

Introducción

Seguimos en este curso con el trabajo de lectura y representaciones gráficas y se comienza de forma más específica con el trabajo del álgebra. Seguimos considerando que no es lógico trabajar el campo algebraico de una forma aislada y así como en nuestra propuesta didáctica en 1º introducíamos el Álgebra a partir del campo numérico, en este curso la trabajaremos a partir del campo gráfico. No obstante, la propuesta que hacemos no impide que en cualquier momento del curso se pueda trabajar con el lenguaje algebraico, con ecuaciones, etc. sin necesidad de haber trabajado ya con gráficas.

Nuestra propuesta se basa en el trabajo con estos dos temas:

- **Lectura y construcción de gráficas.** En este primer tema se prestará especial atención a la interpretación y confección de gráficas a partir de un enunciado o una tabla de valores por ser una forma eficaz de comunicar la información. En este curso pueden manejarse las convenciones de las representaciones habituales en ejes cartesianos y en gráficas estadísticas, lo que permite la utilización del lenguaje gráfico para la descripción e interpretación de relaciones e informaciones diversas. Asimismo puede obtenerse buena parte de la información contenida en gráficas simples, a través de la obtención de valores y de la apreciación global de su forma. En todo caso se trata de dar la posibilidad de interpretar el fenómeno que representan a través de la gráfica.

También analizaremos en este tema el estudio de las relaciones entre variables mediante tablas, gráficas y modelos matemáticos ya que es de gran utilidad para describir, ilustrar, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos: económicos, sociales, físicos, etc. Se tratan todas las relaciones tabla-gráfica-fórmula con actividades diversas, estudiando la presentación idónea para una situación determinada. El estudio de las funciones, se hace sobre situaciones y enunciados en contextos relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

- **Letras en equilibrio.** El lenguaje aritmético conduce fácilmente al algebraico, ya que, una parte importante del álgebra se podría considerar como aritmética generalizada. A través de los contenidos de este tema se pretende la adquisición de las claves del lenguaje algebraico y la soltura necesaria para su manejo en la resolución de problemas diversos.

Utilizar la posibilidad de simbolizar para describir una situación problemática es el final de un proceso lento, en el que los alumnos y alumnas tienen que enfrentarse a situaciones en las que se vea la utilidad de encontrar una expresión general y su significado en diferentes contextos. Otros aspectos importantes son la traducción del lenguaje algebraico al lenguaje ordinario para la que la resolución de ecuaciones por métodos algebraicos, numéricos y gráficos permitirá captar esa particular relación concreto-general y el de la manipulación de expresiones algebraicas que potencian la capacidad de generalizar y la de particularizar y son elementos claves para la comprensión de los métodos algebraicos.

Como trabajo del núcleo, se les podría pedir que vuelvan a confeccionar un dossier de prensa en el que apreciaran noticias relacionadas con las gráficas y el lenguaje algebraico.

Como ya se ha mencionado, en este núcleo recogemos los contenidos referidos tanto al núcleo de Gráficas como al de Álgebra. Los contenidos conceptuales mínimos (que respetan fielmente la programación oficial) que queremos conseguir son:

Bloque: Funciones y gráficas

- Gráficas cartesianas. Elaboración de una gráfica a partir de una tabla de valores o de una expresión algebraica sencilla que relacione dos variables.
- Descripción local y global de fenómenos presentados de forma gráfica.
- Aportaciones del estudio gráfico al análisis de una situación: crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos absolutos o relativos.
- Identificación de magnitudes proporcionales a partir del análisis de su tabla de valores o de su gráfica. Interpretación de la constante de proporcionalidad. Aplicación a situaciones reales.

- Construcción de tablas y gráficas a partir de la observación y experimentación en casos prácticos.
- Interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales y el mundo de la información.
- Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

Bloque: Álgebra

- El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y expresar relaciones.
- Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades.
- Obtención del valor numérico de una expresión algebraica.
- Binomios de primer grado: suma, resta y producto por un número.
- Transformación de ecuaciones en otras equivalentes. Resolución de ecuaciones de primer grado.
- Utilización de las ecuaciones para la resolución de problemas. Interpretación de las soluciones.

La adaptación que en nuestra propuesta didáctica hacemos de los contenidos oficiales es la siguiente:

8. Lectura y construcción de gráficas

- 8.1. El lenguaje gráfico: De la gráfica a la tabla de valores.
- 8.2. De la tabla a la fórmula (expresión analítica).
- 8.3. Un caso especial de gráficas: las rectas.

9. Letras en equilibrio

- 9.1. Diagnóstico inicial
- 9.2. Codificación. Ecuaciones.
- 9.3. Empleamos ecuaciones (y las resolvemos)
- 9.4. Resolución de problemas mediante ecuaciones

8_ LECTURA Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

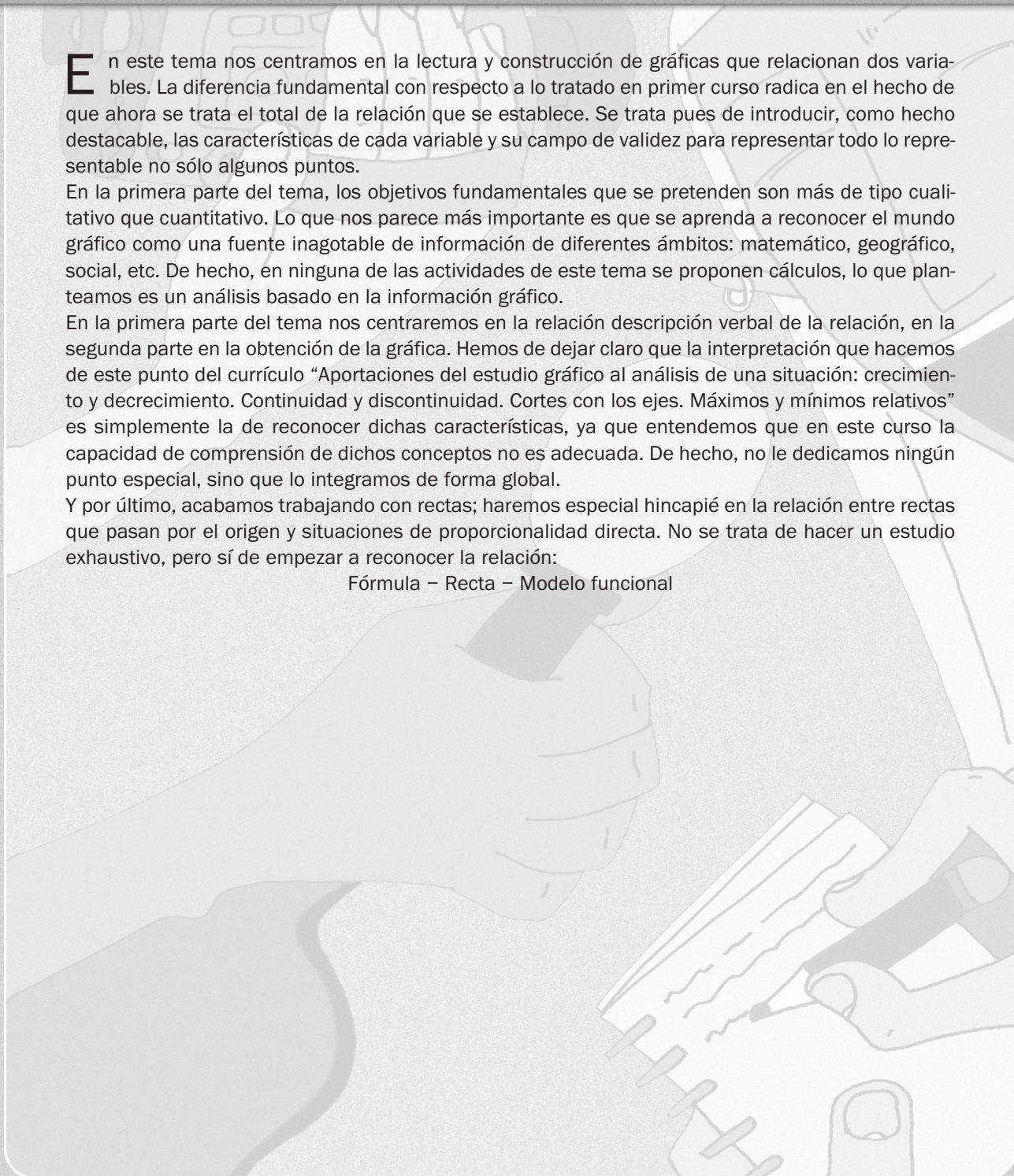
En este tema nos centramos en la lectura y construcción de gráficas que relacionan dos variables. La diferencia fundamental con respecto a lo tratado en primer curso radica en el hecho de que ahora se trata el total de la relación que se establece. Se trata pues de introducir, como hecho destacable, las características de cada variable y su campo de validez para representar todo lo representable no sólo algunos puntos.

En la primera parte del tema, los objetivos fundamentales que se pretenden son más de tipo cualitativo que cuantitativo. Lo que nos parece más importante es que se aprenda a reconocer el mundo gráfico como una fuente inagotable de información de diferentes ámbitos: matemático, geográfico, social, etc. De hecho, en ninguna de las actividades de este tema se proponen cálculos, lo que planteamos es un análisis basado en la información gráfico.

En la primera parte del tema nos centraremos en la relación descripción verbal de la relación, en la segunda parte en la obtención de la gráfica. Hemos de dejar claro que la interpretación que hacemos de este punto del currículo “Aportaciones del estudio gráfico al análisis de una situación: crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos” es simplemente la de reconocer dichas características, ya que entendemos que en este curso la capacidad de comprensión de dichos conceptos no es adecuada. De hecho, no le dedicamos ningún punto especial, sino que lo integramos de forma global.

Y por último, acabamos trabajando con rectas; haremos especial hincapié en la relación entre rectas que pasan por el origen y situaciones de proporcionalidad directa. No se trata de hacer un estudio exhaustivo, pero sí de empezar a reconocer la relación:

Fórmula – Recta – Modelo funcional



Aún no se habla de **variables** y, por tanto, nuestro objetivo primordial es interpretar gráficas que no siempre han surgido de los medios de comunicación sino que pueden surgir de una cierta manipulación matemática. Otro objetivo importante es analizar la ventaja e inconveniente de unir los puntos de una gráfica. Debería recordarse la idea de variable, aunque aún no se mencionen las palabras independiente y dependiente.

Pág. 257

1. GRÁFICAS EN LOS MEDIOS DE COMUNICACIÓN

En esta primera actividad, los objetivos fundamentales que se pretenden son más de tipo cualitativo que cuantitativo. Lo que nos parece más importante es que se aprenda a reconocer el mundo gráfico como una fuente inagotable de información de diferentes ámbitos: matemático, geográfico, social, etc. De hecho no se proponen cálculos, lo que planteamos es un análisis basado en la información gráfico.

1.1. La escala del ruido

Esta gráfica relaciona, en una forma curiosa en sector circular, los trastornos para la salud de las personas con la cantidad de ruido que emiten distintas actividades naturales o humanas. Se pretende que aprecien que por ejemplo no siempre es necesario que los ejes estén en perpendicular. Se trata además un tema transversal de gran importancia en la sociedad en la que vivimos: la contaminación sonora.



Pág. 258

1.2. El peso de los años

Es interesante el hecho de que lo que se representa sea la diferencia respecto al peso que se tenía a los 20 años. Los comentarios permiten tratar sobre intervalos en los que se aumenta más o menos y cuando los aumentos o disminuciones son mayores en hombres que en mujeres, etc.

1.3. El dibujo escondido

El objetivo es reconocer errores al representar puntos en unos ejes de coordenadas. Sale un ancla o una flecha. Los puntos son simétricos.

2. ASOCIACIÓN

Actividad que es casi un juego, en la que, como el nombre indica, pretendemos relacionar gráficas con distintas informaciones.

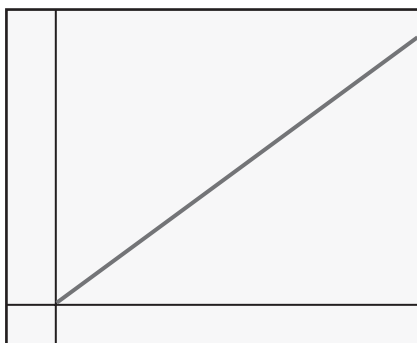
2.1. A cada vehículo un punto

Puede ser curioso analizar la contradicción que puede suponer que a mayor precio no corresponda mayor velocidad.

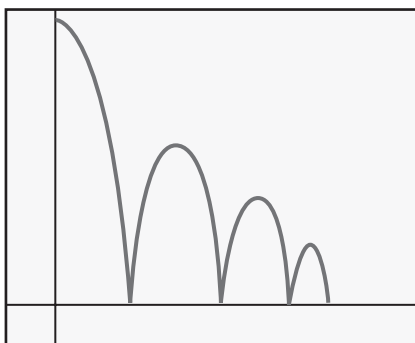
2.2. A cada gráfica una historia

En esta actividad, en la que no hay variables explícitas, ya hay que empezar a pensar en unos ciertos modelos funcionales.

Espacio recorrido al pasar el tiempo.



Altura de una pelota que bota, al pasar el tiempo.



Nivel de agua en un pantano a lo largo del año.



Pág. 259

2.3. A cada historia un trozo de gráfica

Se hace aún más hincapié en el proceso planteado en la actividad anterior, salvo que ya aparecen variables de forma explícita. El desarrollo del camino explícitamente sería:

1. Mat sale de su casa hacia el instituto y tarda 5 minutos en llegar a casa de Tica que vive a 200 metros de su casa.
2. Mat espera a Tica durante 4 minutos.
3. Tica y Mat se dirigen tranquilamente al instituto. De modo que recorren 150 metros en 4 minutos.
4. Ambos oyen la sirena para entrar a clase y tardan 4 minutos en recorrer los 300 metros que faltan hasta su centro.

3. COMENTA LAS GRÁFICAS

Como ya se indica en la actividad se pretende analizar (siempre con un lenguaje adecuado al curso en el que estamos) las características de una gráfica.

3.1. Teléfono en la oficina

Sobre la base de la gráfica dada, el objetivo de la actividad es que relacionen los elementos sobresalientes de la misma, crecimientos y decrecimientos, máximos y mínimos en términos no idénticos a los que se reflejan en los ejes. Es necesario apoyar el que las interpretaciones de las gráficas sean eso, interpretaciones, no lectura absolutamente mecánica dato a dato.

Pág. 260

3.2. Nivel de ruido

En la primera parte de la actividad se pretende una lectura de la gráfica que refleje los hechos más sobresalientes, horas con mayor cantidad de coches, con menor, intervalos de crecimiento y decrecimiento, etc.

La segunda parte exige un trabajo real que pretende que comprendan que la obtención de los datos es un requisito complicado y pesado que exige coordinación, esfuerzo y orden. A la hora de representar los datos se puede optar por un gráfico de barras con intervalos de 5 en 5 minutos o por un polígono de frecuencias.

3.3. El SIDA

Es curioso hacer notar que en la misma información hay varios gráficos. El que se plantea, relaciona Años – Casos por año de diagnóstico.

4. CIRCUITOS

Es fundamental el requerimiento de que imaginen, para lo cual pueden recorrer con la punta de un lápiz cada circuito, ya que hay que asignar bajadas y subidas coincidiendo con curvas y rectas. La segunda parte lo que pretende es que con la comparación se aprecie que las necesidades de frenada son menores en las motos pequeñas ya que también alcanzan velocidades menores en las rectas. Es importante el que aprecien que las gráficas son continuas porque lo es la variable tiempo.

5. CADA CASO UNA HISTORIA

5.1. Cada persona un camino

Un hecho fundamental en las representaciones gráficas es el significado de los ejes. La necesidad de que esté totalmente claro es un requisito para su correcta interpretación. En este caso de la lectura de una gráfica (el invento de una historia 'real' le da una aliciente desde el punto de vista de los alumnos) en la que el eje de ordenadas significa la distancia medida respecto a un punto al que nos desplazamos (pastelería) permite con los cambios necesarios el volver a representar en otros ejes en los que la referencia de distancia es el punto de salida (casa).

5.2. Creatividad

La inexistencia de etiquetas en los ejes permite tantas interpretaciones como supuestos se sean capaces de hacer. Lo importante es la discusión que se establezca en clase, cuando después de haberlos etiquetado den sus explicaciones.

5.3. De una historia a una gráfica

Interesa en esta actividad educar en la capacidad de pasar a gráficas, las palabras que describen la relación, de una forma cualitativa, directa, en la que lo fundamental es si la relación que se genera en una variable es de aumento o de disminución, si lo hace en línea recta, si tiene subidas y bajadas, etc. De paso, podemos ver cuál es su nivel de expresión y de corrección ortográfica.

6. EL DEPÓSITO

Tiene mucho interés el reflejar con todo tipo de detalle las formas de cada una de las gráficas: cuándo va la velocidad de vaciado a más, cuándo a menos, cuándo se vacía siempre a la misma velocidad, cuándo se para el vaciado, etc.

7. TE PEDIMOS UNA GRÁFICA

La primera gráfica pedida nos lleva a una gráfica escalonada con escalones de diferentes tamaños. Se dan dos tipos de representaciones erróneas, la primera es tomar un punto de cada intervalo y unirlos o no unirlos. La segunda pasa por obtener diferentes puntos de los intervalos y unirlos como si se pudieran hacer copias a medias. También hay que señalar la dificultad que supone el representar todos los datos hasta los miles de copias, el ajuste de una escala apropiada permite una buena discusión sobre ese particular.

DESDE AHORA... DE LA TABLA A LA FÓRMULA

En esta segunda parte del tema nos centraremos más en el paso entre datos tabulados y gráficas y se comienza a requerir la fórmula que las relaciona.

Pág. 266

8. TEXTO - GRÁFICA - FÓRMULA

8.1. Datos azules y rojos

Este fenómeno totalmente discreto permite ver que las gráficas son simplemente los puntos señalados y sólo esos. Por otra parte el hecho de que aprecien de que todos los puntos se sitúan sobre una recta les resulta sorprendente. El tratamiento de las ecuaciones que se vinculan a rectas serán objeto específico de estudio en tercer curso.

8.2. El hielo descongelándose

Aquí se pretende que vuelvan a discutir que una cosa son unos datos de una relación y otra es la relación en sí misma. Y que la gráfica tiene que intentar representar el total de esa relación para lo que es necesario decidir qué hacer entre puntos representados de la tabla, si unir o no unir y cómo hacerlo. También hay que decidir como continuar más allá de los datos tabulados.

8.3 Las pelis más taquilleras

Tabla que puede actualizarse constantemente, en la que se puede observar la falta de proporcionalidad, hecho que sí se produciría si el precio unitario fuera de 5 euros.

Los precios serían:

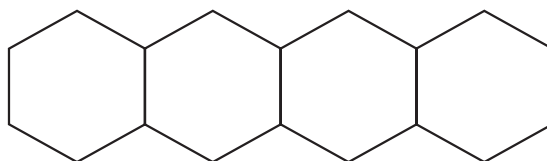
El cofre del hombre muerto	5'15 euros
El código Da Vinci	5'28 euros
Alatriste	5'27 euros
Cars	4'95 euros
300	5'61 euros

Pág. 267

8.4 Cerillas

Ésta es una actividad que por la facilidad para ser representada mentalmente, o en caso de imposibilidad, la facilidad para disponer de unos cuantos palitos, hace que se obtenga fácilmente la descripción verbal de la relación. Una vez hecho esto se trata que aprecien que la fórmula no deja de ser más que otra forma de expresar la misma relación.

Hay que suponer que al hablar de cuadrados o hexágonos adosados nos estamos refiriendo a:



La fórmula que nos da el nº de cerillas en función del nº de cuadrados es:

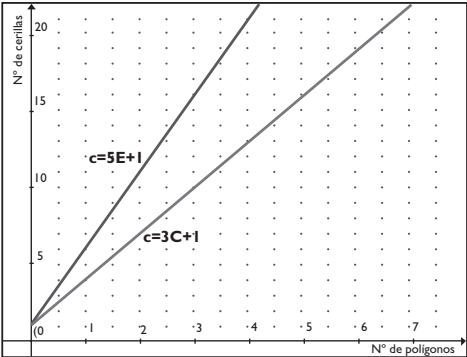
$$c = 3 \cdot C + 1$$

En el caso de los hexágonos, tendríamos:

$$c = 5 \cdot E + 1$$

Es importante hacer notar que al representar los puntos en los ejes de coordenadas, los puntos no pueden unirse.

Puede ser interesante aprovechar los mismos ejes de coordenadas para comentar el cambio de crecimiento asociado a la pendiente.



8.5. Portales

La sencillez de los modelos planteados hacen que la actividad sea de éxito. Es necesario que antes de que se enzarcen con las fórmulas hagan la descripción verbal de la relación entre los dos tipos de baldosas.

Vuelve a plantearse la necesidad de comentar que los puntos de la gráfica no pueden unirse. Si simplificamos los colores:

PORTAL

RELACIÓN

$a = r + 4$

$l = 2 \cdot (a - 3) \text{ ó } l = 2a - 6$

$v = 2a + 6$

$n = 2r + 3$

Pág. 268

8.6. Sillas

La actividad plantea un modelo chip para explicar la relación algebraica que se establece entre la salida y la entrada. Es un modelo sencillo y ayuda a muchos alumnos y alumnas a entender una tabla de valores relacionados.

8.7. Entrada y salida

Simplemente se pretende sacarle partido al modelo máquina para diferentes relaciones entre las variables. Es interesante que en cada caso se construya la tabla de valores correspondiente.

También puede merecer la pena emplear los mismos ejes de coordenadas para operaciones inversas.

Pág. 272

9. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Actividades propuestas para afianzar los contenidos vistos sobre gráficos, tablas y fórmulas.

9.1. Avioneta

No tenemos una relación previsible. Basta con comentar la gráfica.

9.2. Apilando cubos

a) Pinta 9 caras.

b) La tabla sería:

Nº de cubos	1	2	3	4	5
Nº de caras pintadas	5	9	13	17	21

c) La fórmula sería: $C = 4c + 1$

d) En este caso, la tabla sería:

Nº de cubos	1	2	3	4	5
Nº de caras pintadas	5	8	11	14	17

Y la fórmula sería: $C = 3c + 2$

9.3. Representa fórmulas

Aplicación casi inmediata.

Pág. 273

9.4. Busca la gráfica

Actividad curiosa, ya que hay más gráficos que tablas, lo cual nos permitirá una variedad de respuestas. Lo que importa no es tanto acertar con la pareja, sino comentar tablas y describir gráficas.

Es importante hacer ver que aunque en las gráficas los puntos están unidos, no siempre ha de ser así, ya que, por ejemplo, no se puede comprar 1'5 barras de pan.

Los únicos casos en los que se puede hacer una cierta asociación son:

Tabla 1: Línea e) ya que va creciendo bastante al principio y luego el crecimiento se ralentiza

Tabla 2: Línea h, ya que es una curva asociada a una función exponencial decreciente (aunque no se mencione este término)

Tabla 3: Línea a), ya que se corresponde con un crecimiento lineal, y la recta pasa por el origen de coordenadas.

Los otros ejemplos están relacionados con modelos estadísticos y no funcionales, aunque en el caso de la tabla del crecimiento humano, se le puede asociar una línea (no recta) creciente que no pase por el origen de coordenadas.

Aunque no se asocien con una tabla concreta, puede ser interesante describir las gráficas.