BLOQUE II LOS NÚMEROS SON REALES

Introducción

Con el título de este bloque, queremos recoger dos ideas fundamentales:

- Los números existen a nuestro alrededor y debemos acostumbrarnos a trabajar con ellos.
- Durante el curso utilizaremos ya todos los números reales, pues aparecen los números irracionales.

En nuestra propuesta didáctica para este bloque aparecen dos grandes temas:

Manipulando los números. Continuamos con el esquema seguido en 1º ESO, ya que el enfoque didáctico es muy parecido. Nuestros alumnos y alumnas, adecuadamente motivadas desde un principio mediante esos elementos lúdicos descargados del peso psicológico y de la seriedad temible de la matemática oficial, se mostrarán ante las matemáticas tan inteligentes como corresponde al éxito de su actividad en otros campos diferentes. Por ese motivo, el primer tema está planteado para acercarles al mundo de las matemáticas desde una óptica más "amable". Dentro de este tema, y aunque en la programación oficial no se contempla, trabajaremos el concepto de medida.

Cachivaches. A través de una colección de situaciones prácticas agrupadas no según contenidos matemáticos, sino por significado real o contexto de utilización, se recorre prácticamente la totalidad de conceptos y procedimientos sobre números de segundo curso. Se trata de un planteamiento cercano al trabajo por proyectos, aunque dirigido.

Pero es importante aclarar antes que nada que dentro de dicha propuesta el estudio del bloque está previsto con varias alternativas de trabajo:

1. Se pueden trabajar los contenidos propuestos a través de las actividades de los dos primeros temas y dejar el tercero para proyectos de investigación o de ampliación para alumnos más aventajados.
2. Se pueden trabajar los contenidos propuestos a través de las actividades del tercer tema, lo cual implica un trabajo mediante proyectos.
3. Se pueden compaginar ambos temas, pero en este caso, se hace casi obligatorio el trabajo en grupos para enfocar el estudio mediante un tratamiento de la diversidad.

¿Qué significa el hecho de plantear distintas estrategias de aprendizaje? Ni más ni menos que pretendemos dotar al profesorado de distintos enfoques: uno más acorde con el desarrollo del núcleo trabajado en el primer curso; otro más acorde con el enfoque que vamos a plantear en tercero (a través de proyectos de trabajo). No significa ni muchísimo menos que no pueda trabajarse el núcleo con actividades de los diferentes temas, pero los contenidos temáticos son prácticamente los mismos con un enfoque que con el otro.

Los contenidos conceptuales (que respetan fielmente la programación oficial) que queremos conseguir son:

- Relación de divisibilidad. Descomposición de un número natural en factores primos y cálculo del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo de dos o más números naturales.
- Fracciones equivalentes. Simplificación de fracciones. Obtención de fracciones irreducibles equivalentes a otras dadas. Reducción a común denominador.
- Operaciones elementales con fracciones, decimales y números enteros.
- Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis.
- Potencias de exponente natural. Operaciones con potencias. Utilización de la notación científica para representar números grandes.
- Aproximaciones, truncamientos y redondeos. Raíces cuadradas aproximadas.
- Utilización de la forma de cálculo mental, escrito o con calculadora, y de la estrategia para contar o estimar cantidades más apropiadas a la precisión exigida en el resultado y a la naturaleza de los datos.
- Medida del tiempo.
- Medida de ángulos.
- Expresiones sexagesimales complejas y expresiones decimales.
- Conversión de una expresión a otra. Operaciones.

- Porcentajes. Relaciones entre fracciones, decimales y porcentajes. Uso de estas relaciones para elaborar estrategias de cálculo práctico con porcentajes.
- Cálculo de aumentos y disminuciones porcentuales.
- Proporcionalidad directa e inversa: análisis de tablas. Razón de proporcionalidad.
- Magnitudes directamente proporcionales. Regla de tres simple.
- Magnitudes inversamente proporcionales.
- Resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa.

La adaptación que en nuestra propuesta didáctica hacemos de estos contenidos es la siguiente:

4. Manipulando números

4.1. Para empezar: Estrategias de resolución de problemas.
4.2. Números naturales: Divisibilidad
4.3. Potencias y raíces de números naturales
4.4. Números negativos.
4.5. Números racionales.
4.6. Utilizamos los decimales: Raíces cuadradas. La medida del tiempo.
4.7. Porcentajes.
4.8. Proporcionalidad directa e inversa.

5. Cachivaches

5.1. Nuestro cuerpo. Unidades de medida.
5.2. El ábaco. Sistemas de numeración.
5.3. La calculadora.
5.4. Juegos. Operaciones con enteros y fracciones.

4_ MANIPULANDO NÚMEROS

En este tema continuamos con la dinámica seguida en primer curso; es decir, a través de juegos, pasatiempos y problemas intentaremos conseguir los objetivos propuestos. Evidentemente, se ha de producir una mayor profundización en algunos contenidos, y se han de ampliar otros: en cualquier caso, consideramos que el aprendizaje de los conjuntos numéricos y de las operaciones con ellos es más sencillo a través de situaciones que sean o bien cercanas a su entorno, o bien de juego, nunca mediante simples cálculos pesados.

La utilización de la calculadora ocupa un lugar predominante en nuestra propuesta, ya que en la mayor parte de las ocasiones lo que pretendemos es estimular el espíritu investigador y no solamente calcular. Este hecho no es óbice para una utilización adecuada, ya que corremos el riesgo, en el caso de una utilización indiscriminada, de "atrofiar" las destrezas de cálculo necesarias para el desarrollo.

A lo largo de todo el tema tendremos presente un contenido que consideramos transversal:

Utilización de la forma de cálculo mental, escrito o con calculadora, y de la estrategia para contar o estimar cantidades más apropiadas a la precisión exigida en el resultado y a la naturaleza de los datos.

Somos conscientes de que los contenidos son amplios, sobre todo teniendo en cuenta que puede haber diversidad en el alumnado que nos encontremos; pero, precisamente por eso, el número de actividades también es grande, ya que nos permite abordar la diversidad a la que se hacía referencia anteriormente.

No podemos olvidar que los contenidos conceptuales son muy parecidos a los de primer curso; pero, ¿podemos dar por hecho que se conocen? Por eso, en casi todos los apartados es recomendable un primer contacto para detectar las dificultades de aprendizaje.

DESDE AHORA... ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Al igual que en primer curso, este primer apartado sólo persigue detectar capacidades y creatividad en los alumnos mediante actividades totalmente lúdicas. No es, por tanto, el objetivo realizar todas las actividades, sino elegir aquéllas que nos parezcan más convenientes para nuestros propósitos.
Los contenidos que queremos ver son:

- Estrategias de resolución de problemas.
- Propiedades de las operaciones con números.

Pág. 85

1. ¿ESTAMOS EN FORMA?

1.1. Crucigrama numérico

Se ha de tener en cuenta que al leer "la segunda parte de seis", se debe trabajar con la numeración romana: I. Además, cuando se lea la incógnita, debe leerse en romanos "X" y escribir su valor decimal: 10.

	A	B	C	D	E	F
1	3	1		2	8	
2	1		5	0		1
3		1	0		2	1
4	1	2		3	1	
5	3	3			2	7
6			4	9		5

Pág. 86

1.2. Compra y venta de un burro

Actividad muy sencilla, pero que nos permite detectar la existencia o falta de estrategias de resolución, ya que son muy típicas contestaciones como:
"Claro que pierde dinero, pues tiene que comprarlo otra vez y no tiene con qué hacerlo"
No es tan habitual emplear estrategias como:

- En la primera ocasión gana 100 euros.
- En la segunda ocasión vuelve a ganar 100 euros. En total ha ganado 200 euros.

Aunque no se dominen los números negativos, debemos prestar atención a las propuestas de considerar negativos los gastos y positivos los ingresos.
Posiblemente sea necesario tener que realizar una simulación.

1.3. Capicúa

Problema que plantea el empleo de la sistematización. Hay que tener en cuenta que no consideramos el caso de 00.

123 × 11 = 1.353	123 × 22 = 2.706	123 × 33 = 4.059
123 × 44 = 5.412	123 × 55 = 6.765	**123 × 66 = 8.118**
123 × 77 = 9.471	123 × 88 = 10.824	123 × 99 = 12.177

1.4. El número desconocido

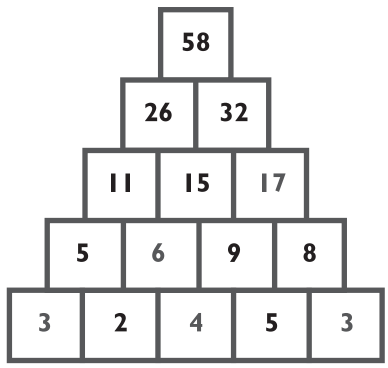
Actividad más compleja y que nos debe permitir detectar estrategias de resolución más elaboradas, ya que hay dos posibilidades tomando la última condición:

3	6	4	2	8	1	3
			6	4	3	1

La segunda situación es imposible ya que 64 · 31 = 1.984 (Número de cuatro cifras). El número buscado es 364.

1.5. La pirámide matemática

No es fácil llegar a completarla, aunque el comienzo es sencillo. Nos permitirá calibrar la “paciencia” al resolver un problema matemático.



1.6. Trucos para multiplicar

Esta actividad y la siguiente nos proponen recordar las propiedades de la multiplicación, pero no sólo con números naturales, sino también con decimales.

- Para multiplicar por 11:
  42 x 11 = 462
  53 x 11 = 583
  27 x 11 = 297
  67 x 11 = 747 ¡Falla el truco!
- Para multiplicar por 2’1:
  25 x 2’1 = 25 x 2 + 2’5 = 52’5

1.7. Más trucos

Para multiplicar por 9:

a) 24 x 9 = 240 − 24 = 216;
   68 x 9 = 680 − 68 = 612
b) 85 x 19 = 85 x (20 − 1) = 1.700 − 85 = 1.615
   85 x 29 = 85 x (30 − 1) = 2.465
c) Multiplicar por 0’9, 1’9, 2’9, ...es equivalente a multiplicar por 9, 19, 29, ... y dividir el resultado entre 10.

DESDE AHORA...

NÚMEROS NATURALES: DIVISIBILIDAD

En el curso anterior ya se proponían actividades sobre divisibilidad, En este curso, queremos reforzar dichos contenidos, así como ampliarlos con los criterios de divisibilidad. Los contenidos que queremos ver son:

- Múltiplo y divisor de un número.
- Procedimientos para buscar los divisores de un número.
- Procedimientos para calcular los múltiplos de un número.
- Números primos y números compuestos
- Procedimiento para averiguar si un número es primo.
- Criterios de divisibilidad.
- Máximo común divisor de dos números
- Mínimo común múltiplo de dos números.
- Procedimientos para calcular el máximo común divisor (m.c.d.) o el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números.

Pág. 88

2. DE DISTINTAS FORMAS

Mediante estas actividades pretendemos que se vea la necesidad de buscar los divisores de un número.

2.1. ¿Cuántas cojo?

Se trata de encontrar todos los divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60.

2.2. Toneles

El tener que llenar un barril se debe asociar con la operación de dividir. Si la división es exacta, la capacidad del recipiente es un divisor de la capacidad del barril. Se habla, por tanto, de divisores comunes.
Divisores comunes de 540, 600 y 2.280 litros: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60.
Primer contacto con el máximo común divisor de 540, 600 y 2280: 60.

2.3. Listones

Divisores enteros de 12 y de 11.

Pág. 89

3. SE PUEDE, NO SE PUEDE

Con esta actividad no pretendemos dar unas “recetas” sobre los criterios de divisibilidad, sino más bien llegar a obtener dichos criterios de una forma escalonada: juegos de asociación, calculadora,...

3.1. Relaciona

Con esta actividad pretendemos un doble objetivo:

- Trabajar las Matemáticas desde un planteamiento lúdico.
- Trabajar los criterios de divisibilidad.

Las respuestas a los dos primeros apartados son:

a) Múltiplos de 3: 6, 9, 18, 27, 63.
   Múltiplos de 4: 8, 16, 28, 32, 44.
   Múltiplos de 5: 10, 25, 35, 55, 65.
b) El 2 es divisor de: 12, 16, 26, 34.
   El 7 es divisor de: 21, 35, 49, 77.
   El 9 es divisor de: 27, 45, 81, 117.

Pág. 90

3.2. ¿Lo podemos saber?

Criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 10 y 11. Se puede consultar la página 96 del libro del alumno/a.

150 = {2, 3, 5, ...}
225 = {3, 5, ...}
916 = {2, 4, ...}
21.211.212 = {2, 3, 4, 11, ...}

Pág. 91

3.3. ¿Y con calculadora?

Como no siempre es posible reconocer los divisores de un número, puede ser una buena estrategia la utilización de la calculadora para realizar más divisiones en el menor tiempo.

a) 43 no es un divisor de 587. 4814 no es un divisor de 4.567.898. 6.789 no es múltiplo de 312.
b) Respuesta abierta a muchas posibilidades.
c) Son divisibles simultáneamente por 2, 3 y 4: 408, 1.068 y 1.620.

Al completar la tabla, se debe incidir en que detalles tales como:

- Si un número es divisible por 2 y 3 lo es por 6.
- Si un número no es divisible por 2 no puede serlo por ningún múltiplo suyo.

Números	Divisible por									
	2	3	4	5	6	7	8	10	11	15
234	SÍ	SÍ			SÍ					
426	SÍ	SÍ			SÍ					
1.295				SÍ		SÍ				
340	SÍ		SÍ	SÍ				SÍ		
4.267										
9.630	SÍ	SÍ		SÍ	SÍ			SÍ		SÍ
2.728	SÍ		SÍ				SÍ		SÍ	
3.999		SÍ								

3.4. ¿Y si no se puede?

Familiarización con los números primos. Puede plantearse la criba de Erastótenes, así como aprovechar la actividad anterior para llegar al criterio para que un número es primo:

"**Un número es primo cuando al dividir por todos los números primos menores que él, la división no es exacta y obtenemos un cociente menor que el divisor**".

Los números primos son: 47 y 97.

Pág. 92

4. ORGANIZANDO UN VIAJE

Con esta actividad pretendemos aplicar los contenidos anteriores.

4.1. El sorteo

Como 12 es el máximo número de premios que pueden ofrecer, se trata de buscar algún procedimiento para otorgar 12 premios (iguales) entre las 10.000 papeletas que, como máximo, pueden vender si

mantienen la idea inicial. Pero ya no se trata de un solo premio, deben replantearse el tema; tenemos que quedar a la expectativa de propuestas para asignar los 12 premios de una manera justa, y estudiar las posibilidades de cada una de ellas.
Una vez hecho esto, podremos pasar a estudiar el dinero que podrán obtener.

4.2. Reuniones
Ahora surgen múltiplos. El mínimo común será 36, que deben situar en el calendario.

Pág. 93

5. EN BUSCA DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO
Existen diferentes procedimientos para obtener el máximo común divisor y mínimo común múltiplo de varios números; incluso puede ser interesante (si hay tiempo) verlos, pero nuestra propuesta se basa en llegar a la descomposición factorial, pero nuevamente de una forma escalonada. Es interesante aprovechar la idea del diagrama en árbol.

5.1. Buscando el mayor divisor común
Actividad totalmente dirigida para conseguir el fin propuesto.
Divisores de 150 = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150}
Divisores de 700 = {1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 25, 28, 35, 50, 70, 100, 140, 175, 350, 700}

a) **Divisores comunes**: {1, 2, 5, 10, 25, 50, 75}
b) **El máximo común divisor** es: 75.

5.2. Inconvenientes
Divisores de 180 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180}

Pág. 94

5.3. Buscando el menor múltiplo común
Múltiplos de 150: {150, 300, 450, 600, 750, 900, 1.050, 1.200, 1.350, 1.500, 1.650, 1.800, 1.950, 2.100...}
Múltiplos de 700: {700, 1.400, 2.100, ... }
El mínimo común múltiplo de (150, 700) es 2.100.

5.4. Buscamos ambos a la vez
Actividad resuelta en la ya planteamos la descomposición factorial. En la siguiente actividad se propone aplicar este procedimiento.

Pág. 95

5.5. Descomposición en factores primos
Como ya se decía en el comienzo de este apartado, no es nuestra propuesta ideal, pero es posible que haya alumnos que ya trabajen con este método; por ello, puede ser conveniente pulirlo.

$$6 = 2 \times 3,\ 10 = 2 \times 5,\ 12 = 2^2 \times 3,\ 15 = 3 \times 5,\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5,\ 630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$
$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5,\ 890 = 2 \times 5 \times 89$$

Hay que hacer notar que los números que se dan son los que aparecen en la siguiente actividad, con lo que se puede aprovechar el trabajo.

5.6. ¿Te animas con otros ejemplos?
$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ $\quad 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad 890 = 2 \cdot 5 \cdot 89$ $\quad 720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$
$15 = 3 \cdot 5$ $\quad 12 = 2^2 \cdot 3$ $\quad 10 = 2 \cdot 5$ $\quad 6 = 2 \cdot 3$
m.c.d. (630, 240) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ $\quad$ m.c.m. (630, 240) = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5.040$
m.c.d. (890, 720) = $2 \cdot 5 = 10$ $\quad$ m.c.m. (890, 720) = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 89 = 64.080$
m.c.d. (15, 12, 10, 6) = 1 $\quad$ m.c.m. (15, 12, 10, 6) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

La segunda parte de la actividad se plantea con el objetivo de diferenciar claramente los conceptos:

- Máximo común divisor y mínimo común divisor.
- Máximo común múltiplo y mínimo común múltiplo.

5.7. ¿Cuántos divisores tiene un número?

Actividad bastante dura para este nivel, pero que se puede proponer como investigación. El objetivo, obviamente no es que lleguen a escribir:

Si $N = a^p \times b^q \times c^r \times \ldots \Rightarrow$ Nº de divisores de $N = (p+1) \cdot (q+1) \cdot (r+1) \cdot \ldots$

Pág. 99

6. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas para proponer como tratamiento de la diversidad.

6.1. Divisores y múltiplos

a) D(6) = {1, 2, 3, 6}
   D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
   D(25) = {1, 5, 25}
   D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}
   D(60) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}
   D(128) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128}
   D(169) = {1, 13, 169}

b) Todos los números son compuestos.

c) Ha de ser un múltiplo del m.c.m. (2, 3, 4, 5, 6, 11); es decir, de 660. Puede ser cualquiera de los múltiplos de 660 menores que 5.000: 660, 1.320, 1.980, 2640, 3.300, 3.960 ó 4.620.

d) Respuesta abierta.

e) m.c.d. (6, 18) = 6 m.c.m. (6, 18) = 18
   m.c.d. (18, 25) = 1 m.c.m. (18, 25) = 450
   m.c.d. (25, 45, 60) = 5 m.c.m. (25, 45, 60}= 900
   m.c.d. (6, 25, 128) = 1 m.c.m. (6, 25, 128) = 9.600

6.2. Resto

Actividad un poquito más dura (no se analizan los criterios de divisibilidad, sino la división) para proponer a alumnos o alumnas más aventajados.

$3.567 = d \cdot c + 27 \rightarrow$ 3.540 es múltiplo de d; $3.540 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 59$

$4.992 = d \cdot c' + 36 \rightarrow$ 4.956 es múltiplo de d; $4.956 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 59$

El número ha de ser un divisor "grande" de ambos y es 708.

6.3. Relojes de arena

Un reloj dura 6 minutos y otro 4. Tendremos que dar la vuelta a ambos a la vez cada 12 minutos (mínimo común múltiplo de ambos).

6.4. La partidilla en Saravillo

Se trata de hallar sin más el m.c.m (12, 9, 4, 6). Dicha cantidad es 36.

6.5. El carpintero ahorrador

Necesitamos encontrar el mcd (256, 96) = 2^5 = 32 cm

Podremos obtener 24 cuadrados:

$256 \div 32 = 8$ filas; $96 \div 32 = 3$ columnas

6.6. ¿Quedamos?

Nos piden el mcm (18, 15, 8) = 360 días habrán de pasar.

DESDE AHORA...

POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS NATURALES

Nos encontramos con uno de los pocos apartados en los que el título es suficientemente claro; lo que no están tan claros son los contenidos "oficiales" que debemos conseguir.
No es fácil, dentro de nuestra propuesta didáctica, plantear actividades en las que sea necesario utilizar potencias y raíces con fracciones o números negativos; por eso, nosotros proponemos un trabajo con potencias y raíces en el que iremos viendo las potencias como una operación dentro de cada uno de los campos numéricos.
Dentro de este punto, nos acercamos por primera vez a la idea de notación científica que podrá ser retomada más adelante.

Pág. 100

7. POTENCIAS Y RAÍCES

7.1. Colocaciones

Necesidad de utilizar las potencias y las raíces.

a) Es evidente que tiene $12 \cdot 12 = 144$.
b) En cada lado tendrá $\sqrt{169} = 13$ macetas.
c) Si el número de policubos de cada arista es 4, necesitarán $4^3 = 64$ policubos.
Si hay en total 125, en cada arista harán falta $\sqrt[3]{125} = 5$ policubos.

7.2. Clasificación

El papel del exponente.

$$222 < (2^2)^2 = 16 < 22^2 = 484 < 2^{22} = 4.194.304$$

7.3. Asociación

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 36$
$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{225} = 15$	$\sqrt{1} = 1$
$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{169} = 13$	$\sqrt{49} = 7$

7.4. La mayor puntuación

Actividad para fomentar el dominio de potencias sin raíces sin calcular ni saber el resultado.

16	16	8	9
2	3	4	8
9	12	8	36

4	16	81	8
8	6	6	5
100	10	8	27

Pág. 101

7.5. Prioridad de operaciones

Trabajamos con la prioridad de operaciones:

a) $3 + 5^2 - \sqrt{3^2 + 4^2} - 6 \times (8 - 3 \times 2) + 18 \div (7 + 2) = 3 + 25 - \sqrt{9 + 16} - 6 \times (8 - 6) + 18 \div 9 =$
$3 + 25 - \sqrt{25} - 6 \times 2 + 2 = 3 + 25 - 5 - 12 + 2 = 13$
b) $(3 + 5)^2 - (3^2 + 4^2 - 5^2) + (9 + \sqrt{13^2 - 5^2} - 5 \times 4) = 8^2 - (9 + 16 - 25) + (9 + \sqrt{169 - 25} - 20) =$
$64 - 0 + (9 + \sqrt{144} - 20) = 64 + (9 + 12 - 20) = 64 + 1 = 65$

7.6. Operaciones con potencias

Trabajamos con las operaciones con potencias con el objetivo fundamental de romper tópicos. Si se cree conveniente, se puede generalizar.

a) $3^4 + 3^2 = 3^6$	F (Da 90)	b) $3^4 - 3^2 = 3^2$	F (Da 72)
c) $3^4 \times 3^2 = 3^6$	V	d) $3^4 \div 3^2 = 3^2$	V
e) $\left(3^4\right)^2 = 3^8$	V	f) $\left(3^2\right)^3 = 3^6$	F (Da también 3^8)

7.7. Nos acercamos a la notación científica

Actividad más difícil, en la se toma un **primer contacto con la notación científica** utilizando la calculadora (es posible que varíe la forma de dar el resultado dependiendo de la calculadora utilizada). Lo que sí es muy importante es que se lleguen a ver dos cuestiones:

1. Multiplicar un número por 10^n, significa añadir (por ahora, ya que casi no se han utilizado decimales) n ceros al número.
2. Cuando leemos en la calculadora 1.2345^{10}, no significa 1.2345^{10}, sino 1.2345×10^{10}.

   Las respuestas son:

   a) $5 \times 100 = 5 \times 10^2 = 500$ $\quad 5 \times 100000 = 5 \times 10^5 = 500000$
   $5 \times 10000000 = 5 \times 10^7 = 50000000$ $\quad 5 \times 10^3 = 5000$ $\quad 5 \times 10^6 = 5000000$

   b) $52350 \times 1256000 = 6.57516 \times 10^{10}$ $\quad 500000^2 = 250000000000 = 2.5 \times 10^{11}$
   $123^6 = 3.462825992 \times 10^{12}$

   c) Actividad propuesta para ver si se entiende la idea de potencia sin calculadora, ya que se produce un proceso cíclico en el que cada 4 potencias de 2 se repite la cifra final:

   - 2^1 acaba en 2; 2^2 acaba en 4, 2^3 acaba en 8, 2^4 acaba en 6, 2^5 vuelve a acabar en 2.
   - 2^5 acaba como 2^1; es decir, acaba en 2.
   - 2^{15} acaba como 2^3; es decir, acaba en 8.
   - 2^{50} acaba como 2^2; es decir, acaba en 4.
   - 2^{100} acaba como 2^4; es decir, acaba en 6.

Pág. 103

8. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Cuestiones de destrezas con potencias para proponer como tratamiento de la diversidad.

8.1.

$5^3 \times 5^2 \times 5 \times 5^4 = 5^{10}$	$4^3 + 4^2 = 4$	$6^4 : 6^3 = 6$
$5^3 : 5^7 = 5^{-4}$	$2^4 : 2^4 = 1$	$(4^2)^6 = 4^{12}$
$(5-3)^2 \times 2^3 = 2^2 \times 2^3 = 2^5$	$(4 + 3 \times 2)^2 = 10^2$	$(7 \times 5 \times 2)^4 = 70^4$
$(5 \times 4 \times 5)^5 = 100^5 = 10^{10}$	$(3 \times 2 \times 6)^3 = 6^6$	$(4 \times 3 \times 2)^2 = 24^2$

8.2.

$3^{\mathbf{4}} = 81$	$2^{\mathbf{5}} = 32$	$5^{\mathbf{4}} = 625$	$6^{\mathbf{2}} = 36$
$\mathbf{2}^4 = 16$	$\mathbf{4}^3 = 64$	$\mathbf{5}^3 = 125$	$\mathbf{10}^4 = 10.000$

8.3.

a) $(1 + 3)^2 = 4^2 = 16$;	$1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$
b) $(3 + 2)^3 = 5^3 = 125$;	$3^3 + 2^3 = 27 + 8 = 35$
c) $(3 + 1)^4 = 4^4 = 256$;	$3^4 + 1^4 = 81 + 1 = 82$
d) $(1 + 2)^5 = 3^5 = 243$;	$1^5 + 2^5 = 1 + 32 = 33$

El objetivo es ver que no se cumple una propiedad en teoría tan obvia como: $(a + b)^c = a^c + b^c$.

DESDE AHORA... NÚMEROS NEGATIVOS

En 1º ESO ya ha tenido que haber un primer contacto con los números negativos. En este curso, nuestros objetivos deben ser:

- Significado y manejo de los números enteros.
- Ordenación.
- Conocimiento y dominio de las operaciones (Suma, producto y cociente) y su prioridad.

No es fácil proponer actividades en las que el cociente de enteros surja como una necesidad, por eso la división aparece recogida dentro de las actividades de asociación o en "Practicamos un poco".

Pág. 104

9. POSITIVOS Y NEGATIVOS

9.1. Asociación I

Actividad muy elemental.

9.2. Termómetros

Actividad propuesta para trabajar las sumas y restas de enteros. Entre paréntesis está la respuesta para la versión del libro en valenciano.

a) Alicante a Pontevedra (Alacant a València): $7 - 15 = -8$
b) Pontevedra a Teruel (València a Requena): $-2 - 7 = -9$
c) Teruel a Moscú (Requena a Vilafranca): $-15 - (-2) = -13$
d) Moscú a Río (Vilafranca a Benidorm): $25 - (-15) = 40$
e) Teruel a Alicante (Requena a Alacant): $15 - (-2) = 17$
f) Moscú a Teruel (Vilafranca a Requena): $-2 - (-15) = 13$
g) Estamos a − 2, al bajar la temperatura 5 °C, será: −7.
h) Se puede interpretar de dos maneras: $-2 + 8 = 6$, o bien $-7 + 8 = 1$.

Pág. 105

9.3. Asociación II

9 + 7	16	−9 + 7	−2	9 − (−7)	16
9 − 7	2	−9 − 7	−16	−9 − (−7)	−2
9 + (−7)	2	−9 + (−7)	−16	−9 − (+7)	−16

9.4. Ordenación

4 +3 > −6 + 8 > −6 + 5> 1 + (−4)> −3 + (−2) > −4 −3 > −6 + (−4) > −5 −8 ó bien
7 > 2 > −1 > −3 > −5 > − 7 > −10 > −13

9.5. Cambio de estado

De nuevo una actividad para trabajar las sumas y restas de enteros.

	Temperatura de ebullición – Temperatura de fusión
ALCOHOL	78 – (–114) = 192
BENZOL	80 – 5 = 75
AGUA	100 – 0 = 100
MERCURIO	357 – (–39) = 396
HIDRÓGENO	–252 – (–259) = 7

a) $-114 - 10 = -124$.
b) Contestada en la tabla.

9.6. ¿Qué número falta?

? + (–2) = –17	–15
–7 + ? = 8	15
? + 18 = 27	9

–14 + ? = –20	–6
– 4 + ? = 2	6
? + 18 = 34	16

–7 + ? = –23	–16
2 + ? = 3	1
8 – ? = 17	–9

Pág. 106

10. LO COMPLICAMOS UN POCO

Surgen productos, cocientes, potencias y el concepto de valor absoluto de un número.

10.1. Desplazamiento

Primer contacto con las multiplicación de enteros.

a) Dentro de 5 segundos se encontrará en: $-2 + 5 \cdot 2 = 7$. Dentro de 10 minutos en:
$$-2 + 600 \cdot 2 = 1.198.$$
b) Hace 5 segundos se encontraba en $-2 - 2 \cdot 5 = -12$. Hace 5 minutos en:
$$-2 - 2 \cdot 300 = -602.$$

10.2. Subida y bajada

Nuevamente nos encontramos con la multiplicación de enteros.

El volumen de la piscina es posible que aún no se sepa calcular: $20 \cdot 8 \cdot 2 = 320$ m^3.

En la primera parte hay que tener en cuenta que no se nos dice cuánta agua había en la piscina, con lo que las respuestas han de referirse a posiciones relativas.

a) Dentro de 10 minutos tendrá $3 \cdot 600 = 1'8$ metros más que ahora.
b) 5 minutos antes de llegar Mat había $3 \cdot 300 = 0'9$ metros menos que cuando llegó.

En la segunda parte partimos de un nivel de 2 metros de profundidad.

c) Dentro de 10 minutos tendrá $2 \cdot 600 = 1'4$ metros menos que ahora.
d) 5 minutos antes de llegar Mat había $2 \cdot 300 = 0'6$ metros más.

El posible enfoque sería trabajar con: $3 \cdot 1.200$, $3 \cdot (-300)$, $(-2) \cdot 1.200$, $(-2) \cdot (-300)$.