

## 14. ¿PRACTICAMOS UN POCO?

Actividad prevista para adquisición de destrezas en la resolución de ecuaciones y de problemas.

### 14.1. Busca el punto de corte

El objetivo es la resolución mediante ecuaciones:

a)  $(1,1)$

b)  $(-3,-4)$

c)  $(3/2, 5/2)$

### 14.2. Reparto

a)  $R + A = 45$

$R + 5 = 2 \cdot (A - 5)$

b)  $(45 - A) + 5 = 2 \cdot (A - 5)$

c) Mediante ensayo y error.

En cualquier caso: Ángel tiene 20 y Rafael tiene 25.

### 14.3. Billetes

$20p + 50g = 5.500$

$p = 3g$

$50g + 3 \cdot 20g = 5.500$

$110g = 5.500$

$g = 50$  billetes de 50 euros y 150 de 20 euros.

### 14.4. Más billetes

$20p + 50g = 500$

$p + g = 16$

$20 \cdot p + 50 \cdot (16 - p) = 500$

$800 - 30p = 500$

$300 = 30p$

$p = 10$  billetes de 20 euros y 6 billetes de 50 euros.

### 14.5. ¡Cómo se complica!

a) La cantidad de alumnos ha de ser un múltiplo de 2, de 4 y de 6; es decir, ha de ser un múltiplo de 12. Podemos ir probando con: 12, 24, 36, ...

b) Si planteamos una ecuación, obtenemos:

$$\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{6} + 2 = n \Rightarrow 6n + 3n + 2n + 24 = 12n \Rightarrow 24 = n$$

### 14.6. El depósito



Tenemos por tanto que 2 partes de 6 suponen 1.600 litros; es decir, una parte son 800 litros. Por tanto, seis partes (el total) serán 4.800 litros.

### 14.7. Un epitafio famoso

Edad de Diofanto:  $x$ , infancia:  $x/6$ , adolescencia:  $x/12$ , matrimonio estéril:  $x/7$ , edad del hijo:  $x/2$

Con esta codificación tendríamos esta ecuación:

$$x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$$

Multiplicamos por 84 (mcm de 6, 12, 7 y 2):

$$84x = 14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336$$

Transponemos y reducimos términos semejantes:

$$9x = 756 \quad x = 84 \text{ años}$$

## MODELO DE PRUEBA GLOBAL BLOQUE I: ENCUESTAS

### 1. Coches matriculados

Atendiendo a los diferentes tipos de coches matriculados la revista TRÁFICO publicaba estos datos hace algunos años:



- Representa los datos usando un diagrama de barras y uno de sectores.
- Si los datos de este mes de enero los consideramos representativos de la matriculación durante todo ese año. ¿Cuántos vehículos en total se matricularon ese año? ¿Cuántos turismos se matricularon en todo ese año?
- Suponiendo que en general la proporción de vehículos que circulan por las carreteras es como la de los datos de matriculación de enero y considerando que todos los vehículos que circulan tienen las mismas probabilidades de tener un accidente. ¿Cuál es la probabilidad de que un autobús tenga un accidente?

### 2. Número de hijos por mujer

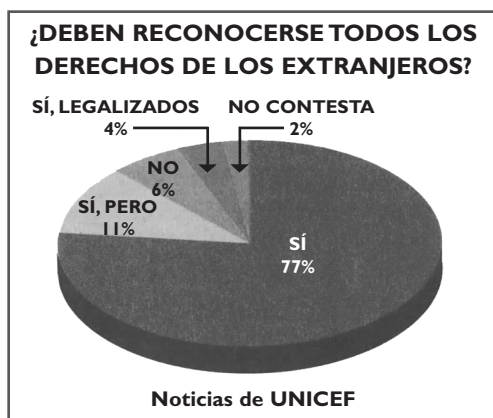
Estos son los datos sobre el número de hijos por mujer que publicó la revista QUO hace un tiempo.



- Explica detalladamente cómo crees que han podido obtenerse y su significado.
- En el caso de España, que está a la cola en cuanto a la tasa de natalidad. ¿Qué consecuencias tendrá si se mantiene esa tasa de natalidad?
- Si estuviéramos interesados en conocer la media total de esos 6 países, ¿podríamos hacerlo así:  

$$\frac{4'4 + 3'9 + 3'3 + 1'8 + 1'5 + 1'2}{6}$$
 ? ¿Por qué?

### 3. Derechos de los extranjeros



Suponemos que los datos representados en este diagrama de sectores son representativos de toda la población española.

- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a una persona que no tenga opinión (no contesta) sobre este tema?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tomada al azar esté en contra de reconocer los derechos de los extranjeros?
- Si consideramos que la población de una ciudad es de 250.000 habitantes, ¿cuántos de ellos estarán a favor de que se reconozcan totalmente los derechos de los extranjeros?

## MODELO DE PRUEBA GLOBAL BLOQUE II: LOS NÚMEROS SON REALES

### 1. Preguntas cortas sobre números

- a) Escribe  $10101101_{(2)}$  en decimal y  $42_{(10)}$  en binario.
- b) ¿Cuántos disquetes de 1'44 Mb puede contener un disco duro de 12 Gb?
- c) Si la calculadora nos da  $3.567^{06}$ , ¿qué número nos quiere decir? Escribe también la respuesta con letras.
- d) ¿Y si nos da  $2.7^{-05}$ ?

### 2. Personajes históricos

Aquí tienes las fechas de nacimiento y muerte de tres personajes históricos:

CLEOPATRA (69-30 aC.)    TRAJANO (53-117 dC)    HERODES (20 aC.- 39 dC.)

Escribe todas las operaciones necesarias para llegar a las respuestas de las siguientes preguntas:

- a) Representa sobre una recta las fechas de nacimiento de estos personajes.
- b) ¿Quién vivió más? ¿Y menos?
- c) Darwin murió en 1882 a los 73 años de edad. ¿En qué año nació?
- d) Un faraón egipcio murió en 1.545 aC a los 54 años de edad. ¿En qué año nació?

### 3. ¿Fútbol o cine?

Las  $\frac{5}{8}$  partes de las 32 personas de nuestra clase prefieren jugar al fútbol en vez de ver una película. ¿Qué partes de los alumnos prefieren ver la película? ¿Cuántas personas son?

### 4. Llenar botellas

- a) ¿Con cuántas botellas de cerveza de  $\frac{1}{5}$  llenaríamos una de  $\frac{3}{4}$ ? Escribe qué operación te da directamente la respuesta.
- b) ¿Cuántos litros de vino tenemos con cinco botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro?

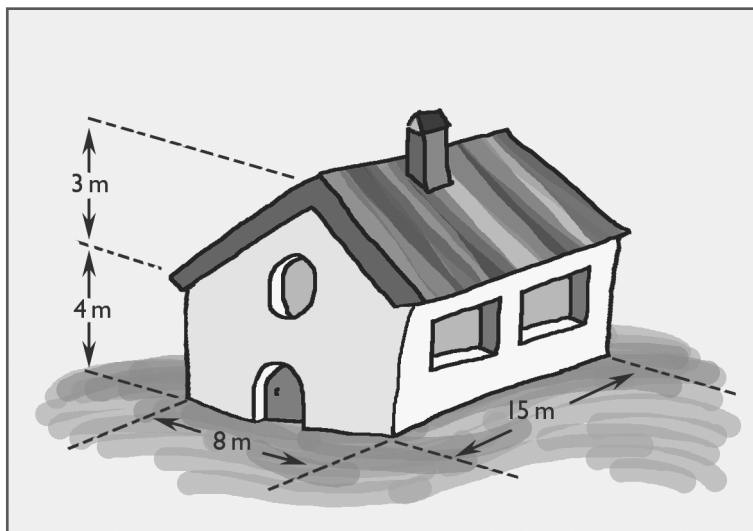
### 5. Operaciones

- a)  $\frac{5}{8} \times 32 =$
- b)  $1 - \frac{5}{8} =$
- c)  $\left(1 - \frac{5}{8}\right) \times 32 =$
- d)  $\frac{3}{4} : \frac{1}{5} =$
- e)  $\frac{3}{4} \times 5 =$
- f)  $(-30) - (-69) =$
- g)  $39 - (-20) =$
- h)  $(-3) \times (-5) =$
- i)  $(-16) \div (-2) =$
- j)  $(3 + (-5)) \times (-4 + (-2)) =$

## MODELO DE PRUEBA GLOBAL BLOQUE III: HACIA LA TERCERA DIMENSIÓN

### 1. La casa

Mira la casa del dibujo.



- Vamos a pintar la fachada. Para eso nos venden unos botes de 10 litros de pintura donde dice que con uno de estos botes podemos pintar una superficie de  $15 \text{ m}^2$ . Cada bote cuesta 24 €. ¿Cuánto pagaremos por toda la pintura?
- Para la calefacción nos han hecho un estudio según el cual necesitamos un radiador cada 30 metros cúbicos de volumen y cada radiador cuesta 90 €. ¿Cuántos radiadores serán necesarios? ¿Cuánto nos costará?
- Pintar el techo de una habitación de  $2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  nos ha costado 90 €. ¿Cuánto nos costará pintar el techo del salón que mide  $6 \text{ m} \times 9 \text{ m}$ ? ¿Cuánto nos cobra el pintor por cada metro cuadrado?
- Escribe la factura completa: pintura de la fachada, radiadores, techo de la habitación y del salón.

### 2. El río más caudaloso

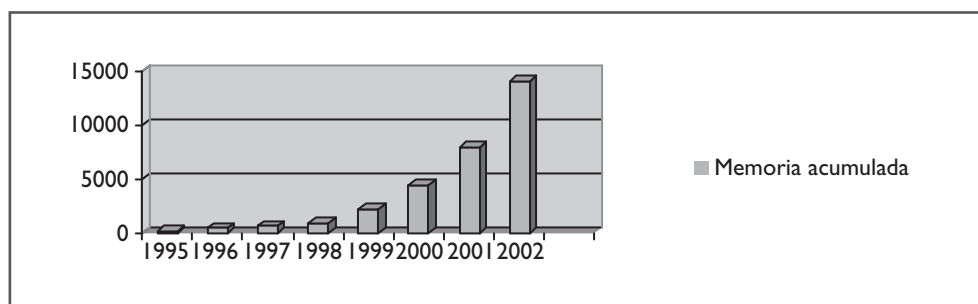
Sin duda alguna, el mayor río es el Amazonas que fue descubierto en 1500 por Pinzón. Su cuenca se reparte entre los estados de Brasil, las Guayanas, Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia. El río Amazonas ostenta diversos records mundiales: es el primer río del mundo por su caudal (unos  $200.000 \text{ m}^3/\text{s}$  de media y un 50% más en época de lluvias), transportando 60 veces más agua que el Nilo; es (junto al Nilo) uno de los ríos más largos del planeta, midiendo unos 7.025 km desde su nacimiento en un glaciar de los Andes peruanos a 5.400 m de altura hasta su desembocadura a nivel del mar.

- ¿Cuántos litros de agua transporta el Amazonas en la época de lluvias?
- En el reportaje se habla del Nilo. ¿Cuánta agua transporta?
- El Amazonas pasa por Iquitos (Perú) que se encuentra a 1.200 m sobre el nivel del val. ¿Qué desnivel salva el río desde su nacimiento hasta esta población?

## MODELO DE PRUEBA GLOBAL BLOQUE IV: DE LAS GRÁFICAS AL ÁLGEBRA

### 1. Cada vez más memoria

Mostramos la evolución de la capacidad de almacenamiento de datos de todos los ordenadores del planeta, desde 1995 a 2003, expresada en petabytes (mil millones de bytes).



- Analiza la gráfica: Variables. Tendencia. Escribe una tabla. ¿Hay una fórmula asociada?

### 2. El contrato

Laura está un poco descontenta en la empresa de seguros en la que trabaja, ya que cobra todos los meses 1000 euros, independientemente del número de seguros que haga. Otra empresa de la competencia le ofrece el siguiente contrato: un sueldo mínimo de 600 euros al mes y 5 euros por cada seguro realizado. Laura estudia si le interesa dejar el trabajo que tiene; ayúdala a decidirse:

- Si realiza 30 seguros al mes, ¿cuánto ganará en la 2ª empresa? ¿Y si realiza 200?
- Representa gráficamente y expresa mediante una fórmula, la función que le permita a Laura obtener su sueldo mensual según el número de seguros que realice.
- ¿Cuántos seguros debe hacer al mes, como mínimo, para dejar el empleo anterior?

### 3. Traducimos

Escribe un texto asociado a cada una de estas ecuaciones algebraicas. Resuelve, al menos, dos.

- $3 \cdot x + 9 = 12$
- $3 \cdot (x + 5) = 21$
- $\frac{x}{3} + \frac{1}{3} = 6$

### 4. Rebajas

En una tienda de ropa compré tres camisas y dos pantalones por 175 euros. Recuerdo que el precio de un pantalón era el doble que el de una camisa.

- Escribe una ecuación o ecuaciones que traduzcan la información.
- ¿Puedes ayudarme a averiguar el precio de cada camisa?

### 5. Geometría

Sabemos que el perímetro de un rectángulo es de 50 metros y que la base excede a la altura en 5 metros.

- ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

## ► UNA FORMA DE CONTESTAR PRUEBA BLOQUE: ENCUESTAS

### 1. Coches matriculados

- b) Nº de vehículos matriculados en el año será  $128.816 \times 12 = 1.545.792$ ;  
Nº de turismos será  $97.973 \times 12 = 1.175.676$   
c) Bajo las consideraciones del enunciado (que en general no son ciertas ya que los índices de accidentes difieren de unos tipos de vehículos u otros).

$$P(\text{autobús tenga accidente}) = \frac{335}{128816} \approx 0'0026$$

### 2. Número de hijos por mujer

- a) La forma más sencilla aunque indirecta es buscar los datos en un anuario estadístico de los diferentes países. La forma directa es analizar los datos de diferentes hospitales de los países. Los datos después deben tratarse estadísticamente y calcular la media que aparece en la tabla-gráfica.  
b) En el caso de España significa que pasamos de dos personas que se van (los padres) a 1'2 que vienen (los hijos), o lo que es igual pero considerándolo sobre 100 (50 parejas) se pasa a 1'2  $50 = 60$ . Por lo tanto se reduce la población en un 40 %.  
c) Dado que no tenemos los totales de las poblaciones de cada país imposible hacer el cálculo correcto. El cálculo planteado es incorrecto al suponer que todos los países tienen la misma población.

### 3. Derechos de los extranjeros

- a)  $P(\text{no contesta}) = 0'02$ ; b)  $P(\text{en contra}) = 0'06$ ;  
c)  $0'77 \times 250.000 = 192.500$  personas estarán totalmente a favor.

## ► UNA FORMA DE CONTESTAR PRUEBA BLOQUE: LOS NÚMEROS SON REALES

### 1. Preguntas cortas sobre números

- a)  $10101101_{(2)} = 1 + 0 + 2^2 + 2^3 + 0 + 2^5 + 0 + 2^7 = 173_{(10)}$ ;  $42_{(10)} = 1010101_{(2)}$   
b) Como  $1 \text{ Gb} = 2^{10} \text{ Mb}$ , un disco duro  $12 \text{ Gb}$  puede contener:  $12 \times 2^{10} : 1'44 \approx 8.533$  disquetes.  
c)  $3.567^{06} = 3.567 \times 10^6 = 3.567.000$ ;  
d)  $2.7^{-05} = 2.7 \times 10^{-5} = 0'000027$

### 2. Personajes históricos

- b) C:  $-30 - (-69) = 39$  años      T:  $117 - 53 = 64$       H:  $39 - (-20) = 59$   
c)  $1882 - 73 = 1809$  (Año en el que nació); d)  $-1545 - 54 = -1589$  (Año en el que nació)

### 3. ¿Fútbol o cine?

- a) Prefieren ver la película el  $3/8$  de la clase; b)  $3/8$  de  $32 = 3 \times 4 = 12$  personas.

### 4. Llenar botellas

- a) Necesitamos  $3/4 : 1/5 = 15/4 = 3'75$  botellas; b) Tenemos  $5 \times 3/4 = 15/4 = 3'75$  litros.

### 5. Operaciones

- a) 20      b)  $\frac{5}{8}$       c) 12      d)  $\frac{15}{4}$       e)  $\frac{15}{4}$       f) +39      g) 29      h) +15      i) +8      j) +12

## ► UNA FORMA DE CONTESTAR PRUEBA BLOQUE: HACIA LA TERCERA DIMENSIÓN

### 1. La casa

- a) Ignorando las ventanas y puertas, la fachada está constituida por cuatro rectángulos y dos triángulos cuyas áreas son:  $15 \times 4 = 60$ ,  $8 \times 4 = 32$ ,  $8 \times 3 \div 2 = 12$   
Por tanto, el área a pintar mide  $208 \text{ m}^2$ . Con cada bote podemos pintar  $15 \text{ m}^2$  y necesitaremos  $13'8...$ , es decir 14. Nos costará  $14 \times 24 = 336$  €.

- b) Tenemos un ortoedro y un prisma de base triangular. El volumen es  $8 \times 15 \times 4 = 480$ ,  $8 \times 3 \div 2 \times 15 = 180$ , total de  $660 \text{ m}^3$ ;  $660 \div 30 = 22$  radiadores que nos costarán 1.980 €.
- c) El techo de la habitación tiene  $6 \text{ m}^2$ , por tanto cobra a razón de  $15 \text{ €/m}^2$ . El salón mide  $54 \text{ m}^2$  y nos costará 810 €.
- d) La factura completa es de 3.126 €.

## 2. El río más caudaloso

- a) El Amazonas en época de lluvia transporta un 50% más de los 200.000, es decir,  $300.000 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- b) Y transporta 60 veces más que el Nilo; entonces éste transporta  $3.333'3 \text{ m}^3/\text{s}$  de manera habitual y 5.000 en época de lluvias.
- c) Desde su nacimiento hasta Iquitos baja 4.200 m.

Recordando que  $1 \text{ m}^3$  equivale a una capacidad de 1.000 litros, los resultados serán  $300.000.000 \text{ l/s}$ ,  $3.333.333'3 \text{ l/s}$  y  $5.000.000 \text{ l/s}$ .

## ► UNA FORMA DE CONTESTAR PRUEBA BLOQUE IV

### 1. Cada vez más memoria

No es fácil que se sepa dar una fórmula que relacione la memoria acumulada con los años que van transcurriendo, pero sí que se debería saber construir una tabla para ver que si no hubiera estabilización, la memoria acumulada, en unos años sería “infinita”.

### 2. El contrato

- a) Es conveniente construir una tabla de valores:

Nº de seguros	0	10	20	30	80	100	200
Sueldo actual	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Sueldo futuro	600	$600 + 5 \cdot 10$	$600 + 5 \cdot 20$	750	1.000	1.100	1.600

- b) Las fórmulas de las funciones son  $S = 1000$  y  $S = 600 + 5 \cdot n$ .
- c) Para saber el nº de seguros que debe hacer al mes, como mínimo, para dejar el empleo anterior, podemos basarnos en la tabla o en la gráfica: (si  $n < 80$ , no merece la pena dejar su empleo); (si  $n = 80$ , cobrará lo mismo; si usamos la ecuación:  $1000 = 600 + 5n$  (si  $n > 80$ , sí que merece la pena cambiar de empleo)

### 3. Traducimos

Los objetivos fundamentales son dos: decodificar y resolver, a poder ser, algebraica, de ecuaciones de grado 1.

- a)  $3x + 9 = 12 \Rightarrow x = 1$       b)  $3 \cdot (x+5) = 21 \Rightarrow x + 5 = 7 \Rightarrow x = 2$       c)  $\frac{x}{3} + \frac{1}{3} = 6 \Rightarrow x = 17$

### 4. Rebajas

- a) Si llamamos “c” al precio de una camisa y “p” al precio de un pantalón ( $2c$ : precio de un pantalón), tenemos un sistema:  $3 \cdot c + 2 \cdot p = 175$ ,  $p = 2 \cdot c$ , o bien: una ecuación:  $3 \cdot c + 4 \cdot c = 175$
- b) Para averiguar el precio de cada camisa, mejor utilizar la ecuación:  $3 \cdot c + 4 \cdot c = 175 \Rightarrow 7c = 175 \Rightarrow c = 25$  euros.

### 5. Geometría

En esta actividad es probable que hay problemas para asociar perímetro a suma de los lados. Aunque nuestro objetivo fundamental ha de ser el proceso algebraico, no es desdeñable una resolución mediante “Ensayo y error”. Si llamamos “a” a la longitud de la altura, “b”: longitud de la base (ó bien  $a + 5$ : longitud de la base), tendremos:

- El sistema:  $2 \cdot a + 2 \cdot b = 50$ ,  $b = a + 5$  (1)
- La ecuación:  $2 \cdot a + 2 \cdot (a + 5) = 50$  (2)

Al resolver la ecuación (2):

$$2a + 2a + 10 = 50 \Rightarrow 4a + 10 = 50 \Rightarrow 4a = 40 \Rightarrow a = 10 \text{ metros} \Rightarrow b = 15 \text{ metros.}$$

## **BIBLIOGRAFÍA**

- ABBOT, E. Planilandia, Ed. Guadarrama, Madrid, 1976.
- Banwell, C.S., Saunders, K.D. y Tahta, D.S., Starting Points, Tarquin Publications, Norfolk, 1986
- Berenguer, L. y otros. Construir las Matemáticas. Proyecto Sur. Ed. Proyecto Sur de Ediciones
- BOLT, B. Matemáquinas: las matemáticas que hay en la tecnología, Ed. Labor, Barcelona, 1992.
- Botella, Millán, Pérez y Cantó, Matemáticas 1º ESO y 3º ESO, Marfil, Alcoi, 2007.
- Caballero, S., Pérez, P. y otros. Matemáticas para la Secundaria Obligatoria. Centro de Publicaciones de la Generalitat Valenciana, 1990.
- CUNDY, H. y ROLLET, A. Modèles mathématiques, CEDIC, París, 1978.
- EPSILON (REVISTA), La Alhambra, APMA, Granada, 1987.
- ERNST, B., L'aventure des figures impossibles, Taschen, Berlin, 1990.
- Gardner, M., Paradojas, Labor, Barcelona, 1983
- Grup Zero (1981). Matemàtiques (Siete fascículos). ICE de la Universitat Autònoma de Barcelona. Editorial Vicens Vives.
- Grupo Azarquiel (1985). Estadística en el Bachillerato. Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid.
- Grupo Cero, Matemáticas para la Secundaria Obligatoria. Centro de Publicaciones del MEC y Edelvives, 1995.
- GRUPO CERO. De 12 a 16: un proyecto de curriculum de matemáticas, Generalitat Valenciana, Valencia, 1990.
- Grupo Cero. Matemáticas de Bachillerato I, ICE de la Universidad de Valencia y Roberto Guillén, 1977.
- Grupo Cero. Matemáticas de Bachillerato II, ICE de la Universidad de Valencia y Roberto Guillén, 1978.
- HERNÁN, F. Retrato de una profesión imaginada, Proyecto Sur, Granada, 1991.
- MARTÍN OLARTE, J. Cabri Géomètre II en la ESO, Texas Instruments, Madrid, 1997.
- MORA, J. A. La geometría de los mecanismos, Texas Instruments, Madrid,
- MORA, J. A. y CABALLERO, S. Materiales de geometría, Generalitat Valenciana, Valencia, 1988.
- NCTM. Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Ed. S.A.E.M. Thales, 1991.
- Shell Centre for Mathematical Education, El lenguaje de funciones y gráficas, Universidad del País Vasco, Bilbao, 1990.
- SINTES, B. Descomposicions del cub, revista L'Aula de Matemàtiques, València, setembre 1997.
- SMP 11-16, Cambridge University Press, Cambridge, 1983

## **PERIÓDICOS:**

Información de Alicante  
El País  
El Periódico de Alicante  
El Mundo

## **REVISTAS:**

Capital. Edita G y J España Ediciones.

Compra Maestra (OCU). Edita HACHETTE FILIPACCHI.

Dinero y Derechos (OCU). Edita HACHETTE FILIPACCHI.

El Capital. Edita G y J España Ediciones.

MUY INTERESANTE. Edita HACHETTE FILIPACCHI.

QUO. Edita G y J España Ediciones.

Tráfico. Edita Dirección general de Tráfico.