mucho que se repitan siempre tienen su complejidad. Con este tipo de actividades se da la posibilidad de una práctica extensa sobre el mantenimiento de la proporcionalidad entre las diferentes características de la población y la muestra.

18.1. ESO
La respuesta a la cuestión planteada es:

1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	TOTAL
150	170	240	220	780
$\frac{150}{780} \cdot 30 \approx 6$	$\frac{170}{780} \cdot 30 \approx 7$	$\frac{240}{780} \cdot 30 \approx 9$	$\frac{220}{780} \cdot 30 \approx 8$	30

18.2. Bachillerato
Para contestar a las cuestiones planteadas, podemos realizar la siguiente tabla.

	Primero	Segundo	
Nocturno	110/580 x 50 = 9	81/580 x 50 = 7	16
Diurno	265/580 x 50 = 23	124/580 x 50 = 11	34
	32	18	50

Pág. 31

18.3. Mujeres y hombres
Para contestar a las cuestiones planteadas, podemos realizar la siguiente tabla.

	Primer turno	Segundo turno	Tercer turno	
Hombres	210/909 x 100 = 23	125/909 x 100 = 14	87/909 x 100 = 10	47
Mujeres	351/909 x 100 = 39	102/909 x 100 = 11	34/909 x 100 = 4	54
	62	25	14	101

El porcentaje de hombres es 47 %, y el de mujeres 54%. Desbordándose en un 1 % por problemas de redondeo.

	Primer turno	Segundo turno	Tercer turno	
Hombres	210/909 x 180 = 42	125/909 x 180 = 25	87/909 x 180 = 17	84
Mujeres	351/909 x 180 = 69	102/909 x 180 = 20	34/909 x 180 = 7	96
	111	45	24	180

19. FICHA TÉCNICA
Las **fichas técnicas** de las encuestas son un buen resumen de procedimiento y de representatividad de la muestra. La explicación de los márgenes de error se salen en dificultad de lo obligatorio por lo que se debe de huir de demasiados tecnicismos e incidir en el requerimiento de que los resultados obtenidos para una parte (la muestra) puedan servir para explicar el conjunto (la población).

Pág. 32

20. PASAD LA ENCUESTA

El trabajo de estadística es quizás el más sencillo para que se ponga en marcha la colaboración entre los alumnos y alumnas en el desarrollo de actividades grupales. De acuerdo a la encuesta elaborada y a la discusión de métodos de muestreo, planteamos la necesidad de pasar de verdad la encuesta a la muestra seleccionada. Todos esos cuestionarios completados los utilizaremos en el segundo tema para elaborar una estadística completa sobre el tema elegido, los gustos de los jóvenes en la diversión o el tema que hubiera sido elegido por los propios alumnos y alumnas. Ánimo, si les pide que lo hagan lo harán, es una actividad de éxito.

Pág. 34

21. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Práctica sobre lo planteado, muestras con o sin sesgo y obtención de muestra manteniendo las proporciones de los diferentes estratos.

21.1. De chiste

Tal como dice el título es más bien un chiste el pretender representar una población tomando una muestra de un único elemento. Sin embargo no es tan descabellado el oír generalizaciones a poblaciones grandes, basándose en dos o tres casos particulares. De hecho no es nada extraño oír algunos comentarios racistas y xenófobos que se basan precisamente en este tipo de afirmaciones. Puede ser un buen momento para darse cuenta de estas actitudes y corregirlas.

21.2. Con sesgo

a) Ésta es la mejor forma de sesgar los resultados. Preguntar a creyentes sobre si creen o no.
b) Lo más normal es que los resultados queden sesgados o a favor del equipo titular del campo o en contra de los equipos que más rivalicen con él.
c) Idénticamente que en los anteriores casos la muestra no representará bien a la población.
d) Igual que en los anteriores casos, esta muestra está claramente sesgada, si queremos conocer la opinión de todos los jóvenes hay que tomar jóvenes de todas las tendencias y gustos.

21.3. Sin sesgo

Habría que elegir una muestra que representa bien todas las edades, ambos sexos, y diferentes posiciones sociales, de acuerdo a las proporciones de la población española.

21.4. Chicos y chicas

Habría que coger $\frac{900}{1.900} \cdot 50 = 24$ chicos, y 36 chicas.

21.5. Distritos

La respuesta a la cuestión planteada sería:

Distr 1	Distr 2	Distr 3	Distr 4	Total
44.000	80.000	25.000	30.000	179.000
$\frac{44.000}{179.000} \cdot 500 \approx 123$	$\frac{80.000}{179.000} \cdot 500 \approx 223$	$\frac{25.000}{179.000} \cdot 500 \approx 70$	$\frac{30.000}{179.000} \cdot 500 \approx 84$	500

21.6. Más muestras

Podemos considerar un tamaño de 100 alumnos como muestra de la población de alumnos del centro en cuyo caso tomaríamos:

3º ESO	4ºESO	1º BACH	2º BACH
100 · 720/2000 = 36	100 · 700/2000 = 35	100 · 340/2000 = 17	100 · 240/2000 = 12

Para acabar con este primer tema y prepararnos bien para los siguientes presentamos una serie de ejemplos sacados de internet y que podemos plantear a nuestros alumnos para ver si concluyen que además de tener una encuesta, es necesario obtener información sobre otros elementos también relacionados con las variables que se analizan para no extraer conclusiones equivocadas:

1. Un reciente estudio psicopedagógico ha mostrado que los niños de pie grande saben leer mejor que los de pie pequeño. ¿Permitirá el tamaño del pie medir la capacidad de lectura de los niños?
No. Se debe de tener en cuenta si el estudio se realizó a escolares que están en crecimiento porque el tamaño del pie está influenciado por la edad.

2. Suele decirse que casi todos los accidentes de automóvil ocurren cerca de casa. ¿Significa esto que viajar por carretera, a muchos kilómetros de nuestra ciudad, es menos peligroso que callejear por nuestro barrio?
No. Las estadísticas reflejan, sencillamente, que se usa el coche más por los alrededores de nuestra residencia que por carreteras alejadas.

3. Un estudio demostró que en cierta región las tasas de fallecimiento por cáncer y de consumo de leche eran de las más altas del país. ¿Significa esto que beber leche puede ser causa de cáncer?
No. Resulta que en la zona el clima es benigno y en ella reside gente mayor y acaudalada. Siendo el cáncer aflicción común entre las personas de mayor edad, ésa es la razón del aumento de mortalidad por cáncer.

4. Un estudio hizo ver que en cierta población europea se produjo un fuerte crecimiento de la población y un notable incremento del número de nidos de cigüeñas. ¿No es esto demostración de que son las cigüeñas quiénes traen a los niños al mundo?
No. Refleja el hecho de que al aumentar el número de edificios las cigüeñas dispusieron de más sitios donde anidar y en los edificios viven parejas jóvenes que son las que provocan el aumento de nacimientos.

5. Recientes estadísticas muestran que la tasa de natalidad es el doble que la tasa de mortalidad. ¿Será verdad, por tanto, que una de cada dos personas es inmortal?

6. La probabilidad de tener un accidente de tráfico aumenta con el tiempo que te pases en la calle. Por tanto, cuanto más rápido circules, menor es la probabilidad de que tengas un accidente. ¿Es cierto?

2_ TRATAMIENTO DE LOS DATOS

Se da demasiadas veces por sentado que las tablas son algo tan natural que no necesita ser trabajado explícitamente. Y es cierto que, dada su profusión en libros y revistas (sobre todo las deportivas), son un elemento muy conocido. Sin embargo **el paso de los datos obtenidos en las encuestas a su tabulación es una actividad sencilla pero no trivial**. Y además el trabajo de vaciado de las encuestas para poder extraer los datos es una actividad grupal de primer nivel, la cual exige tiempo y método. Esa experiencia de situarse delante de 30 cuestionarios con varias hojas, sin perderlas ni repetirlas, y extraer todos los datos es fundamental para poder valorar correctamente las situaciones en que ya los tenemos perfectamente organizados y tabulados.

Una vez tabulados los datos por sus frecuencias absolutas, es fundamental la comprensión de que si tenemos que comparar, y ese suele ser el objeto central de la mayoría de las estadísticas, la frecuencia relativa es absolutamente imprescindible ya que es la que iguala los totales a 1. Esa necesidad de relativizar los datos es muy importante y necesita tranquilidad, y contextos muy variados, para poder apreciarse. La relación entre las frecuencias relativas y los porcentajes clarifican el porqué las gráficas de sectores siempre sirven para comparar, y las de barras sólo cuando son de frecuencia relativas.

Es necesario, y así hemos planteado los dos apartados del tema, que los parámetros estadísticos sean percibidos como lo que son, **un resumen de los datos**. Se pierde información pero se gana sencillez y claridad. Los parámetros centrales y el rango, que son los propios de este curso, se enfocan desde el conocimiento por su uso continuado de la media, para que se aprecie la diferencia con la mediana sobre todo cuando hay datos muy extremos. La media de medias es fuente de errores y comienza a plantearse en este curso aunque también se hará en los siguientes.

Creemos fundamental las actividades finales sobre los **informes estadísticos**, ya que representan el uso completo de todo el trabajo estadístico. El objeto de las actividades planteadas es que aprecien cómo se elaboran en distintos ejemplos, para que puedan hacer los propios en su encuesta. Con ello se cierra el camino que comenzó con los cuestionarios, y todo ello da la oportunidad de ser sistematizado y extractado en paneles que pueden exponerse en clase o en otros zonas del instituto, además de en presentaciones informáticas en las que detallen sus resultados a otros grupos del centro.

DESDE AHORA...

TABULACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA

En este tema se trabajará primero con la preparación de los datos por medio de **tablas de frecuencias absolutas y relativas** y la **elaboración de gráficos de barras y de sectores**. Estos gráficos probablemente ya habrán sido tratados en primer curso.

Pág. 37

1. PRESENTA TUS RESULTADOS

Se comienza el tema donde acabó el anterior. Con cuestionarios que han sido pasados a una muestra amplia de personas. Insistimos que el objetivo central debería ser que trabajaran con sus propios resultados y que al final realizarán una estadística completa sobre el objeto de estudio estadístico elegido.

2. TABULACIÓN/TIPOS DE DATOS

La actividad introduce simplemente en el procedimiento para elaborar una tabla de frecuencias absolutas, da alguna definición y una primera clasificación de los tipos de datos. Se incide además, con objeto de que no pase desapercibido, en que la suma de las frecuencias absolutas nos indica el total de los datos con los que trabajamos.
Así mismo en la clasificación de los datos en cuantitativos y cualitativos en ambos casos, puede permitir ver que en el caso del cine podría asignarse números a los tipos de respuestas, pasando los datos de cualitativos a cuantitativos. Y en el de los bocadillos aunque los datos son cualitativos, por el tipo de respuesta en el que se busca una valoración sobre cada gusto, pasan a ser datos cuantitativos.

Pág. 39

3. FRECUENCIAS RELATIVAS

Se introducen las frecuencias relativas desde la necesidad de comparar resultados estadísticos tomados sobre cantidades de datos distintos. Lo planteamos en datos de tipo cualitativo y cuantitativo continuos, los cuales se aprovechan para dar su definición.

Pág. 40

3.1. Comparando dos clases

Grupo A			Grupo B		
X_i	F_i	f_i	X_i	F_i	f_i
a	4	4/25 = 0’16	a	12	12/30 = 0’4
b	10	10/25 = 0’4	b	5	5/30 = 0’16
c	5	5/25 = 0’2	c	6	6/30 = 0’2
d	6	6/25 = 0’24	d	7	7/30 = 0’23

La preguntas a y b quedaban claras en valor absoluto, sin embargo la pregunta c representa un empate en ambos grupos y la d es superior en el grupo A que en el B, aunque los valores absolutos fueran mayores en el grupo B.

3.2. Comparando atletas

X_i	f_{Ai}	f_{Bi}
[1'70, 1'80[	0'1	0'14
[1'80, 1'90[	0'3	0'57
[1'90, 2'00[	0'45	0'22
[2'00,2'10[	0'15	0'07

El saltador A tiene mayor proporción de saltos muy altos y tiene menor proporción de saltos muy bajos. Tiene además una proporción de saltos altos doble que la del otro saltador. Parece por lo tanto que es mejor el saltador A.

Pág. 41

4. MÁS TABULACIONES

4.1 Familias

Sobre la base de datos en forma dispersa, tal y como se podrían haber obtenido de forma primaria, simplemente se trata de trabajar la tabulación y la obtención de las correspondientes frecuencias relativas. Está planteado para que el tratamiento de los datos sea discreto ya que el rango de respuestas no es muy grande. Quizás algunos alumnos o alumnas sugieran que no hay ninguna respuesta 1 o más de 10 y que ellos conocen casos en que pueden ser ambos posibles. Para el caso de 1 será porque el muestreo ha sido realizado sólo para parejas en las que ambos cónyuges están vivos, y el que no hayan más de 10 viene dado por ser la muestra sólo de 100 familias y tratarse de todas formas de un caso raro hoy en día.
Si llamamos X_i al número de miembros de la unidad familiar, tendremos:

X_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F_i	9	21	26	19	10	5	6	3	1	100
f_i	0'09	0'21	0'26	0'19	0'1	0'05	0'06	0'03	0'01	1

Pág. 42

4.2 Saltos de longitud

En esta actividad al tratarse de datos continuos, hay que proceder en principio a organizarlos en intervalos de igual amplitud. Tomaremos una amplitud de 5 cm desde 7'10 (el valor mínimo en el saltador A) hasta 7'50 (el valor máximo para el saltador A).

X_i	FA_i	FB_i	fA_i	fB_i
[7'10,7'15[	2	0	0'05	0
[7'15,7'20[	2	0	0'05	0
[7'20,7'25[	11	0	0'39	0
[7'25,7'30[	7	5	0'08	0'2
[7'30,7'35[	8	5	0'21	0'2
[7'35,7'40[	1	8	0'03	0'32
[7'40,7'45[	4	5	0'11	0'2
[7'45,7'50]	3	2	0'08	0'08
	38	25	1	1

Los resultados son claramente mejores en el saltador B que en el A.

5. DIAGRAMAS

Se plantea primero la descripción de gráficas de barra y de sectores dadas. Con posterioridad se pide que elaboren, para algunos de los datos que se han estudiado en las actividades anteriores, algunas representaciones. Para la gráfica de sectores se detalla el procedimiento que relaciona la frecuencia relativa con el tanto por cien y con el tanto por 360.

La actividad 5.2 introduce un conjunto de gráficas realizadas con EXCEL que será conocido por algunos alumnos. Sería interesante usar algún portátil para que lo vean en directo o mejor poder hacer prácticas en el aula de informática.

La pregunta de la actividad 5.3 sobre la cantidad de lectores absolutos de cada diario no es sencilla, se da la referencia del diario Información que tiene 233.380 lectores representando el 57% del total. Una forma muy buena, por lo intuitivo, que suelen usar es dividir 233.380 entre 57 con lo que se obtiene la cantidad absoluta que le corresponde a un 1 %. Una vez hecho esto sólo se necesita multiplicar por el tanto por ciento correspondiente a cada diario.

Pág. 47

6. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Las dos primeras actividades son muy sencillas y únicamente requieren la tabulación de datos no ordenados o provenientes de una gráfica. Las dos últimas pretenden que se extrapolen por proporcionalidad los datos obtenidos para 30 personas a un total más grande y que se comparen los resultados de dos muestras obteniendo las frecuencia relativas.

6.1. Saltos

La tabla resultante sería:

X_i	F_i	f_i
196	2	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0'1\overset{\frown}{6}$
198	4	$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}=0'\overset{\frown}{3}$
200	2	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0'1\overset{\frown}{6}$
202	2	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0'1\overset{\frown}{6}$
204	2	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0'1\overset{\frown}{6}$

6.2. La hoguera de las vanidades

Respuesta abierta.

6.3. Selectividad

Para realizar una ampliación a 200 personas, debemos obtener la frecuencia relativa.

X_i	F_i	f_i
[0, 2'5[	2	$\frac{2}{30} = 0'0\overset{\frown}{6}$
[2'5, 5[	10	$\frac{10}{30} = 0'\overset{\frown}{3}$
[5, 7'5[	12	$\frac{12}{30} = 0'4$
[7'5, 10]	6	$\frac{6}{30} = 0'2$

Por tanto para 200 personas nos bastará con multiplicar el valor de la frecuencia relativa por 200 y encontraremos la frecuencia absoluta.

X_i	F_i
[0, 2'5[	$200 \cdot 0'0\overset{\frown}{6} = 13'3 \approx 13$
[2'5, 5[	$200 \cdot 0'\overset{\frown}{3} = 66'6 \approx 67$
[5, 7'5[	$200 \cdot 0'4 = 80$
[7'5, 10]	$200 \cdot 0'2 = 40$

6.4. Más selectividad

En los dos casos el número de aprobados es el mismo.

DESDE AHORA...

PARÁMETROS DE CENTRALIZACIÓN

En esta segunda parte del tema nos centramos en la obtención de los **parámetros de centralización**. La **media** es muy usada fundamentalmente en pocos datos. Para su cálculo cuando el número de datos es muy grande lo hemos planteado o por el procedimiento tabular o por el del algoritmo de la calculadora científica.

Pág. 48

7. PARÁMETROS

Damos por conocido (aunque de todas formas se plantea una pregunta inicial) porque realmente lo es, que el valor promedio de varios datos se consigue sumándolos y dividiendo el resultado por el total de datos promediados. Desde ese conocimiento se busca el que generalicen ese cálculo a datos organizados en un tabla de frecuencias. Resulta no muy complejo que comprendan la necesidad de multiplicar cada dato por su frecuencia para después sumarlos todos, ya que en el fondo es igual que la suma de todos los datos.

La **moda** se introduce de acuerdo a su significado más común en temas de ropa.

La **mediana** como elemento central una vez ordenados los datos se introduce indicando su utilidad cuando la media queda muy desvirtuada por la existencia de elementos muy extremos. Las diferencias en el cálculo según que haya un número par o impar de datos se plantea en otra actividad posterior.

Las respuestas serían las siguientes:

7.1. La media de las notas

Media de las notas: 6; Media de las notas de la tabla: $5'\overset{\frown}{5}$.

7.2. Goles marcados

Media de los goles: 5’7.

7.3. Ir a la moda

La moda es: vaquero.

Pág. 49

7.4. Un tamaño medianito

Mediana compañía A : 60; Mediana compañía B: 80.

8. MUESTRA NO ALEATORIA

La actividad permite un montón de práctica en el cálculo de la media sobre todo en un contexto en el que queremos ver si lo planteado en el enunciado de la actividad es cierto o no. Es una buena actividad ya que cuesta pensar que un método al azar pueda recoger mejor las variaciones de la población que uno usando el sentido de la vista.

Los datos tabulados quedan:

X_i	154	155	159	161	162	163	164	165	166	167	168	169	171	174
F_i	2	2	8	1	2	1	3	2	7	12	9	1	1	2

X_i	175	176	177	178	179	180	181	183	184	185	187	188	190	191
F_i	9	15	2	6	1	1	1	2	3	1	1	1	3	1

$$\bar{x} = \frac{17.142}{100} = 171'42 \text{ cm}$$

Pág. 50

9. ¿UN POCO EXTRAÑO?

Como la actividad plantea sin ningún tipo de duda la obtención de media, moda y mediana, los alumnos y alumnas lo intentan sin problemas. Hasta que ven que ocurre algo raro se lanzan ciegamente a las frecuencias sumándolas y dividiendo entre tres. La conclusión de que en datos cualitativos sólo se puede calcular la moda les choca pero se entiende bien después de las equivocaciones.

10. LA MEDIA USANDO LA TABLA

La actividad en la que se introdujeron los parámetros ya casi daba por sentado el procedimiento de cálculo de la media para tablas de frecuencia. Ahora procedemos a su forma estándar de cálculo desarrollando una columna con los productos de los datos por su frecuencia absoluta.

Pág. 51

11. LA MEDIA CON LA CALCULADORA

Las calculadoras científicas tienen una gran capacidad de cálculo estadístico que deben conocer y usar. Detallamos los procedimientos para las Casio FX-82 Fraction y MS y la Texas TI-30X por ser las más comunes.

Pág. 52

12. CINCUENTA-CINCUENTA

Se discute en la actividad sobre las diferencias que se producen para el cálculo de la mediana en las estadísticas en las que hay un número impar y par de datos. Hemos puesto distintos ejemplos con un número pequeño de datos (y con notas para que los entiendan mejor) pero casi seguro que será necesario plantearles otros ejemplos para que quede claro cómo en unos casos (nº impar de datos) sólo hay un dato en el centro, mientras que en otros casos (nº par de datos) hay dos datos centrales y que la mediana es la media de ambos.

Pág. 53

13. FRECUENCIA ACUMULADA Y MEDIANA

La frecuencia acumulada permite resolver situaciones estadísticas y probabilísticas en las que analizamos valores de la variable inferiores o superiores a uno dado, así como un procedimiento abreviado para el cálculo de la mediana. Se define el concepto aplicándose a un par de estadísticas con número par e impar de datos.

Aunque parece sencillo, les cuesta bastante encontrar la lógica al procedimiento, siendo necesario que se aprecie, tal como lo sugiere la actividad misma, que en el fondo es lo mismo que colocarlos físicamente en una línea y contar hasta llegar al centro (único, en caso de número impar y doble en caso de número par)

Pág. 54

14. EL CENTRO ES LA CLAVE

En la actividad se pretende, usando una estadística sobre notas que es la que mejor se conoce, que se utilice el centro de los intervalos para los cálculos de medias de datos cuantitativos continuos.

Pág. 55

15. MEDIA DE MEDIAS

Se trata de que tengan en cuenta que los resultados de un cálculo porcentual están realizados sobre totales que pueden no ser iguales. Por lo tanto el peso de cada porcentaje debe ajustarse al de la cantidad de datos que representa, cuando se promedia con otro. Si los porcentajes se tabulan considerándose el total sobre el que se ha calculado como si fuera su frecuencia, simplemente se trata de determinar la media de acuerdo a la tabulación dada.

La situación que mejor se entiende es la de las evaluaciones por la costumbre tan grande que tienen los alumnos y alumnas de tratar ese tipo de datos.

15.1. Puntos en total

El total de puntos es de $5 \times 20 + 7 \times 18 = 226$, con lo que la media será de $\frac{226}{12} = 18'8$.

15.2. Promedio de notas de exámenes

No sería justo porque el total de puntos es de $3 \times 7 + 2 \times 2 = 25$, con lo que la media que le corresponde es $\frac{25}{5} = 5$.

15.3. Porcentaje total

El porcentaje total sería $\frac{20 \text{ x } 50 + 30 \text{ x } 70}{50} = \frac{3100}{50} = 62$.

Pág. 56

16. BÁSQUET

La actividad obliga a hacer supuestos de lanzamientos hasta encontrar algunos que hagan cierto el requerimiento. Hay que aclararles que es una situación ficticia aunque si los porcentajes no fueran tan extremos sería perfectamente posible. Por ejemplo si el equipo A lanza 10 veces de tres, 10 de dos y 10 de tiros libres y el equipo B lanza 20 de tres, 20 de 2 y 20 tiros libres, sus totales serían respectivamente de 60 y de 70 con lo que el equipo de peores porcentajes ganaría el partido.

17. RANGO

Se introduce con esta actividad el **rango**. Para justificar su interés hemos tomado tres distribuciones de notas de igual media, moda y mediana. La pregunta de regularidad en los grupos ayuda a que ellos mismos justifiquen el nuevo parámetro y su definición.

18. INFORMES

Es importante resaltar que el final de toda estadística es una síntesis de los resultados analizados, en la que se debe resaltar lo fundamental. La actividad recoge estadísticas aparecidas en prensa para que vean la relación entre gráficas e informes que se dan en la noticia. No hay una forma única de hacerlo y desde luego no debe ser una simple repetición de los datos representados, se trata de un análisis global con consideraciones puntuales sobre lo más importante.

Pág. 60

19. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

19.1. Mejor porcentaje y perdemos

Una nueva versión de la actividad 16 pero cambiando el deporte, incluso es más sencilla ya que sólo se analiza un aspecto, el de lanzamientos a puerta.

19.2. Pon nota

La nota que corresponde sería la media ponderada de las tres medias:

$$\frac{5 \text{ x } 6 + 2 \text{ x } 3 + 5}{8} = \frac{41}{8} = 5'1$$

19.3. El año pasado se vendieron menos coches

La principal dificultad de la actividad está en la obtención de los datos del 2005 por el conocimiento del cambio porcentual entre ese año y el siguiente. Creemos conveniente plantear los incrementos y descuentos como un proceso multiplicativo:

Así por ejemplo en enero de 2005: 158712/1'0073=157499, donde 1'0073 [(100+0'73)/100)] es el tanto por unidad de subida desde el 2005 al 2006.

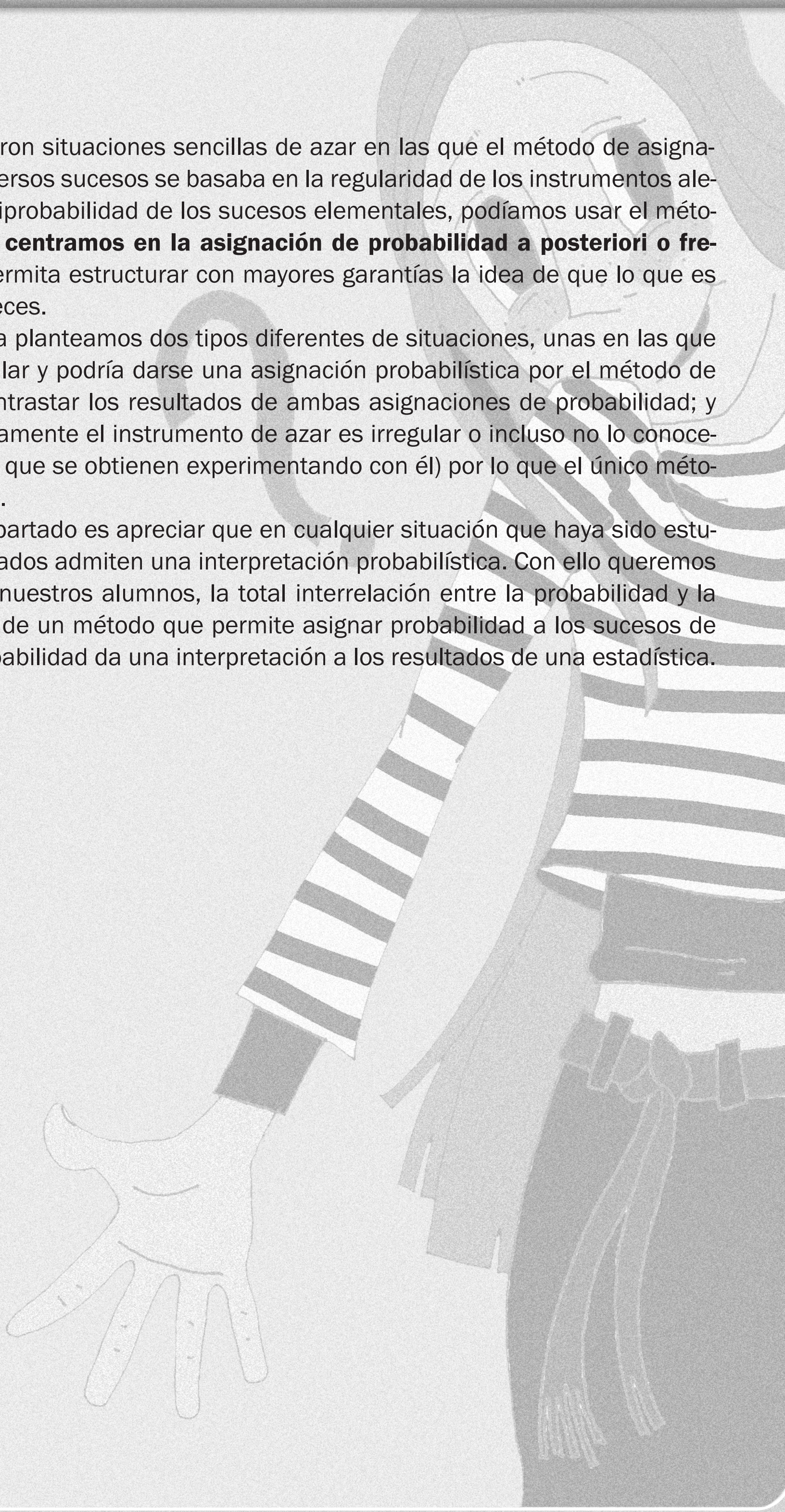
Y en abril del 2005: 187706/0'9161= 204897, donde 0'9161 [(100 - 8'39)/100] es el tanto por unidad de bajada desde 2005 a 2006.

3_ ¿ES PROBABLE?

Ya en primer curso se resolvieron situaciones sencillas de azar en las que el método de asignación de probabilidad a los diversos sucesos se basaba en la regularidad de los instrumentos aleatorios y por lo tanto, dada la equiprobabilidad de los sucesos elementales, podíamos usar el método de Laplace. En este curso **nos centramos en la asignación de probabilidad a posteriori o frecuencial** como método que les permita estructurar con mayores garantías la idea de que lo que es más probable debe ocurrir más veces.

Así en el primer apartado del tema planteamos dos tipos diferentes de situaciones, unas en las que la experiencia claramente es regular y podría darse una asignación probabilística por el método de Laplace, con lo cual podemos contrastar los resultados de ambas asignaciones de probabilidad; y otras experiencias en las que claramente el instrumento de azar es irregular o incluso no lo conocemos (sólo sabemos los resultados que se obtienen experimentando con él) por lo que el único método de asignación es el frecuencial.

De hecho el objeto del segundo apartado es apreciar que en cualquier situación que haya sido estudiada estadísticamente, los resultados admiten una interpretación probabilística. Con ello queremos reflejar, y que sea apreciado por nuestros alumnos, la total interrelación entre la probabilidad y la estadística. La estadística provee de un método que permite asignar probabilidad a los sucesos de una experiencia aleatoria y la probabilidad da una interpretación a los resultados de una estadística.



DESDE AHORA... PROBABILIDAD FRECUENCIAL

Trabajamos en esta primera parte del tema sobre la **aleatoriedad** de los procesos y la **asignación probabilística** en experiencias aleatorias sencillas, basada en la frecuencia relativa del suceso al experimentarse un número alto de veces.

Pág. 63

1. ¿SON ALEATORIOS?

Comenzamos con una actividad en la que se trabaja con la **tabla de números aleatorios**, usada en otra actividad anterior para realizar sorteos que nos permitían elegir una muestra aleatoria. En aquella actividad supusimos que el procedimiento de tomar números de la tabla era realmente aleatorio, comportándose como si lanzáramos un dado de 10 caras. En esta actividad se trata de que estén más convencidos, por medio de la práctica, de que efectivamente lo es.

Pág. 64

2. SORTEO JUSTO

Resulta casi imposible que en estas edades no se tenga una previsión probabilística a priori, incluso aunque no se hayan realizado actividades de azar en el curso anterior. En una actividad como ésta la tentación es decir que efectivamente es justo el juego. La actividad está planteada para que se experimente y con el total de todas las experiencias de la clase se decida sobre qué ocurre. Lo que sí queda claro es que si los resultados, tal y como ocurre en la experimentación, no salen aproximadamente con la misma frecuencia es porque no deben tener la misma probabilidad los sucesos con los que juegan los tres amigos.

Una vez realizada la experimentación y después de comprobado que los resultados no son los propios de 3 sucesos con la misma probabilidad (cercanos todos al 33 %), puede resultar interesante, sobre todo si ha despertado el interés y piden explicaciones del por qué se han dado esos resultados, hacer un diagrama de árbol que justifique que son 4 los sucesos elementales que pueden ocurrir, y que 1 cara y 1 cruz agrupa a dos de ellos. Por lo tanto 0 caras debe dar resultados próximos al 25 %, 2 caras también y 1 cara y 1 cruz un 50 %.

Pág. 65

3. LA FRECUENCIA RELATIVA ES MUY IMPORTANTE

Esta actividad obliga mucho más que la anterior a la experimentación ya que, después del consabido error de considerar los dos sucesos posibles como **equiprobables**, la irregularidad del objeto de azar exige con naturalidad la repetición, la anotación y la determinación de las frecuencias de cada suceso.

El objetivo central de la actividad, y por ello se les requiere para que reflexionen específicamente, es diferenciar posible de probable y que no todas las opciones posibles de una experiencia tienen que tener las mismas probabilidades de ocurrir.

4. ESTIMACIÓN DE LONGITUDES

El objetivo de la actividad, dentro del pequeño desafío consistente en comprobar si efectivamente se verifica el enunciado de que con la persistencia se consigue mejorar en la estimación a ojo de magnitudes, es la práctica en la obtención de los datos y en el cálculo de las medias.

Es necesario cambiarles varias veces el segmento para lo que lo mejor es dibujarlo nosotros en la pizarra y que los alumnos y alumnas procedan en su libreta con las estimaciones.

Pág. 66

5. CONSTRUYE UN DADO

La comprobación de la bondad de un instrumento aleatorio, en este caso un rudimentario dado de papel o cartón, exige la obtención de muchas observaciones y la obtención de las frecuencias relativas de sus sucesos elementales. Como los alumnos y alumnas claramente esperan que salga igual unas caras que otras, el contraste con la experimentación es muy sencillo.

6. GIRA LA RULETA

La actividad pretende la experimentación para la obtención de la probabilidad de sucesos sobre un contexto geométrico de sectores circulares. Hay que tener en cuenta que las ruletas son tan rudimentarias que los resultados pueden diferir bastante de lo esperado.

Pág. 67

7. CARRERA DE CABALLOS

Al igual que la actividad en que lanzábamos dos monedas, los sucesos 0, 1, 2 ó 3 caras no son equiprobables al lanzar 3 monedas. El objetivo de la actividad es que lo comprueben 'viviéndolo'.

8. PONER GOMETS

La actividad planteada como un juego por parejas permite una reflexión probabilística a la inversa. La mayoría de las actividades de probabilidad van del objeto generador claramente determinado a la obtención de sus resultados experimentales, en este caso es lo contrario y precisamente eso es lo que centra más la atención en la información que nos ofrece la frecuencia relativa de los sucesos que analizamos.

Muchos alumnos y alumnas querrán acertar la composición del dado demasiado rápidamente, incluso algunos a los 6 lanzamientos ya dicen su supuesto, por ello es una muy buena actividad para insistir en que la frecuencia relativa es un buen indicador de la probabilidad (y por ello en este caso se puede predecir el número de caras con gomet) sólo cuando hay un número grande de observaciones.

9. LOS BOTES

Este juego es el equivalente al anterior pero en una versión de todo el grupo clase. Es una actividad junto a la anterior imprescindible para que se asiente con propiedad la relación entre frecuencia relativa, probabilidad de los sucesos y experiencia aleatoria que puede generar esos resultados.

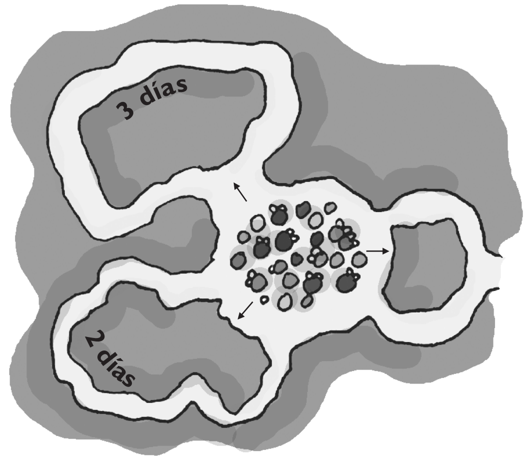
Al igual que comentábamos en la anterior actividad, muchos alumnos y alumnas pretenden ajustar los resultados con mucha rapidez, y a los 10 ó 12 lanzamientos ya creen tener una solución. Se trata de que sientan en la práctica las variaciones que pueden sufrir las experimentaciones cuando se trata de pocas observaciones. Es decir que el equilibrio que nos permite asignar la frecuencia relativa como la probabilidad de los sucesos se da para grandes cantidades de observaciones.

Pág. 68

10. SIMULACIÓN

10.1. La cueva

Planteamos el juego para que sea experimentado y para que se anoten las diferentes posibilidades que se dan. Para ello por parejas deben realizar 10 experimentaciones situando una ficha y haciendo las simulaciones con un dado o con la tabla de números aleatorios. Al final se acumularán los resultados y con la determinación de la frecuencia relativa podremos contestar a la pregunta de cuántos de los 27 exploradores conseguirían salir de la cueva. Para ello sólo deben multiplicar esa frecuencia relativa por 27.



10.2. Colección de premios

Una simple simulación usando la tabla de números aleatorios (en la que el 0 por ejemplo no lo consideramos) nos permitirá hacer una tabla sobre la longitud de la cadena de observaciones necesaria para completar los 9 dígitos (los 9 cromos). Después la media nos indicará el número pedido. Es una actividad de simulación sencilla y percibida como interesante porque todavía se acuerdan de cuando hacían colecciones de cromos y lo que les costaba completarlas.

Pág. 70

11. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

11.1. La feria

Se trata de responder por simulación de la experiencia para lo que se puede usar un dado cúbico en el que abandonamos el 6 o la tabla de números aleatorios en la que asignamos dos números a cada pato o abandonamos 5 números. Una experiencia supone obtener 5 resultados en la que contabilizamos el números de patos vivos (aquellos cuyo número no ha salido). Cada uno debe realizar 20 experimentaciones y acumular los resultados para posteriormente determinar la media.

11.2. Dado alargado

Es inmediata la respuesta y toda la clase dirá que apuestan por las caras rectangulares. Si se quiere se les puede pedir la probabilidad de cada cara lo cual inmediatamente lleva a algunos a decir que será el doble en las rectangulares que en las cuadradas (razonamiento lógico atendiendo a superficies), lo cual se desdice si se realiza la experimentación.

11.3. Resultados previsibles

La primera ruleta se distribuye aproximadamente en 3/8 para el 1 y 5/8 para el 2 por lo tanto no les resulta muy complejo, pero tampoco trivial, el contestar esperando obtener aproximadamente $\frac{3}{8} \times 1.000 = 375$ en el 1 y 625 en el dos. La segunda ruleta se distribuye con 1/4 para el 1 y 3/8 para 2 y el 3, por lo tanto aproximadamente deben caer unas 250 veces en el 1 y unas 375 veces en cada uno de los otros dos números. Es importante, y por eso lo marcamos en negrita, lo del "aproximadamente" y lo de "unas" ya que estamos hablando de situaciones de azar.

DESDE AHORA...

PROBABILIDAD DESDE UNA ESTADÍSTICA

En la segunda parte del tema se continúa con la **asignación probabilística** basada en la frecuencia relativa aún con mayor reiteración, para lo cual en la mayoría de las actividades se parte ya de experiencias estadísticas tabuladas. Se trata de que, además de reforzar la idea de probabilidad como frecuencia relativa, observen que el concepto de experiencia aleatoria es mucho más amplio que el de juegos de azar. Cualquier estadística realizada sobre grandes cantidades de datos nos permite asignar probabilidad a los sucesos elementales de la experiencia.

Pág. 71

12. LAS NUCLEARES

Planteamos dos preguntas de probabilidad para un conjunto de datos que vienen recogidos por sendas gráficas de sectores y una especie de cartograma. Para el caso de la gráfica de sectores las preguntas están directamente relacionadas con los datos representados ya que se pregunta por la probabilidad de que un hogar seleccionado al azar la energía eléctrica que usan sea producida por una central nuclear. Muchos alumnos y alumnas se sorprenderán de lo sencillo de la pregunta ya que al estar dado porcentualmente la respuesta puede ser la misma, el 28 %, o indicada en tanto por uno 0'28.

Para el caso de la pregunta sobre el cartograma los datos deben analizarse un poco más ya que se pregunta por la probabilidad de que al seleccionar una central al azar su potencia sea inferior a 500 Mw. Sólo hay dos centrales, Cabrera y Garoña, del total de las 9 centrales existentes, que cumplen la condición por lo que la probabilidad es de 2/9.

Pág. 72

13. UNA TUERCA ANDA SUELTA

Dos preguntas de probabilidad sobre esta pequeña estadística, la primera exige simplemente la consideración de su frecuencia relativa y la segunda necesita una clarificación previa de los sucesos elementales que forman el requerimiento de ser de más de 5 mm. Por ello la repuesta al apartado primero será de $\frac{60}{155}$ y para el apartado segundo de $\frac{20 + 10}{155} = \frac{30}{155}$.

14. ¿ES FÁCIL ENCONTRAR A ALGUIEN CON PIES PEQUEÑOS?

El objetivo de la actividad es observar que para variables aleatorias cuantitativas las frecuencias absolutas acumuladas nos dan la posibilidad de resolver los sucesos del tipo mayor o menor que un dato dado.

a) Es más probable que gaste un 41 que un 37.
b) De una forma cualitativa se puede responder que es algo más del doble de probable o de forma exacta la probabilidad de que gaste un 41 es 5/30, mientras que la de que gaste un 37 es 2/30.
c) La probabilidad sería $\frac{2 + 7}{30} = \frac{9}{30}$.
d) La probabilidad sería $\frac{7 + 5 + 1}{30} = \frac{13}{30}$.