

Lluís M. Botella
Luis M. Millán
Pascual Pérez
José Cantó

Matemáticas

Libro de Recursos y Orientaciones Didácticas

2º Curso Educación Secundaria Obligatoria





Coordinador de la edición: José Cantó

Diseño cubierta: Equipo Marfil

Ilustración: Silvia Faus

Maquetación: Equipo Marfil

© Editorial Marfil, S.A.

© Lluís M. Botella López
Luis M. Millán García
Pascual Pérez Cuenca
José Cantó Doménech

I.S.B.N.: 978-84-268-1392-3

Depósito Legal: A-536-2008

Fotomecánica, Fotocomposición e Impresión:
Gráficas Alcoy • San Eloy, 17 • 03804 ALCOY

Edita:

Editorial Marfil, S.A.

C/ San Eloy, 17

Tel.: 96 552 33 11 • Fax: 96 552 34 96

E-mail: editorialmarfil@editorialmarfil.com

03804 ALCOY

No está permitida la reproducción total o parcial de este material, ni la recopilación en un sistema informático, ni la transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro o por otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright y de la casa editora.

Papel

Producto
Ecológico


FOTOCOPIAR LIBROS
NO ES LEGAL

**Un individuo que no
cambia debe de aburrirse
de sí mismo**

**Jules Tannery
(Matemático francés)**

ÍNDICE

| | | |
|--------|--|------------|
| I. | Presentación. Esquema del libro..... | 7 |
| I.1. | Libro del profesor/a..... | 7 |
| I.2. | Libro del alumno/a..... | 8 |
| I.3. | Cuaderno de Actividades | 10 |
| I.4. | Lo que te espera..... | 11 |
| II. | Proyecto editorial | 13 |
| II.1. | Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria | 14 |
| II.2. | Competencias básicas | 15 |
| II.3. | Competencia matemática..... | 15 |
| II.4. | El papel de las matemáticas en la historia y su aprendizaje en la ESO..... | 16 |
| II.5. | Los contenidos matemáticos de la ESO y la importancia de la resolución de problemas..... | 17 |
| II.6. | Contribución de las matemáticas a la adquisición de las competencias básicas..... | 19 |
| II.7. | Objetivos de las Matemáticas en la ESO..... | 20 |
| II.8. | Bloques de contenido del 2º curso de la ESO..... | 21 |
| II.9. | Las Matemáticas en la formación del individuo | 23 |
| II.10. | Metodología | 23 |
| II.11. | Evaluación | 26 |
| II.12. | Medidas para atender a la diversidad | 33 |
| II.13. | Los temas transversales | 34 |
| III. | Curso segundo: organización, secuenciación y temporalización... | 37 |
| IV. | Índice de actividades según los contenidos | 51 |
| V. | Orientaciones Didácticas y Solucionario de actividades..... | 55 |
| | ENCUESTAS | |
| 1_ | Necesitamos una encuesta | 58 |
| 2_ | Tratamiento de los datos..... | 68 |
| 3_ | ¿Es probable? | 76 |
| | LOS NÚMEROS SON REALES | |
| 4_ | Manipulando números | 86 |
| 5_ | Cachivaches..... | 116 |
| | HACIA LA TERCERA DIMENSIÓN | |
| 6_ | En dos dimensiones | 132 |
| 7_ | La tercera dimensión | 146 |
| | DE LAS GRÁFICAS AL ÁLGEBRA | |
| 8_ | Lectura y construcción de gráficas | 170 |
| 9_ | Letras en equilibrio | 180 |
| | Modelos de pruebas individuales..... | 194 |
| VI. | Bibliografía..... | 200 |

I. PRESENTACIÓN. ESQUEMA DEL LIBRO.

La idea, cada vez más extendida y aceptada entre los profesores y profesoras de Matemáticas, de que la resolución de problemas debe ser el núcleo sobre el que gire la enseñanza de esta asignatura, se encuentra a veces con la dificultad de poder disponer de un material que permita desarrollar los contenidos de un currículo a partir de enunciados de problemas. Además, el actual marco legislativo, hace referencia expresa, entre otros, a este tema definiéndolo como un tema básico del currículo que, en palabras del legislador "... constituye el eje transversal vertebrador de los conocimientos matemáticos...".

Los autores de este proyecto, tras una larga experiencia didáctica que abarca desde los primeros grupos experimentales de Reforma de las Enseñanzas Medias hasta la ESO y Bachilleratos, pasando por grupos como el de Diversificación Curricular, hemos sentido siempre la necesidad de elaborar nuestros propios materiales para el alumnado de estos niveles. Consideramos que puede ser de gran ayuda para nuestros compañeros y compañeras disponer de un libro para cada uno de los cursos de Enseñanza Secundaria Obligatoria, que recogiera los materiales utilizados con nuestros alumnos y alumnas con una información sobre sus posibilidades concretas, y que puedan utilizar en su programación de aula.

El material ofrecido es el producto de varios años de trabajo en el aula, ha sido utilizado con alumnos y se ha ido revisando, corrigiendo y, esperamos que, mejorando en estos años. Se plantea la enseñanza de los contenidos del currículo a través de la resolución de problemas con unas actividades pensadas bien para introducir un concepto o una técnica o bien para consolidar, reforzar o ampliar contenidos ya trabajados.

A la hora de difundir este trabajo, hemos considerado conveniente adjuntar este Libro de Recursos y Orientaciones Didácticas, para facilitar la tarea de todos los compañeros o compañeras que se enfrenten a actividades del tipo de las propuestas y no tengan la suficiente experiencia en el método de trabajo como para saber qué rendimiento se puede extraer de actividades como éstas. En cualquier caso, se recomienda vivamente intentar afrontar cada problema antes de trabajarlo en clase para intuir el provecho que se puede obtener del mismo; en muchas ocasiones, nuestras alumnas y alumnos nos sorprenderán con el planteamiento de caminos que ni siquiera sospechábamos.

1.1. LIBRO DEL PROFESOR/A

La estructura del libro es parecida en los distintos temas. Contiene información tanto de los objetivos generales de cada tema como de los objetivos específicos que se pretenden conseguir con los enunciados planteados; los comentarios se basan en experiencias de clase y se señalan cuestiones a las que se debe prestar especial atención por las dificultades observadas en los alumnos o alumnas de forma repetida. Se incorpora la resolución en aquellos casos que pueda aportar ideas para la clase. No es por tanto un mero "solucionario" de problemas.

Hay actividades que es conveniente trabajar con todos los alumnos por ser necesarias para introducir una nueva idea o técnica, mientras que otras son adecuadas para proponer a una parte de la clase, bien para reforzar algún contenido o bien para aquellos alumnos y alumnas con más habilidades matemáticas. También puede ser conveniente explicitar en qué actividades se trata cada uno de los temas transversales.

La misma secuenciación del libro del alumno, propone una posible organización de los contenidos del año escolar que debe aparecer en la programación del Departamento Didáctico. Está claro que esta propuesta no es la única posible y cada profesor o profesora puede seguir aquella que considere más adecuada para su grupo de alumnos.

El presente libro de Orientaciones Didácticas está dividido en cuatro núcleos:

- I. Estadística: Encuestas
- II. Aritmética y Álgebra / Análisis: Los números son reales
- III. Geometría: Hacia la tercera dimensión
- IV. Aritmética y Álgebra / Análisis: De las gráficas al álgebra

En cada uno de los núcleos encontraremos:

a) Una breve introducción.

Incluye una propuesta de organización de las actividades en bloques temáticos.

b) Comentarios sobre las actividades del libro del alumno/a.

Las actividades están secuenciadas del mismo modo que en el libro del alumno. Consideramos conveniente realizar todas las actividades que conducen a determinado concepto o procedimiento, mientras que aquellas en que se repite algo ya estudiado pueden servir para tratamiento de la diversidad, eligiendo las que nos parezcan más adecuadas para cada situación o persona.

c) Comentarios sobre las actividades del Cuaderno de Actividades: “Más fácil, más difícil”

Acompañando al Libro del Alumno existe un Cuaderno de Actividades en el que, para cada núcleo, se propone un conjunto de actividades que podemos considerar de ampliación y consolidación. Algunas son de aplicación bastante directa, pero no inmediata; otras requieren un estudio más profundo.

Es importante que estas actividades cumplan un triple objetivo, y para eso están diseñadas:

- Consolidar los conceptos y estrategias trabajados.
- Plantear un trabajo diversificado en el aula, ya que hay actividades de simple repaso, pero hay otras de un nivel mayor para que se puedan proponer a alumnos con una mayor capacidad en Matemáticas. Es preferible que cada profesor decida la distribución adecuada.
- Disponer de un material extra que sigue la misma metodología cara a periodos vacacionales.

1.2. LIBRO DEL ALUMNO/A

En el libro del alumno, cada uno de los bloques temáticos está dividido en diferentes temas y éstos, a su vez, están divididos en apartados. El esquema del libro sigue la siguiente estructura jerárquica:

BLOQUE TEMÁTICO



TEMAS



APARTADOS

BLOQUE TEMÁTICO

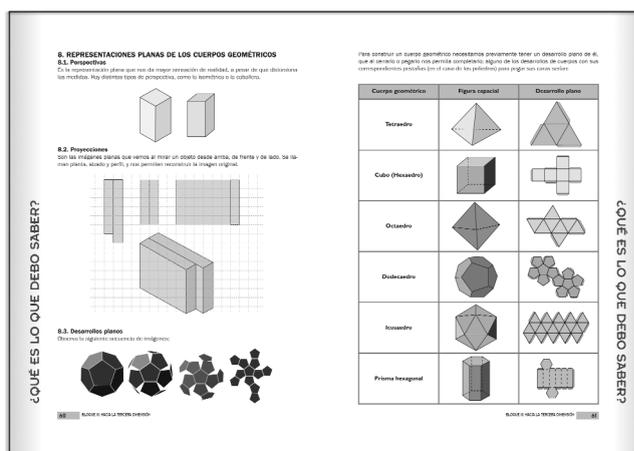


Cada bloque temático se inicia con una espectacular ilustración a doble página extraída normalmente de los medios de comunicación. Detrás de ella, existe siempre una serie de actividades relacionadas con la ilustración y que, además, tienen que ver con los contenidos que se tratarán en el bloque. Se trata pues de captar la atención del alumno desde un punto de vista gráfico y ameno y de testear los preconceptos que éste tiene sobre los contenidos a tratar.

b) ¿Qué es lo que debo saber?

En este apartado, se recogen todos los conceptos y procedimientos que a nuestro entender debe formar parte del bagaje de conocimientos de nuestros alumnos.

La función del Cuaderno es múltiple, puesto que si bien puede ser utilizado en el aula como trabajo diversificado, también se puede utilizar para el trabajo de refuerzo en casa, e incluso como trabajo para los periodos vacacionales.



1.4. LO QUE TE ESPERA

Tenemos por costumbre comenzar cada curso entregando a los alumnos y alumnas un material bajo el título “Lo que te espera” y que tiene como objetivo el que sean conscientes de una especie de “declaración de intenciones” de cara al desarrollo del curso.

Dicho material se encuentra en el formato electrónico, con el fin de poderlo editar, modificar si se considera oportuno e imprimir para pasarles copias a los alumnos/as. Es interesante dedicar una o dos sesiones de clase a leer y comentar estas páginas, de forma que sean interiorizadas por alumnos y alumnas.

En él encontramos:

- Introducción
- Secuenciación de contenidos
- Material a aportar
- Metodología
- Organización del trabajo
- Evaluación

Y tratan sobre la realidad del desarrollo del curso desde un punto de vista totalmente práctico para el alumnado.

II. PROYECTO EDITORIAL

La finalidad de la Educación Secundaria Obligatoria consiste en lograr que los alumnos y las alumnas adquieran los elementos básicos de la cultura, especialmente en sus aspectos humanístico, artístico, científico y tecnológico; desarrollar y consolidar en ellos hábitos de estudio y de trabajo; prepararles para su incorporación a estudios posteriores y para su inserción laboral, y formarles para el ejercicio de sus derechos y obligaciones en la vida como ciudadanos.

Ello supone la adquisición de unos aprendizajes que les permitan conocer e interpretar el medio que les rodea y, sobre todo, seguir aprendiendo de una manera autónoma. El doble carácter (terminal y preparatorio) de la etapa implica garantizar una formación básica, favorecer un conjunto de aprendizajes significativos que permita tanto la inserción de los alumnos y alumnas en el mundo laboral, doméstico y social, como el paso en buenas condiciones a otros estudios (Bachillerato o Formación Profesional).

Los objetivos de la etapa y de las diferentes áreas derivan directamente de la normativa vigente, en que se establece los objetivos, capacidades, competencias... que la Educación Secundaria Obligatoria ha de contribuir a desarrollar en los alumnos y alumnas. Éstos contemplan capacidades y competencias de tipo cognoscitivo, afectivo, motor, de relación interpersonal y de inserción y actuación sociocultural.

II.1. Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria.

La Educación secundaria obligatoria contribuirá a desarrollar en los alumnos y las alumnas las capacidades que les permitan:

Objetivos de la E.S.O.

- a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.
- j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.
- k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.
- l) Apreiciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

II.2. Competencias básicas

La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida.

La inclusión de las competencias básicas en el currículo tiene varias finalidades. En primer lugar, integrar los diferentes aprendizajes, tanto los formales, incorporados a las diferentes áreas o materias, como los informales y no formales. En segundo lugar, permitir a todos los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios en diferentes situaciones y contextos. Y, por último, orientar la enseñanza, al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible y, en general, inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Con las áreas y materias del currículo se pretende que todos los alumnos y las alumnas alcancen los objetivos educativos y, consecuentemente, también que adquieran las competencias básicas. Sin embargo, no existe una relación unívoca entre la enseñanza de determinadas áreas o materias y el desarrollo de ciertas competencias. Cada una de las áreas contribuye al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada una de las competencias básicas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias áreas o materias.

El trabajo en las áreas y materias del currículo para contribuir al desarrollo de las competencias básicas debe complementarse con diversas medidas organizativas y funcionales, imprescindibles para su desarrollo. Así, la organización y el funcionamiento de los centros y las aulas, la participación del alumnado, las normas de régimen interno, el uso de determinadas metodologías y recursos didácticos, o la concepción, organización y funcionamiento de la biblioteca escolar, entre otros aspectos, pueden favorecer o dificultar el desarrollo de competencias asociadas a la comunicación, el análisis del entorno físico, la creación, la convivencia y la ciudadanía, o la alfabetización digital. Igualmente, la acción tutorial permanente puede contribuir de modo determinante a la adquisición de competencias relacionadas con la regulación de los aprendizajes, el desarrollo emocional o las habilidades sociales. Por último, la planificación de las actividades complementarias y extraescolares puede reforzar el desarrollo del conjunto de las competencias básicas.

En el marco de la propuesta realizada por la Unión Europea, y de acuerdo con las consideraciones que se acaban de exponer, se han identificado ocho competencias básicas:

1. Competencia en comunicación lingüística
2. Competencia matemática
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
4. Tratamiento de la información y competencia digital
5. Competencia social y ciudadana
6. Competencia cultural y artística
7. Competencia para aprender a aprender
8. Autonomía e iniciativa personal

El currículo de la educación secundaria obligatoria se estructura en materias, es en ellas en las que han de buscarse los referentes que permitan el desarrollo y adquisición de las competencias en esta etapa. Así pues, en cada materia se incluyen referencias explícitas acerca de su contribución a aquellas competencias básicas a las se orienta en mayor medida. Por otro lado, tanto los objetivos como la propia selección de los contenidos buscan asegurar el desarrollo de todas ellas. Los criterios de evaluación, sirven de referencia para valorar el progresivo grado de adquisición.

II.3. Competencia matemática

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión

informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

Asimismo esta competencia implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de información. Estos procesos permiten aplicar esa información a una mayor variedad de situaciones y contextos, seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones. En consecuencia, la competencia matemática supone la habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros) y aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica, lo que conduce a identificar la validez de los razonamientos y a valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.

La competencia matemática implica una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.) que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.

Esta competencia cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella. En definitiva, la posibilidad real de utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Por ello, su desarrollo en la educación obligatoria se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.

El desarrollo de la competencia matemática al final de la educación obligatoria, conlleva utilizar espontáneamente –en los ámbitos personal y social– los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. En definitiva, supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.

II.4. El papel de las matemáticas en la historia y su aprendizaje en la ESO

Las Matemáticas aparecen estrechamente vinculadas a los avances que la civilización ha ido alcanzando a lo largo de la historia. En su intento de comprender el mundo, el ser humano ha creado y desarrollado herramientas matemáticas: el cálculo, la medida y el estudio de relaciones entre formas y cantidades, que han servido a las científicas y científicos de todas las épocas para generar modelos de la realidad. Estos modelos contribuyen, hoy día, tanto al desarrollo como a la formalización de las ciencias experimentales y sociales, a las que prestan un adecuado apoyo instrumental. Por otra parte, el lenguaje y el razonamiento propios de las Matemáticas, aplicados a los distintos fenómenos y aspectos de la realidad, constituyen un instrumento eficaz que nos ayuda a comprender y a expresar mejor el mundo que nos rodea. En consecuencia, la finalidad de la enseñanza de las Matemáticas es no sólo su aplicación instrumental, sino también, el desarrollo de las facultades de razonamiento, de abstracción y de expresión.

Las Matemáticas, tanto histórica como socialmente, forman parte de nuestra cultura, y los individuos deben ser capaces de apreciarlas. El dominio del espacio y del tiempo, la organización y optimización de recursos, formas y proporciones, la capacidad de previsión y control de la incertidumbre o el manejo de la tecnología digital, son sólo algunos ejemplos.

En la sociedad actual las personas necesitan, en los distintos ámbitos profesionales, un mayor dominio de ideas y destrezas matemáticas que las que precisaban hace sólo unos años. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo, y en la información que se maneja aparece, cada vez con más frecuencia, tablas, gráficos y fórmulas que demandan conocimientos matemáticos para su correcta interpretación. Por ello, las ciudadanas y ciudadanos deben estar preparados para adaptarse a los continuos cambios que se generan.