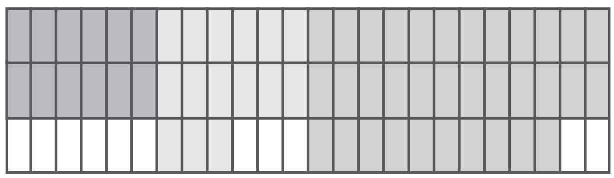
Trabajamos con la suma de fracciones con el mismo denominador.

a) Queda en blanco 3/12 o 1/4 de la figura.
b) A Mat le quedan por leer los 2/9; es decir, 30 páginas.
c) La fracción del depósito que les queda por vender es 1/2. Supone 2.000 kg.

13.2. ¿Algo distinto?

Trabajamos con la suma de fracciones con distinto denominador.

a) Se hace necesario medir la figura y observar que podríamos considerarla así:



Tendríamos en blanco: $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}$ o bien $\frac{22}{144}=\frac{11}{72}$

b) Tica ha leído 1/8 + 1/4 + 1/2 = 7/8. Por tanto, le queda por leer 1/8, lo que supone 17 páginas.
c) Han vendido 1/9 + 3/5 = 32/45 del total: les queda por vender 13/45, es decir, 1.300 kg. Sería interesante admitir como posible resolución el cálculo de las cantidades diarias.

13.3. El juguete

Trabajamos la fracción como parte, como operador y como porcentaje. También puede enfocarse mediante sumas y restas de fracciones con distinto denominador.

- Costes de producción: 3/5 de 30 = 60 % de 30 = 0’6 · 30 = 18 euros.
- Costes de distribución: 3/10 de 30 = 30 % de 30 = 0’3 · 30 = 9 euros.
- Márgenes de venta: 10 % de 30 = 1/10 de 30 = 3 euros. Si vendemos 5.000 juguetes, se obtienen 15.000 euros.

Pág. 114

13.4. El estudiante

Trabajamos la fracción como parte y como operador, pero con sorpresa final. También puede enfocarse mediante sumas y restas de fracciones con distinto denominador.

- En octubre gastaré 7/24 de mi beca trimestral.
- En noviembre necesitaré 2/24 de mi beca.
- En diciembre me harán falta las 16/24 partes por las vacaciones de Navidad.

¡Nos tememos que ha hecho un poco mal las cuentas!

13.5. La vuelta al mundo

Trabajamos la fracción como parte y como operador. También puede enfocarse mediante sumas y restas de fracciones con distinto denominador.

Viaje en avión:	3/5 de 42.000	=	25.200
En tren:	1/20 de 42.000	=	2.100
En barco:	1/5 de 42.000	=	8.400
En automóvil:	3/20 de 42.000	=	6.300

13.6. Operaciones I

Sumas y restas de fracciones.

$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{10}{5}=2$ $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{2}{7}$ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{23}{12}$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{59}{30}$ $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}$ $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ $2+\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{4}-\frac{4}{6}=\frac{7}{12}$ $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

13.7. El testamento

Problema más duro, como parece lógico al proponerse en una olimpíada.

Deja al hijo: 4/17
Deja a la esposa: 7/13 de los 13/17 = 7/17
Deja a la hija: 2/3 de los 6/17 = 4/17

Le quedan 2/17, que son 2.000.000 de libras; por tanto su fortuna era de 17.000.000 de libras.

13.8. Hallo la fracción de...

Actividades sencillas de aplicación: la fracción como operador.

1. Has ahorrado 8 euros.
2. El peso será 4/5 de 2.000 = 1.600 kg.
3. Quedan por resolver los 4/9 de 360 problemas; es decir, 160.
4. 1/10 de la capacidad serán 800 litros. Por tanto, la capacidad será de 8.000 litros.
5. 3/4 de 3 kg = 2’25 kg.

Pág. 115

13.9. La herencia

Es un problema duro (por las cuestiones de unidades). Surge la división de una fracción entre un número, pero con la posibilidad de trabajar con decimales.

La largura será: 0’6 ha / 3 hm = 60 áreas / 3 hm = 6000 m^2 / 300 m = 20 m

13.10. Fracción de una fracción

Buscamos plantear la multiplicación de fracciones como fracción de una fracción.

a) $\frac{1}{5}$ de 2.000 = 400   b) $\frac{5}{9}$ de 36 = 20

c) $\frac{3}{10}$ de 3.600 = 1.080   d $\frac{1}{2}$ de 16 = 8

e) $\frac{3}{4}$ de 10 = 7’5   f) $\frac{1}{3}$ de 180 = 60

- La parte roja supone 18/ 60 = 3/10 del total
- 2/5 de 3/4 = 6/20 = 3/10

13.11. ¿Cómo divido fracciones?

Al igual que con los números enteros, no es fácil plantear actividades en las que la división de fracciones parezca evidente. Por eso, con esta propuesta creemos que puede verse con bastante claridad.

Pág. 116

13.12. Operaciones II

Producto y división de fracciones.

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3} \qquad \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{2}:\frac{2}{3}=\frac{3}{4} \qquad \frac{2}{3}:\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}:\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{9}=\frac{4}{5} \qquad \frac{3}{5}+\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{10}\right)=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}\right):\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right)=\frac{3}{5}:\left(-\frac{4}{15}\right)=-\frac{9}{4} \qquad 1-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$2+\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=2+\frac{4}{3}=\frac{10}{3} \qquad 2\cdot\left(\frac{4}{3}:\frac{8}{3}\right)=2\cdot\frac{1}{2}=1$$

13.13. Potencias con fracciones

a) $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\left(\frac{1}{15}\right)^3$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\left(\frac{1}{5}\right)^2$

c) $\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{1}{5}\right)^3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

g) $\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

h) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

i) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3=-\frac{27}{125}$

Pág. 119

14. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas con las fracciones para proponer como tratamiento de la diversidad.

14.1.

a) Respuesta abierta.

b) $\frac{3}{4}\neq\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$; $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

c) $\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$; $\frac{36}{54}=\frac{2}{3}$; $\frac{121}{44}=\frac{11}{4}$

d) $\frac{6}{5}>\frac{7}{8}>\frac{5}{6}>\frac{4}{5}>\frac{3}{7}>\frac{2}{9}$

14.2.

En otras cosas gastas 1/3 de 24 = 8 euros.

14.3.
Lunes: 2/9 de 72 = 16 metros
Martes: 3/8 de 72 = 27 metros
Miércoles: 29 metros, que suponen 29/72 del total.

14.4.
En el manantial quedan 340.000 litros, que suponen 17/20 del total.

14.5. Envases
Trabajamos los decimales y fracciones de forma indistinta.
Necesitaremos 126 litros : 3/4 de litro = 126 : 0'75 = 168 botellas.

14.6. Operaciones con potencias de fracciones
Si bien es una actividad en la que no hay que escribir mucho, es posible que surjan dificultades de comprensión de las operaciones.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^6 = \frac{3^6}{5^6} = \frac{729}{1562}$ $\qquad$ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} + \frac{9}{16} - \frac{81}{16} = \frac{2 + 9 - 81}{16} = -\frac{70}{16} = -\frac{35}{8}$

DESDE AHORA... UTILIZAMOS LOS DECIMALES: RAÍCES CUADRADAS. LA MEDIDA DEL TIEMPO

Es muy posible que ya se conozcan casi todos los contenidos que surgen en este apartado, pero creemos que por la dificultad de alguno de ellos: **recíproco de un número**, **números periódicos**, **fracción generatriz**, es conveniente trabajarlos.
Dichos contenidos serían:

- Distintos tipos de decimales.
- Operaciones con decimales.
- Fracción decimal.
- Procedimiento para comparar dos números decimales.
- Procedimientos para operar con decimales.
- Decimal exacto y decimal periódico.
- ¿De qué depende que al dividir dos números nos dé un tipo de decimal u otro?

En los contenidos referidos a la medida, los contenidos oficiales propuestos para este curso se limitan a la medida del tiempo y de ángulos. Si el trabajo con el sistema métrico decimal y con las unidades de medida en el curso anterior se desarrolló con amplitud y se asimiló correctamente, bastaría con trabajar con las medidas angulares, pero la experiencia nos demuestra que se hace necesario volver a insistir en dicho trabajo; por eso, en nuestra propuesta se integra la medida de ángulos dentro del campo global de las medidas y se retoma el trabajo con el sistema métrico decimal. Asimismo, se completa el trabajo con la medida en el tema siguiente, ya que en "Cachivaches", la medida juega un papel fundamental.
En esta primera parte en la que trabajamos con unidades de medida, nuestro objetivo prioritario debería ser trabajar la comprensión del concepto de magnitud y de unidad. Buscamos trabajar:

- Magnitudes y medida.
- Magnitudes del sistema métrico decimal.
- Expresiones complejas e incomplejas.

Pág. 120

15. DECIMALES

15.1. Juego del siete y medio

Las estrategias ganadoras son las siguientes:

- Para el siete y medio:
  Gana quien diga los números 1'5, 3'5, 5'5, 7'5, y por lo tanto la estrategia es ganadora para el primer jugador, que puede comenzar por el 1'5. La estrategia de análisis del juego consiste en "empezar por el final", es decir, "para llegar a 7'5, y que mi contrincante no pueda hacerlo, ¿desde qué número debo jugar? Desde el 5'5".
  "Y para llegar al 5'5 y que mi contrincante..."
- Para el 32:
  Es un intento de generalización del juego. Podemos trabajar a varios niveles, como ocurre con casi todos los juegos de lógica: o nos conformamos con que se entienda el nuevo enunciado y se resuelva (gana quien diga los números 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32; por ello es una estrategia ganadora para el segundo jugador, pues el primero no puede decir el 4), o intentamos una generalización que comprenda ambos casos, quizá pasando por algún otro ejemplo.
- ¿Y si queremos llegar a 50 con números del 2 al 5?
  La generalización se podría enunciar así: si el juego consiste en llegar al número 'N' sumando cada vez un número comprendido entre 'p' y 'q', debemos retroceder desde 'N' según múltiplos de p+q.
  O lo que es lo mismo, si N es múltiplo de p+q, gana el segundo jugador. En caso contrario, gana el primero. El primer número que hay que alcanzar es el resto de dividir N entre p+q.

15.2. La carretera

Aproximaciones y redondeos.

15.3. Cantidades

Actividades sencillas que nos deben permitir detectar dificultades en la utilización de las operaciones apropiadas con decimales.

a) Necesitaremos 840 : 0’75 = 1.120 botellas. Puede ser una buena oportunidad de proponer como posibles estrategias de resolución: 84.000 cl : 75 cl; 840 : 3/4
b) Cada folio tiene un grosor de 3’2 : 250 = 0’0128 cm ≅ 0’13 mm.
c) Deberemos, en primer lugar, sumar las cantidades que ya ha recorrido: 21’17 metros
La longitud del cuarto salto será: 30 − 21’17 = 8’83 metros.

15.4. Fracciones y decimales

Fracciones siempre decimales.

Pág. 121

15.5. La tabla de dividir

Búsqueda de decimales exactos y periódicos, así como de regularidades.

D I V I S O R

D I V I D E N D O

÷	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0’5	0’333…	0’25	0’2	0’166…	0’142857142…	0’125	0’111…
2	2	1	0’666…	0’5	0’4	0’333…	0’28571428…	0’25	0’222…
3	3	1’5	1	0’75	0’6	0’5	0’42857142…	0’375	0’333…
4	4	2	1’333…	1	0’8	0’666…	0’57142857…	0’5	0’444…
5	5	2’5	1’666…	1’25	1	0’833…	0’71428571…	0’625	0’555…
6	6	3	2	1’5	1’2	1	0’85714285…	0’75	0’666…
7	7	3’5	2’333…	1’75	1’4	1’166…	1	0’875	0’777…
8	8	4	2’666…	2	1’6	1’333…	1’142857142…	1	0’888…
9	9	4’5	3	2’25	1’8	1’5	2’28571428…	1’125	1

15.6. Recíprocos o inversos

Actividad propuesta con el objetivo de encontrar un criterio que nos pueda evitar realizar, en ocasiones, la división.
Nos conducen a decimales periódicos todos aquellos inversos de números en los que algunos de sus factores sea distinto de 2 ó 5.

15.7. Fracciones generatrices

Actividad que si bien es mecánica, requiere una capacidad de comprensión nada desdeñable; pero eso, se deja al criterio del profesor, tanto el verla como el justificar el proceso. Es interesante ver las variantes que se van produciendo con las mismas cifras, pero distintos períodos.

a) $0'\widehat{5} = \frac{5}{9}$ b) $1'\widehat{5} = \frac{15-1}{9} = \frac{14}{9}$ c) $21'\widehat{5} = \frac{215-21}{9} = \frac{194}{9}$

d) $2'1\widehat{5} = \frac{215-21}{90} = \frac{194}{90}$ e) $0'21\widehat{5} = \frac{194}{900}$ f) $0'2\widehat{15} = \frac{215-2}{990} = \frac{213}{990}$

g) $21'55 = \frac{2155}{100} = \frac{431}{20}$ h) $0'\widehat{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ i) $0'72 = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$

Pág. 122

15.8. Otra vez la notación científica

Retomamos la notación científica, pero con situaciones más lógicas en su utilización.

Si tomamos como referencia la Tierra, tenemos:

- Peso en la Luna: Aproximadamente 450 veces menor.
- Peso en Marte: Aproximadamente 2 veces mayor.
- Peso en Júpiter: Aproximadamente 5.800 veces mayor.

Pág. 123

16. RAÍCES CUADRADAS NO EXACTAS

16.1. Redondeamos las raíces

Buscamos trabajar el redondeo y el truncamiento.

Rompe el esquema plantear los tres últimos casos, ya que:

$\sqrt{169} = 13$, $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ y $\sqrt{1'2}$ corresponde a la raíz de un número decimal.

16.2. Las raíces y el número π

La dificultad de esta actividad radica en trabajar a la vez el campo numérico, pero utilizando conocimientos geométricos y, por otra parte, en una cierta preálgebra.

Si $S = 9 \text{ m}^2 \Rightarrow \pi r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = \frac{9}{\pi} \cong 2'86$ (utilizando el valor de π que nos da la calculadora)

$r = \sqrt{2'86} \cong 1'69$ m

Con este dato, la longitud de la circunferencia será: $L = 2\pi r \cong 10'62$ metros de cinta.

17. RECORDAMOS ALGO DE LA MEDIDA

17.1. ¿Qué unidad es la más adecuada?

Magnitud y medida.

17.2. Medimos nuestra clase

La superficie de nuestra clase es de 2.700 dm^2 = 27 m^2.

Pág. 124

17.3. ¿Cómo medimos?

Actividad para relacionar magnitud y medida, pero en la que realizamos cálculos.

a) Si dormimos un promedio de 8 horas diarias: $30 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 60 \cdot 60 = 6.048.000$ segundos al mes. A la semana 1.512.000.
b) Como 7.560 segundos = 126 minutos, dará 14 vueltas.
En una hora y media dará: 10 vueltas.
c) 5'4 hm^2, 4 dam^2 y 45 m^2 = $5'4 \cdot 10.000 + 4 \cdot 100 + 45 = 54.445$ m^2.
d) Como 89 hm^2 y 79 m^2 = 890.079 m^2 y se recogieron 45 litros de agua por metro cuadrado, se recogieron en total 40.053.555 litros = 40.053 m^3 $\cong$ 0'4 hm^3 = 4.005.355.500 cl.
e) Se hace necesario averiguar la equivalencia entre micra y milímetros.
f) Si 250 m^2 = 25.000 dm^2, cabrán 1.000 personas aproximadamente.

18. LA MEDIDA DEL TIEMPO Y DE LOS ÁNGULOS

Otra lectura para analizar detalladamente. Se introduce aquí el segundo como patrón de medida y se busca una reflexión sobre la dificultad de medir el tiempo debido a las variaciones que sufre el movimiento de la Tierra, a la vez que se practica con el sistema de numeración asociado al tiempo.

En la segunda parte, queremos valorar el dominio que se tiene con las unidades de tiempo.

a) 1 s = 1/86.400 = 0'0000115 días
1 día solar medio = 86.400 s = 1.440 minutos = 24 horas

b) La duración fue:
31.556.925’9747 s = 525.948’766245 minutos
= 8.765’81277075 horas
= 365’24219878125 días

c) Puede ser que algunos alumnos o alumnas no conozcan el porqué de la existencia de los años bisiestos, pero con una breve explicación como ésta, quedan suficientemente convencidos: “La Tierra da una vuelta completa alrededor del Sol en un año, al mismo tiempo que gira sobre su eje. Completa su giro en un día y realiza 365 1/4 giros en un año. Como dejar un cuarto de día en el calendario no resulta nada práctico, lo que se hace es corregir el calendario haciendo que uno de cada cuatro años tenga 366 días. El año al que se le añade un día se le denomina año bisiesto”.

Pág. 125

18.1. ¡Qué largo es!

Mat dispone de 1 hora y 45 minutos.
Primer tiempo completo: 18’43” + 3’ + 21’15” = 42’58”
Partido completo: 42’58” + 15’ + 43’35” = 101’33” = 1h 41’ 33”

a) Por poco, pero llegará a tiempo a la cita con Tica.
b) 43’35” − 42’58” = 37”
c) La duración real ha sido de 1 h 26’ 33”.

18.2. ¿Sólo 55 minutos?

Nº de horas = (12 · 4 · 55) / 60 = 44 horas

18.3. La media maratón

Clasificación	Diferencia con el 1°	Diferencia con el siguiente
2°	0’15 segundos	0’95 segundos
3°	1’80 segundos	1’15 segundos
4°	2’95 segundos	0’85 segundos
5°	3’80 segundos	

18.4. El reloj

Si cada minuto representa 6°, a las dos menos diez, formarán un ángulo de: 20 · 6 = 120°.
A las cinco en punto: 25 · 6 = 150°.
A las seis y diez: 20 · 6 = 120°.

Pág. 128

19. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas con decimales para proponer como tratamiento de la diversidad.

19.1.

Decimales exactos: $\frac{2}{5}, \frac{12}{15}, \frac{3}{4}, \frac{23}{10}, \frac{13}{5}$

Decimales periódicos puros: $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}$

Decimales periódicos mixtos: $\frac{7}{6}$

19.2.

a) $0'25 = \frac{1}{4}$; $\quad 3'\overset{\frown}{58} = \frac{355}{99} \quad$ $0'001 = \frac{1}{1000}$

b) $25'8 =$; $\quad 4'25 = \frac{129}{5} \quad$ $3'0\overset{\frown}{47} = \frac{17}{4} \quad$ $0'\overset{\frown}{152} = \frac{3017}{990} \quad$ $\frac{152}{999}$

19.3.

Respuesta abierta.

19.4.

Compra 10.500 litros de gasóleo. Si lo comprase a 90 céntimos, gastaría 9450 euros.

19.5.

Actividad sobre redondeo y respuesta en cierta medida abierta.

19.6. Ángulos en un polígono

Actividad más compleja y que remite al trabajo con geometría visto el curso anterior, pero que debería estar asimilado.

a) Cuadrado: 360° / 4 = 90°
   Pentágono: 360° / 5 = 72°
   Heptágono: 360° / 7 ≅ 51° 25' 43"
   Decágono: 360° / 10 = 36°
   Eneágono: 360° / 9 = 40°
b) Si un ángulo mide 32° 23', el otro ángulo agudo mide: 57° 37'. El ángulo recto, 90°.

19.7.

Si en una hora hemos conseguido llenar las 3/8 partes de nuestra piscina, para llenar 1/8, necesitaremos 1/3 de hora; es decir, 20'.
Tardaremos en llenarla completamente: 8 · 20 = 160' = 2 horas y 40 minutos.

19.8.

a) Cada mañana trabajó 45' (0'75 horas) más que por la tarde.
b) Si estuvo trabajando 45 días, cobró: 7'75 horas · 10 · 45 = 3.487'5 euros.

DESDE AHORA...

PORCENTAJES

Al igual que en primer curso, en este apartado pretendemos tres objetivos prioritarios:

- Los porcentajes en la vida cotidiana.
- Cálculo de porcentajes con una sola operación (¡Nada de regla de tres!)
- Significado de los porcentajes.

Es importante fomentar la utilización tanto de la calculadora como del cálculo mental, sobre todo para calcular porcentajes de cantidades.

- **Procedimientos** que permiten **calcular algunos porcentajes de forma sencilla**. Por ejemplo:
  - Para calcular el 25 % de una cantidad la dividimos por cuatro o multiplicamos por 0'25.
  - Para calcular el 10 % de una cantidad la dividimos entre 10 o multiplicamos por 0'1.
  - ...
- Procedimiento para calcular aumentos y disminuciones porcentuales.
  - Una cantidad "n" más el 25 % es: n · 1'25
  - Una cantidad "n" menos el 25 % es: n · 0'75

Pág. 129

20. PORCENTAJES

20.1. Consigue tres en raya con porcentajes

Actividad propuesta con un doble objetivo:

- Estrategias de juegos.
- Cálculo mental de porcentajes.

	5.020	3.600	804	235
5%	251	180	40'2	11'75
10%	502	360	80'4	23'5
30%	1.506	1.080	241'2	70'5
40%	2.008	1.440	321'6	94

Pág. 130

20.2. La asignación semanal

Actividad propuesta para el cálculo de porcentajes.

a) Mat tiene una "paga semanal" de 10 euros. Distribuye su dinero según el cuadro siguiente:

15% en golosinas	40% en cine	10% en comics	20% en zumos	Ahorro
1'5	4	1	2	1'5

b) Aumento: 1'5 euros de 10 euros, supone el 15%.
c) Disminución: 1'5 euros de 12, supone el 12'5%.

20.3. ¡Ojo con el IVA!

Cálculo con porcentajes, pero es importante realizar dichos cálculos mediante multiplicaciones.

a) 1.400 · 1'16 = 1.624.
b) Es indistinto, ya que 20 % del 16 % = 16 % del 20 %.

Pág. 131

20.4. ¿Qué es mejor?
La mejor estrategia es hacer el estudio con una cantidad concreta; por ejemplo, 100 euros.
- Año pasado: 100 + 5 % de 100 = 105 euros.
  Este año: 105 + 3 % de 105 = **108'15 euros**.
- Este año: 100 + 8 % de 100 = **108 euros.**

Es mejor la primera propuesta.

20.5. Tanto por uno
Es importante fomentar el cálculo de porcentajes mediante el tanto por uno.

a) Completa:

• El 18 % de 1 euro es:	0'18 euros.	El 8% de 1 euro es:	0'08 euros.
• El 150% de 1 euro es:	1'50 euros.	El 0'5% de 1 euro es:	0'005 euros.

b)
- El 18% de 127 euros = 0'18 · 127 = 22'86
- El 8% de 273 euros = 0'08 · 273 = 21'84
- El 150% de 26 euros = 1'50 · 26 = 39
- El 0'5% de 1.318 euros = 0'005 · 1.318 = 6'59

20.6. Equivalencias
Es importante hacer notar que las fracciones mayores que la unidad están asociadas a porcentajes mayores del 100 %.

a) 75%	equivale a 3/4 de la misma	b) 25%	equivale a 1/4 de la misma
c) 30%	equivale a 3/10 de la misma	d) 16%	equivale a 4/25 de la misma
e) 8'5%	equivale a 85/1000 de la misma	f) 150%	equivale a 3/2 de la misma
h) l20%	equivale a 6/5 de la misma	j) 250%	equivale a 5/2 de la misma

20.7. Multiplico por ....
Aumentos y disminuciones porcentuales.

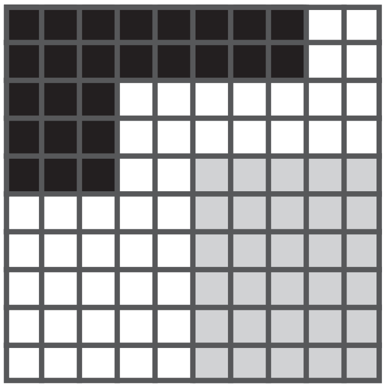
a) Por 1'35
b) Por 1'06
c) Por 0'65.

20.8. Fracción, decimal y porcentaje
Es importante además del cálculo mental fomentar la utilización de la calculadora, tendiendo además en cuenta la existencia de una tecla que calcula porcentajes. Se puede aprovechar para analizar las propiedades de las teclas de la calculadora en los que se refiere a decimales y fracciones.

Fracción	**3/8**	**65/100**	1/4	69/100	3/4	47/100
Número decimal	0'375	0'65	**0'25**	**0'69**	0'75	0'47
Porcentaje	37'5%	65%	25%	69%	**75%**	**47%**

20.9. Cuadraditos

Aunque debería estar ya suficientemente claro, con esta actividad pretendemos retomar la relación constante que hay entre fracción. decimal y porcentaje.



	%	Fracción
Negro	25%	3/4
Gris	30%	3/10
Blanco	45%	9/20

Pág. 134

21. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas con porcentajes para proponer como tratamiento de la diversidad.

21.1. El reciclado de vidrio

a) Se reciclaron: 27% de 300.000 kg = 81.000 kg

b) Se usaron $\frac{54.000}{0'27} = 200.000$ kg

c) % de aumento: $\frac{50}{150} \cong 33$ %.

21.2. Menús

Ingresos = 30 (días) · 75 · 8 · 0'07 = 1.260 euros.

21.3. Descuentos y aumentos

Es importante plantear los aumentos y disminuciones porcentuales como productos y divisiones e intentar evitar la utilización de la regla de tres directa.

a) Se incrementó en un 150 %.
b) 5.500.000 pesetas × 2'5 = 12.500.000 pesetas.
c) 123.000 ÷ 2'5 = 49.200 euros.

21.4.

25% = 0'25	12% = 0'12	9% = 0'09
90% = 0'9	52/3% = 17'333..	132% = 1'32

21.5.

a) 25% de 400 = 100	b) 125% de 400 = 500
c) 25% de 80 = 20	d) 75% de 400 = 300

21.6.

a) Si el 50 % de un número es 16, ese número es: 16 ÷ 0'5 = 32.
b) Si el 25 % de un número es 9, el número es: 9 ÷ 0'25 = 36.
c) Si el 20 % de un número es 7, el número es: 7 ÷ 0'20 = 35.
d) El número cuyo 30 % es 222 será: 222 ÷ 0'30 = 740

DESDE AHORA... PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

Al igual que sucede con distintos apartados de este curso, los alumnos y alumnas ya deberían conocer algunos contenidos:

- Magnitudes directamente proporcionales.
- Concepto de razón y proporción. Propiedades de las proporciones.
- Tanto por ciento, tanto por uno y tanto por mil.
- La proporcionalidad y el juego justo.
- Repartos proporcionales.

Si no es así, se vuelven a plantear actividades que nos permitirán una cierta “puesta a punto”

En este bloque de actividades trabajaremos:

- Proporcionalidad directa.
- Proporcionalidad inversa.
- Distintos procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad.

Debería seguirse fomentando la utilización como mejor estrategia de la reducción a la unidad.

Pág. 135

22. SI YO AUMENTO, ¿TÚ AUMENTAS?

22.1. Cada vez más baratas

Colocar a los alumnos frente a situaciones de no proporcionalidad les lleva a reflexionar sobre la necesidad de buscar una razón constante como condición indispensable para que se dé la proporcionalidad.

Manzanas	Precio/kg	Naranjas	Precio/kg
2 kg	49 céntimos	3 kg	0’70 euros
5 kg	45 céntimos	5 kg	0’70 euros
10 kg	45 céntimos	10 kg	0’70 euros
20 kg	38 céntimos	25 kg	0’70 euros
100 kg	30 céntimos	100 kg	0’70 euros

a) El kg de manzanas no tiene precio fijo, mientras que el de naranjas resulta siempre a 0’70 euros.

22.2. ¿Siempre funciona?

Primer contacto con la proporcionalidad inversa. Nuestra propuesta sigue siendo, siempre que sea posible, la no utilización de la regla de tres.

Otro de los objetivos de esta actividad es diferenciar proporcionalidad directa e inversa.

Un pollo consume en 9 días 1/6 de saco de pienso.

a) En el mismo tiempo tres pollos consumirían 3/6 = 1/2 de saco de pienso. 30 pollos consumirían 5 sacos.

b) Si fueran tres pollos, el saco duraría el doble de tiempo, es decir, 18 días. Si fueran 30, les duraría cinco veces menos; es decir, 1’8 días.

Pág. 136

22.3. Más personas, ¿más cantidad?

Situación de proporcionalidad directa. El objetivo buscado es llegar a la propiedad fundamental de las proporciones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$