9.9. Tapones

Las figuras son:

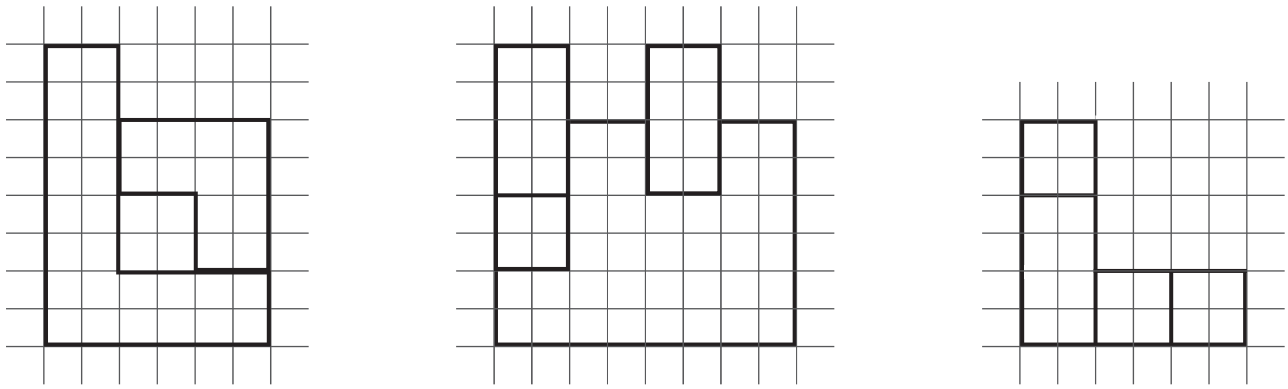
- Un prisma de base triangular.
- Una pirámide de base cuadrada.
- Un cono.

Se puede analizar cómo son los cortes planos de estas figuras.

Pág. 237

9.10. Mira. ¿Qué ves?

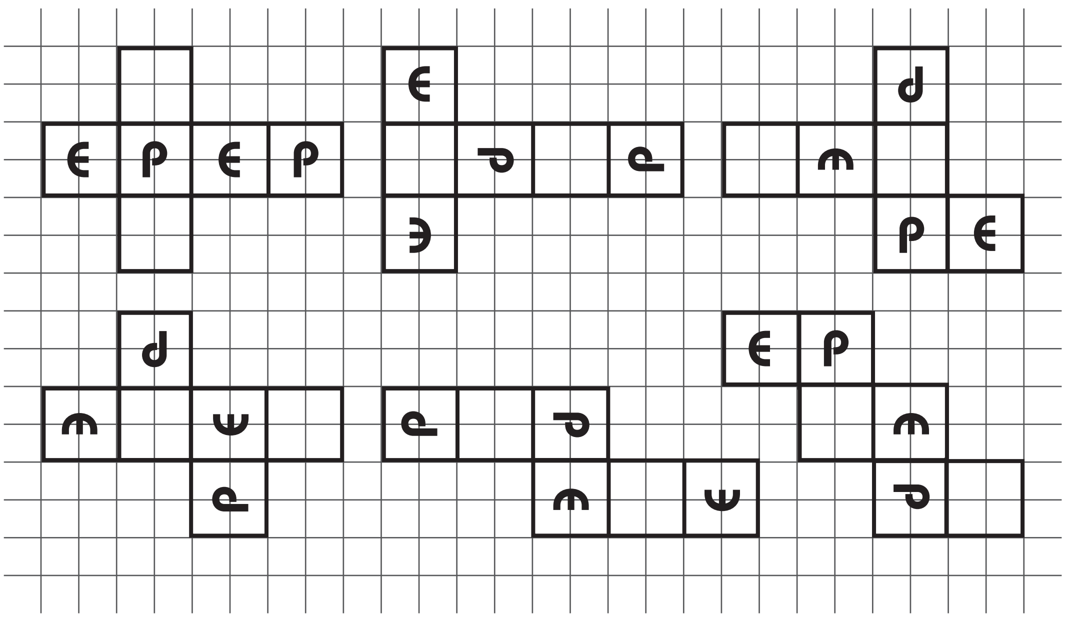
En el primer caso, vemos la figura A. En el segundo, las figuras son:



10. PLEGAR, DESPLEGAR Y APLASTAR

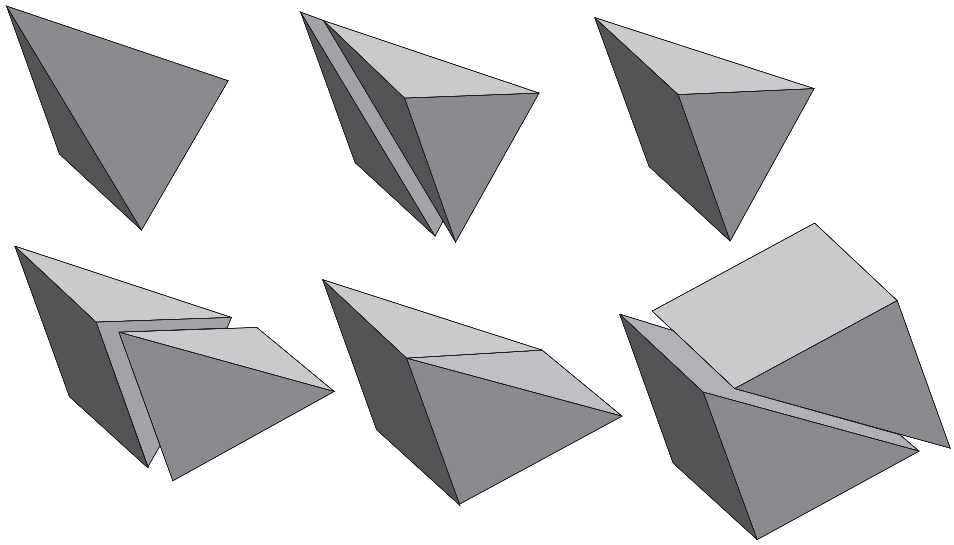
10.1. Nombres en el cubo

No es fácil imaginar cómo han de estar situadas las letras; probablemente será necesario utilizar material manipulable (un simple dado) en que escribir las letras con lápiz, para luego girarlo.

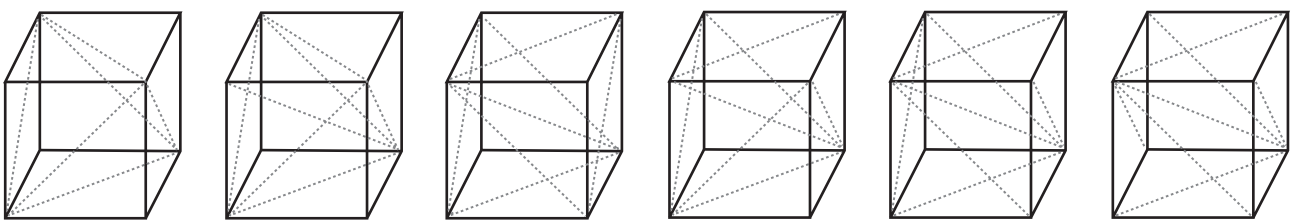


10.2. Rompecabezas del cubo (2)

Es fundamental comparar la forma de las caras para determinar las que deban estar en contacto.
Primer caso:



Segundo caso: lo primero que deben hacer los alumnos y alumnas es formar pestañas para poder pegar.

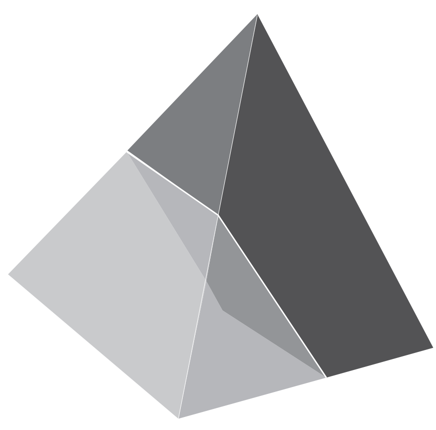


(A) (B) (C) (D) (E) (F)

Pág. 238

10.3. ¿Un tetraedro?

La superficie de contacto de las dos piezas es el cuadrado (de nuevo deben añadir primero las pestañas):



Extensión de la actividad: secciones planas en un tetraedro; ¿qué figuras se puede obtener? ¡Por ejemplo, un cuadrado!

10.4. Paralelepípedos

En este caso, se debe recurrir a la manipulación sólo en el caso de no ser capaz de imaginarlo. Es de suponer que las actividades anteriores ya habrán dotado a alumnos y alumnas de una serie de herramientas como comparación de formas o longitudes para montar el rompecabezas; en este caso, se trata de comparar las longitudes de las aristas comunes.

10.5. Desarrollos

En caso de no ser capaces de realizar un dibujo correcto, utilizaremos el material manipulable de que se disponga, pero el objetivo de la actividad es utilizar regla y compás para dibujar correctamente los desarrollos.
Atención a las medidas de los lados de las figuras planas, en especial en el caso del cilindro o del cono, los más complicados.

Pág. 239

10.6. Más desarrollos

Un juego en que trabajar la memoria visual de los desarrollos planos.

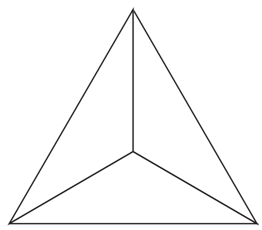
Pág. 240

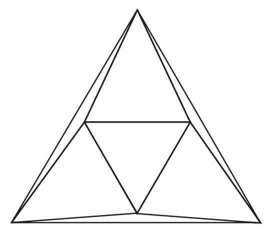
10.7. Diagrama de Schlegel

Se trata de una representación plana poco usual, que permite convertir un poliedro en una red (grafo).

10.7.1. En poliedros regulares

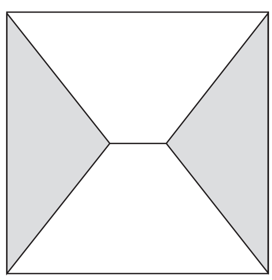
Practicamos aquí dicha representación plana. Aquí están el tetraedro y el octaedro:

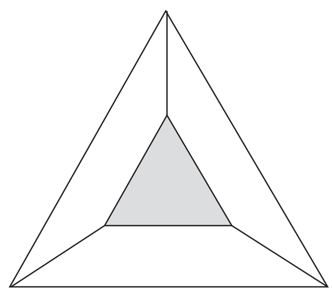




10.7.2. En otros poliedros

Cuando el poliedro no es regular, el diagrama no es único, sino que depende del lugar desde donde miramos:





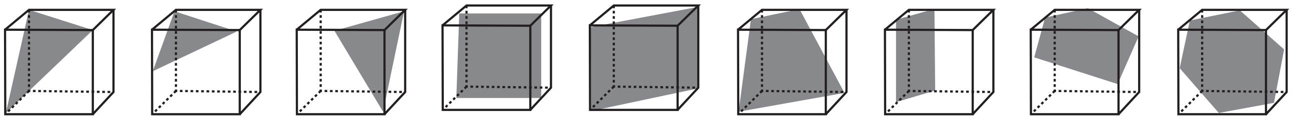
Pág. 241

11. CORTAR

Es posible utilizar el material manipulable para construir rompecabezas como sólidos resultantes de secciones planas de poliedros regulares.

11.1. Imagina y corta

Es posible obtener desde un triángulo hasta un hexágono dependiendo del ángulo que forme el plano de corte respecto a las caras. Aquí tenemos algunos ejemplos.
Se debe insistir en que escriban la justificación por la que dos segmentos son iguales, o paralelos. El porqué determinada figura es o no un trapecio, y si un triángulo es o no equilátero, o por qué no es posible obtener un polígono de más lados que un hexágono.



11.2. Arena
Es otra manera de visualizar los cortes mediante un plano en distintos objetos.

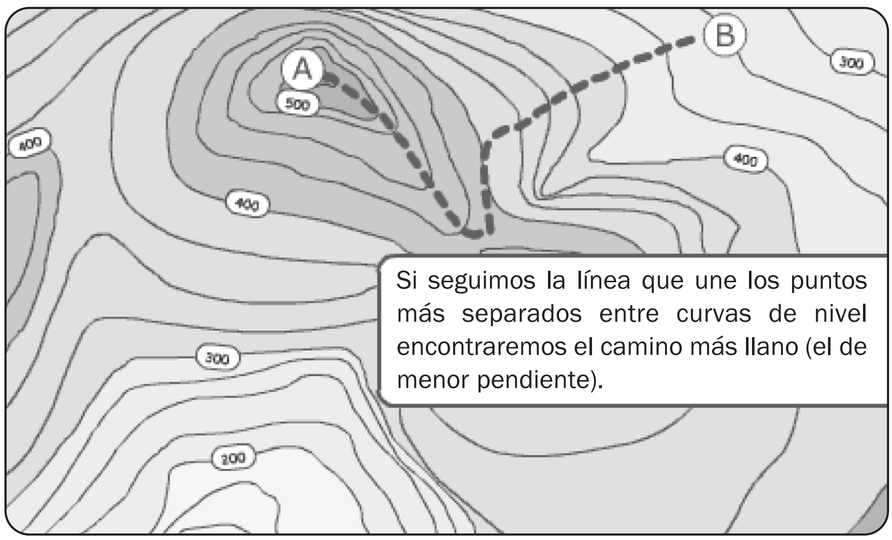
11.3. Cortes planos
- En la esfera, todos los cortes planos son circulares. ¿En qué casos se obtienen círculos máximos?
- En un cilindro se puede obtener un círculo, elipses y rectángulos.
- En un cono, círculos, elipses, parábolas (si el plano de corte es paralelo a la generatriz), hipérbolas (si es paralelo al eje de rotación). Introducción a las **cónicas**.

11.4. Corte helicoidal
Se obtiene un paralelogramo.

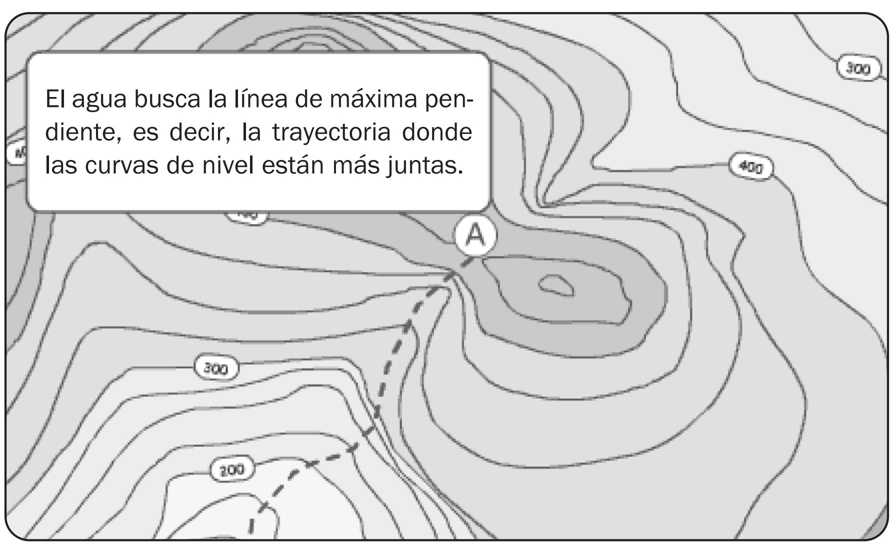
Pág. 242

11.5. Curvas de nivel
Los cortes mediante planos "horizontales" dan lugar a las curvas de nivel, forma de representación plana que raramente se trata en matemáticas a pesar de su importancia en mapas.
Las respuestas a las cuestiones planteadas son:

a) Línea de menor pendiente (curvas de nivel más separadas).

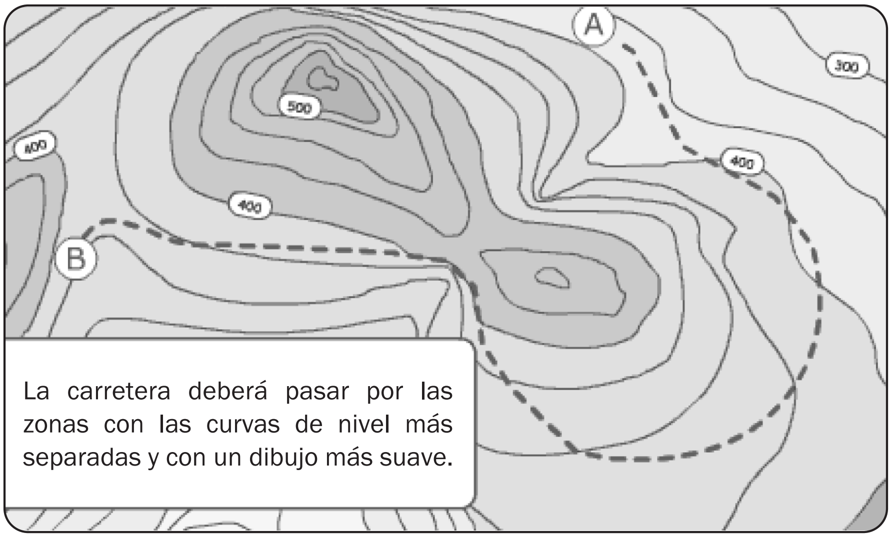


b) Línea de mayor pendiente (curvas más juntas)

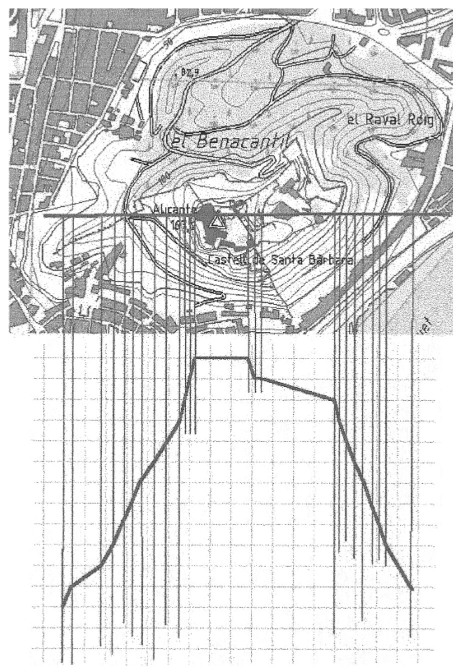


Pág. 243

c)



d) Se muestra un ejemplo de perfil a partir del mapa y según la línea señalada.



Pág. 244

12. RECTAS Y PLANOS

La tabla completada resulta:

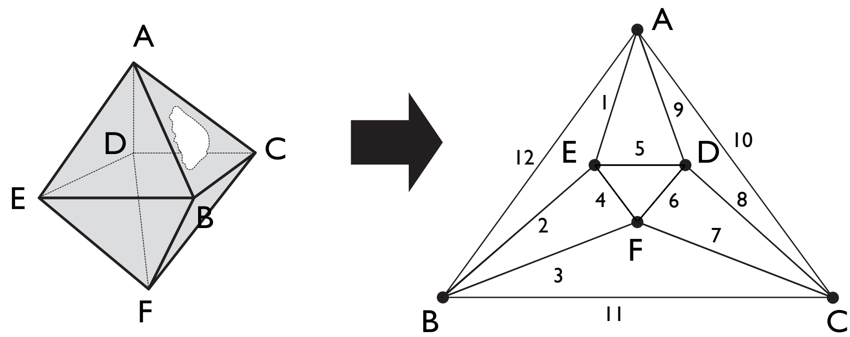
		Respecto de...		
		Recta AE	Plano FGH	Recta FG
Como es...	Plano EFG	Secantes	Coincidentes	Contenida
	Recta BC	Se cruzan	Paralelos	Paralelas
	Plano ABF	La contiene	Perpendiculares	Perpendiculares

Pág. 248

13. TRABAJOS E INVESTIGACIONES

13.1. La hormiga

Mucho más fácil de visualizar si trabajamos sobre el diagrama de Schlegel: se trata de recorrer un grafo.



13.2. La araña

El modo de encontrar fácilmente una respuesta es ahora trabajar sobre los desarrollos planos y unir los puntos en línea recta. Cuidado, porque la solución puede no ser única, dependiendo de cómo de haga el desarrollo plano.

Pág. 249

13.3. Pintar

Si trabajamos sobre el diagrama de Schlegel, convertiremos el problema en el del mapa de los cuatro colores.

13.4. Formas en la ciudad

Investigación sobre la geometría en la escultura y arquitectura. Es sencillo encontrar en cada ciudad ejemplos en que se emplean formas puras idealizadas, con lo que cumplimos el doble objetivo de fomentar la observación del entorno y espíritu crítico y de trabajar con la terminología aprendida.
Algunas ideas (entre muchas posibles) para organizar el trabajo:

- Marcarse un punto de salida y un cierto recorrido e ir observando atentamente durante el recorrido. Con ello, construir Rutas matemáticas por la ciudad, en forma de preguntas propuestas para otros compañeros/as, como:
  - En este lugar hay un edificio adornado con polígonos cóncavos. Localízalo.
  - Pasas por delante de unas papeleras. ¿Qué forma tienen? Calcula su volumen.
- Recopilar los monumentos o edificios más significativos bien de toda la ciudad, bien por zonas, y crear murales o páginas web para destacar aspectos geométricos u otras anécdotas relacionadas con la asignatura.

13.5. Construye una maqueta

Actividad manipulativa y lúdica con el fin de terminar de consolidar todo el tema. Se puede, como tratamiento de la diversidad, pedir también que confeccionen un plano de la zona, calculen el volumen de cada edificio, relación entre el volumen y la superficie total, cálculos de escalas, etc.

Pág. 250

13.6. Barriendo el parque

No se puede realizar el recorrido completo sin pasar dos veces por el mismo camino, ya que el número de caminos que salen de cada punto no es siempre par, y de cada punto se debería poder salir y volver.
El recorrido óptimo pasa por estudiar el recorrido total (1.330) e intentar repetir los caminos de distancia menor entre puntos impares (A, B, F, G, H, I); repetir un camino equivale a dibujar otro camino entre los puntos, o sea que se trata de convertir todos los puntos impares en pares.
Duplicando los caminos AB, GH i FI aumentamos el recorrido en 230, y el total es 1.560. Un posible recorrido seria: HBCDHIDEFIFGHGABAH.

13.7. Sobre el mismo parque

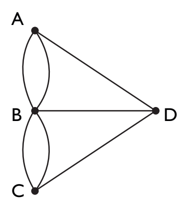
Ahora, el problema de optimizar un recorrido por una red. Una buena estrategia es elegir el recorrido de menor coste desde cada vértice hasta haberlos recorrido todos. Así:

CBHAGHDIFE

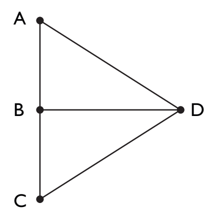
13.8. Los puentes de Königsberg

Si representamos un grafo de la situación, veremos que los vértices son todos de orden impar, con lo que no hay solución.

ANTES



AHORA



Sin embargo sí la hay en la actualidad, ya que sólo hay dos de orden impar, B y D (desde los que hemos de salir y acabar), y los otros son de orden par. Un posible recorrido es BADBCD.